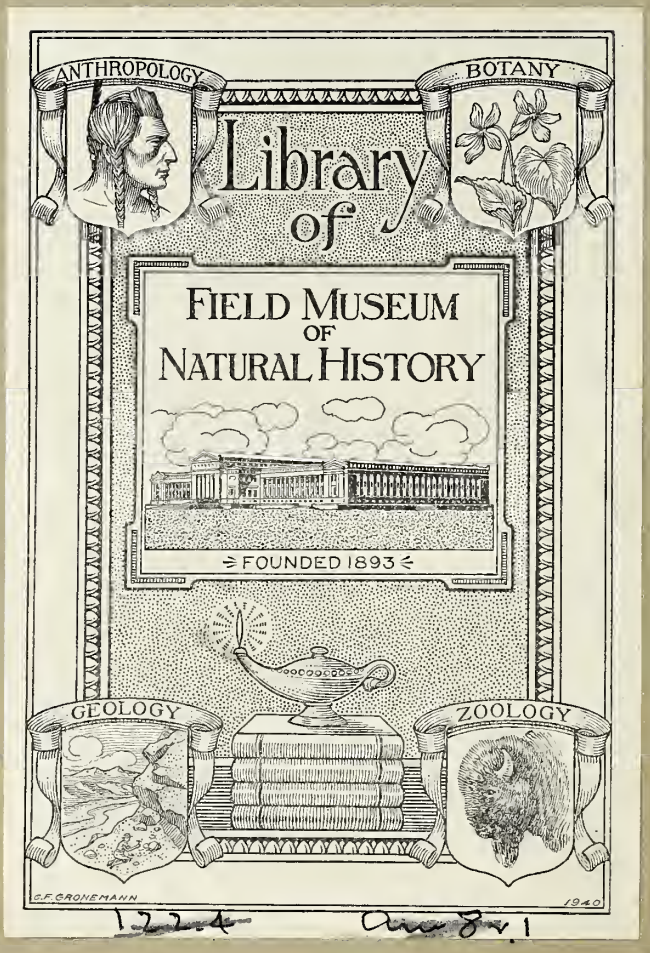
THE FIELD MUSEUM LIBRARY
3 5711 00073 7487



Digitized by the Internet Archive
in 2017 with funding from
BHL-SIL-FEDLINK

https://archive.org/details/verslagvandege29219201921

KONINKLIJKE AKADEMIE
VAN WETENSCHAPPEN
-:- TE AMSTERDAM -:-

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERINGEN DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING

VAN 18 DECEMBER 1920
- TOT 26 MAART 1921 -

DEEL XXIX
(2DE GEDEELTE)

61725

UITGAVE DER
KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM
SEPTEMBER 1921

Q
57
A52W

INHOUD.

				Blz.
Verslag Vergadering	18 December	1920	N°. 6	787
,, ,,	29 Januari	1921	N°. 7	909
,, ,,	26 Februari	,,	N°. 8	1045
,,	26 Maart	,,	N°. 9	1167

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 18 DECEMBER 1920.

DEEL XXIX.

N°. 6.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.
Secretaris: de Heer P. ZEEMAN.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 788.
De Heer A. W. K. DE JONG, correspondent der Afdeeling, door den Voorzitter verwelkomd, p. 788.
Rapport van de Heeren K. MARTIN en G. A. F. MOLENGRAAFF over de ter uitgave in de Werken der Akademie aangeboden verhandeling van den Heer N. WING EASTON: „De Billitonieten", p. 789.
Prae-advies van de Heeren W. KAPTEIJN, H. HAGA en J. P. KUENEN over het door den Minister van O., K. en W., met verzoek om bericht en raad, doorgezonden request van het bestuur der vereeniging „Wis- en Natuurkundige Leeskamer Bosscha" te Leiden, p. 791.
P. EHRENFEST: „Opmerkingen over het paramagnetisme van vaste lichamen", p. 793.
L. E. J. BROUWER: „Intuitionistische verzamelingsleer", p. 797.
L. E. J. BROUWER: „Besitzt jede reelle Zahl eine Dezimalbruchentwickelung?", p. 803.
A. SMITS, L. v. D. LANDE en P. BOUMAN: „Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen". (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en S. HOOGEWERFF), p. 813.
A. SMITS en R. PH. BECK: „Over het electromotorisch gedrag van Magnesium", I. (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en S. HOOGEWERFF), p. 819.
A. SMITS en J. SPUYMAN: „Een thermoelectrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen". (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en S. HOOGEWERFF), p. 821.
N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. I. Algemeene beschouwingen". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST). p. 824.
H. A. KRAMERS: „Naschrift" op zijne in het Verslag van 25 September 1920 gepubliceerde mededeeling. (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en P. EHRENFEST), p. 834.
J. M. BURGERS: „Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht". I. (Aangeboden door de Heeren P. EHRENFEST en J. P. KUENEN), p. 835.
G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen". (Aangeboden door de Heeren J. P. KUENEN en P. EHRENFEST), p. 849.
G. C. HERINOA: „OMBREDANNE's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis". (Aangeboden door de Heeren J. BOEKE en L. BOLK), p. 851.
EUG. DUBOIS: „De proto-Australische fossiele Mensch van Wadjak, Java". (Tweede mededeeling), p. 866.
Mej. J. E. VAN VEEN: „De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniëlla en Kloedenella". (Aangeboden door de Heeren J. W. MOLL en J. C. SCHOUTE), p. 888. (Met één plaat)
S. VAN CREVELD en R. BRINKMAN: „Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose". (Aangeboden door de Heeren H. J. HAMBURGER en E. D. WIERSMA), p. 893.
R. BRINKMAN en Mej. E. VAN DAM: „De beteekenis der Calciumionen-concentratie voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkelling van den N. Vagus". (Aangeboden door de Heeren H. J. HAMBURGER en E. D. WIERSMA), p. 899.
Aanbieding van boekgeschenken, p. 908.
Errata, p. 908.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.
Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren J. W. Moll, J. C. Schoute, H. G. van de Sande Bakhuyzen, W. H. Julius, C. E. A. Wichmann, Eug. Dubois en H. Kamerlingh Onnes, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Eene uitnoodiging van de „*Académie de Médecine*" te Parijs, geadresseerd aan den Voorzitter der Akademie, om tegenwoordig te zijn bij de feestelijke herdenking van het 100-jarig bestaan dier instelling op 20—22 December a.s.

Daar de algemeene Voorzitter der Akademie en de Voorzitter der Afdeeling beiden verhinderd waren om de uitnoodiging aan te nemen en geen van de leden der Afdeeling, die leden van de medische Faculteiten zijn, na daartoe te zijn aangezocht, gelegenheid kon vinden om zich op die data naar Parijs te begeven, is de uitnoodiging met een schriftelijken gelukwensch namens de Akademie beantwoord.

3°. Een brief d.d. 6 November 1920 van het uitvoerend Comité voor het in Augustus 1921 te Weltevreden te houden 4e Congres van de „*Far Eastern Association of tropical Medicine*", waarin wordt medegedeeld dat bij de leiders van het Congres de gedachte is gerijpt om ter gelegenheid van dit voor ons land zoo belangrijke internationale congres en als een herinnering aan deze gebeurtenis een Indisch medisch-historisch werk uit te geven, i.c. een volledige uitgave van Bontius, voorzien van een historische studie. De kosten van deze publicatie in Latijn en Engelsch gedrukt in 500 exemplaren zullen, naar raming, ongeveer *f* 15000,— bedragen. Ter bestrijding dier kosten wordt gevraagd of ook onze Akademie geneigd is deze uitgave van nationaal wetenschappelijk belang finantieel te steunen en — zoo ja — welke bijdrage zij daarvoor dan beschikbaar wil stellen.

De Voorzitter stelt dit schrijven in handen van de Heeren C. A. Pekelharing en G. van Rijnberk om in de volgende vergadering de Afdeeling te prae-adviseeren omtrent het antwoord, dat te geven zal zijn.

De Voorzitter verwelkomt den Heer A. W. K. de Jong, correspondent der Afdeeling, die, thans in Nederland vertoevende, voor de eerste maal na zijn repatrieeren een vergadering der Afdeeling bijwoont.

Geologie. — Rapport over eene verhandeling van den Heer N. WING EASTON, getiteld: *„De Billitonieten. Een poging tot ontwarring van het vraagstuk der tektieten"*.

In het eerste gedeelte geeft de schrijver een overzicht van hetgeen omtrent de zoogenaamde „tektieten" bekend is en onderwerpt de drie meest gangbare hypothesen omtrent hun wijze van ontstaan aan een kritische bespreking, waarbij hij tot de slotsom komt, dat geen van drieën goed houdbaar zijn.

In het tweede gedeelte geeft hij een uitvoerige en zorgvuldige beschrijving van den uitwendigen vorm der Billitonieten, waarbij hij ook aan de minder bekende kleine eigenaardigheden, die het zonderlinge oppervlakte-relief dezer voorwerpen aanbiedt, volle aandacht schenkt.

In het derde gedeelte ontwikkelt de schrijver een nieuwe hypothese omtrent de wijze van ontstaan der Billitonieten. Hij ziet in deze lichamen colloidale stoffen, die in den glastoestand zijn overgegaan en gevormd zijn ter plaatse of nagenoeg ter plaatse waar zij thans nog worden gevonden. Hij denkt zich in den bodem een humussol, die Si, Al en Fe in zich opnam bij de humuszure verweering van magmagesteenten, in het bijzonder van graniet. Hij vermoedt dat zulk een sol-lichaam verscheidene jaren groeide en daardoor een eenigszins gelaagden bouw verkreeg, die evenwel, door de homogeniteit der afgescheiden stof, meestal zeer slecht waarneembaar is. Hij neemt verder aan, dat de in de sol opgeloste gassen ten slotte bij lage spanning, tijdens het langzaam vast worden van de solmassa, ontweken. De schrijver zet uiteen, hoe bij aanvaarding dezer hypothese alle eigenaardigheden, die de oppervlakte der Billitonieten kenmerkt, kunnen verklaard worden en dat, wat de tektieten in het algemeen betreft, hun regionaal karakter met deze hypothese zich zeer wel laat rijmen.

Ondergeteekenden meenen het werk van den Heer WING EASTON voor opneming in de Verhandelingen der Akademie te mogen aanbevelen, omdat het een degelijke, kritische studie is over een duister

probleem en omdat de hypothese, door hem ontwikkeld, ten volle de aandacht verdient, al zullen voor haar aanvaarding stellig nog nadere argumenten noodig zijn.

K. MARTIN.
G. A. F. MOLENGRAAFF.

Leiden, / *Delft,* 15 December 1920.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan de conclusie van het rapport, strekkende tot opneming der verhandeling in de Werken der Akademie.

Aan den Heer WING EASTON zal hiervan kennis gegeven worden.

Wiskunde. — De Heer W. KAPTEYN brengt, mede namens de Heeren H. HAGA en J. P. KUENEN het volgende prae-advies uit.

Door het Bestuur dezer Afdeeling werden ondergeteekenden uitgenoodigd een prae-advies te willen uitbrengen omtrent een request van het Bestuur der Vereeniging

„Wis- en Natuurkundige Leeskamer Bosscha"

te Leiden, aan Zijne Excellentie den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen.

In dit request verzoekt de Vereeniging in het genot te worden gesteld van eene subsidie voor éénmaal van *f* 2000.— en van eene jaarlijksche subsidie van *f* 1000.— beide voor het jaar 1921.

Ingevolge dezer uitnoodiging hebben wij de eer U het volgende mede te deelen.

De Vereeniging werd in 1913 opgericht met het doel een natuurlijk middelpunt te vormen voor allen, zoowel studenten als docenten, die zich bezighouden met studies die met wiskunde in betrekking staan. Daartoe werd een Leeskamer ingericht met eene boekerij van werken op het gebied van wiskunde, theoretische natuurkunde en theoretische sterrekunde, welke werken in deze Leeskamer steeds door de leden geraadpleegd kunnen worden.

Bij de oprichting was het natuurlijk noodig voor een aanzienlijk bedrag boeken en tijdschriften aan te schaffen en moest de grootste zuinigheid betracht worden daar de middelen der Vereeniging alleen bestonden uit eene schenking van den Heer BOSSCHA van *f* 2500.—. Hoewel dit kapitaal later werd vermeerderd met een gift van de Regeering van *f* 200.— en twee bijdragen van het Leidsche Universiteitsfonds te zamen groot *f* 950.—, bleek het toch niet mogelijk de meest noodzakelijke werken aan te koopen. Dat verder de jaarlijksche onkosten niet bestreden konden worden uit de geringe contributies van de leden was te voorzien. Intusschen is het Bestuur er in geslaagd den grondslag te leggen voor eene belangrijke boekerij en mag het de voldoening smaken dat de Leeskamer meer en meer aan haar doel beantwoordt, zóó zelfs, dat zij tegenwoordig als een integreerend deel van de wis- en natuurkundige studie aan de Leidsche Universiteit mag beschouwd worden.

De instandhouding van deze Leeskamer achten wij daarom eene zaak van het hoogste belang en dit geeft ons aanleiding aan de Afdeeling te adviseeren het request van de Vereeniging met groote warmte bij de Regeering te ondersteunen.

(get.) W. Kapteyn.
(,,) H. Haga.
(,,) J. P. Kuenen.

De vergadering neemt het prae-advies ongewijzigd over om het als antwoord der Afdeeling aan den Minister kenbaar te maken.

De Heer L. E. J. Brouwer doet, naar aanleiding van dit gunstig praeadvies, de vraag of mag worden aangenomen dat de Afdeeling even gunstig zou adviseeren op een soortgelijke vraag als deze gedaan mocht worden door leeskamers van de andere Universiteiten in ons land.

De Voorzitter verklaart niet te kunnen vooruitloopen op deze zaak door nu al een antwoord op de vraag te geven.

Natuurkunde. — De Heer EHRENFEST doet eene mededeeling: *„Opmerkingen over het paramagnetisme van vaste lichamen."*

§ 1. Wij willen hier aantoonen, dat men de wet van CURIE-LANGEVIN voor de susceptibiliteit van *vaste* paramagnetische lichamen ook kan vinden op grond van eene eenigszins andere veronderstelling als die, welke door P. WEISS [1]), O. STERN [2]) en W. LENZ [3]) (zie § 3) zijn besproken, namelijk op grond van de volgende veronderstelling: In een paramagnetisch lichaam zijn electronen aanwezig, die in bepaalde, praktisch *vast georienteerde* banen van het laagste quantagetal rondloopen („rust-banen") en wel met die *bijzonderheid*, dat — bij afwezigheid van een uitwendig magnetisch veld — *geen merkbaar energieverschil bestaat tusschen een „rechts"- en een „links" rondloopen* in zulk een baan. Nemen wij verder aan, dat bij aanwezigheid van een uitwendig magnetisch veld H en een gegeven temperatuur T steeds de statistische verdeeling tusschen het „rechts" en „links" rondloopen in de rustbanen tot stand komt, die bij H en T hoort [4]), dan volgt hieruit inderdaad de wet van CURIE-LANGEVIN (zie § 4) en zelfs ook nog met den juisten getalfactor 3in den noemer, voor het geval, dat wij te doen hebben met een kristal van kubische symmetrie of poeder van willekeurige kristalstructuur.

§ 2. De theorie van LANGEVIN verklaart, waarom de paramagnetische gassen en de oplossingen van paramagnetische zouten voldoen

[1]) P. WEISS, C. R. **156** (1913) 1674.

[2]) O. STERN. Z. f. Phys. **1** (1920) 147.

[3]) W. LENZ. Phys. Zschr. **21** (1920) 613.

[4]) Wordt de electronenbeweging door geenerlei quanta-voorwaarden beperkt en worden *alle* vrijheidsgraden aan de thermische statistiek onderworpen, dan moet het lichaam zich *amagnetisch* gedragen. Zie: H. A. LORENTZ Vortr. kinet. Theorie der Mat. u. Elektr. p. 188. (Teubner 1914). H. J. VAN LEEUWEN: Vraagstukken uit de elektronentheorie van het magnetisme p. 54. [Dissert. Leiden 1919]. De theorie van het paramagnetisme van LANGEVIN neemt daarom aan, dat de Ampèrestroomen, die de elementair magneten vertegenwoordigen, ten opzichte van hun *cyclische* coördinaten aan de thermische statistiek zijn onttrokken. Zoo spoedig echter — zooals in ons geval, — *in de statistiek ook quantavoorwaarden hun invloed doen gelden*, bestaat er weder de mogelijkheid van een *paramagnetisch* gedrag, *ook dan wanneer daarbij geen enkele vrijheidsgraad aan de thermische statistiek onttrokken blijft.* Op deze omstandigheid werd ik bij gelegenheid van eene mondelinge discussie (1919) door N. BOHR opmerkzaam gemaakt.

aan de wet van CURIE; zij geeft hier, wanneer wij de kleinheid van

$$a = \frac{\mu H}{rT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

in aanmerking nemen, als grensgeval de betrekking van CURIE-LANGEVIN:

$$\chi = \frac{N\mu^2}{3rT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

($\chi =$ molaire susceptibiliteit; $N =$ getal van AVOGADRO; $r = \frac{R}{N}$ de constante van BOLTZMANN; $\mu =$ 't magnetisch moment van één enkel molecuul).

De ondervinding leert echter, dat deze formule ook nog voor eenige vaste paramagnetische lichamen blijft gelden. In het bijzonder is voor het Gadolinium-sulfaat door KAMERLINGH ONNES vastgesteld, dat het tot aan de laagste temperaturen, (Helium), die werden onderzocht, streng de wet van CURIE volgt. Volgens den gedachtegang van die afleiding zou men dat niet mogen verwachten. Want zij berust op de veronderstelling, dat de orienteering van de elementaire magneten uitsluitend beinvloed wordt

a. door de warmtebeweging,

b. door den richtenden invloed van het uitwendige magnetische veld H.

Bij vaste (kristallijne) lichamen zal men toch wel moeten aannemen, dat de orienteering van de elementair-magneten ook nog aan den invloed van krachten van andere soort mede onderworpen is.

§ 3. Uit de opmerkingen van P. WEISS, O. STERN en W. LENZ volgt, dat men ook in 't geval van zulke van de kristalstructuur afkomstige orienteerende krachten de betrekking van CURIE-LANGEVIN vindt, wanneer men slechts aanneemt:

1. De potentieele energie Φ van deze krachten, die de as van een elementairmagneet parallel met een bepaalde richting R trachten te houden, is centrisch symmetrisch; d.w.z. zij is voor ieder tweetal tegengestelde orienteeringen even groot.

2. Bij verandering van de temperatuur of van het magnetische veld komt ook werkelijk iedere keer die statistische verdeeling tot stand, welke volgens BOLTZMANN bij deze T, H en die centrisch-symmetrische Φ behoort; d. w. z. het noodzakelijke omklappen van de elementair-magneten blijft bv. niet achterwege. („Pseudoevenwicht").

§ 4. Beschouwen wij nu een vast lichaam, dat electronen bevat, wier „rustbanen" aan de in § 1 genoemde eischen voldoen. Wij beschouwen één der electronen in het bijzonder. Laat het magnetisch moment van zijn „rustbaan" μ bedragen, terwijl de projectie ervan

op de richting van het H-veld $\pm \mu \cos \vartheta_0$ bedraagt, al naarmate het in deze baan „rechts" of „links" rondloopt.[1]) In het te beschouwen temperatuurgebied kunnen wij ervan afzien, dat het electron eventueel ook nog op een baan van een hooger quanta-getal kan overspringen. De tijden echter, gedurende welke het „rechts" en „links" rondloopt, verhouden zich als [2])

$$e^{a \cos \vartheta_0} : e^{-a \cos \vartheta_0} \qquad \left(a = \frac{\mu H}{rT}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

en het tijdgemiddelde van de projectie van zijn magnetisch moment op de richting van H bedraagt dus:

$$\frac{\mu \cos \vartheta_0 \, e^{a \cos \vartheta_0} - \mu \cos \vartheta_0 \, e^{-a \cos \vartheta_0}}{e^{a \cos \vartheta_0} + e^{-a \cos \vartheta_0}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Wegens de kleinheid van a is

$$e^{\pm a \cos \vartheta_0} \cong 1 \pm a \cos \vartheta_0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

dus (4) gaat over in:

$$\cos^2 \vartheta_0 \frac{\mu^2 H}{rT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

De susceptibiliteit χ voor N van zulke electronen bedraagt dan:

$$\chi = \frac{N\mu^2}{rT} \overline{\cos^2 \vartheta_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

gemiddeld over de orientaties van de rustbanen van deze electronen. Voor een kristal van cubische symmetrie of voor poeder van willekeurige kristalstructuur is tenslotte nog:

$$\overline{\cos \vartheta_0} = \frac{1}{3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

waarmede vergelijking (2) is afgeleid.

---

[1]) Streng genomen is ook μ zelf nog van de oriënteering van de electronenbaan ten opzichte van het H-veld afhankelijk; want de omloopssnelheid van het electron hangt daar nog van af. In een magnetische veld is namelijk, zooals bekend is, niet het *mechanische* moment van het electron gelijk aan $\frac{h}{2\pi}$ (of een veelvoud daarvan), doch de som daarvan en het (tot mechanische maat gereduceerde) *elektrokinetische* moment van het elektron. Het laatstgenoemde is echter ook bij groote H nog zeer klein in vergelijking met het eerstgenoemde. Daarom verwaarloozen wij, in volkomen analogie met hetgeen LANGEVIN in zijn fundamenteele verhandeling heeft gedaan, de *dia*magnetische bijdrage, die aan deze inductieve werking is te danken.

[2]) In den exponent van e moet die grootheid staan, welke bij een „botsing" constant blijft. Bij een electron, dat in een constant gehouden H-veld van een „rechts" in een „links" rondloopen overgaat, is dat *niet* de som van de mechanische en de electrokinetische *energie* maar in plaats van de laatste moet men een soort „*functie van* ROUTH" nemen. (Zie de dissertatie van H. J. VAN LEEUWEN. Leiden 1919, pag. 11, 18, 52—54. Deze zal spoedig in uittreksel verschijnen in het Journal de Physique). Op dezen grondslag vindt men na een korte rekeningen met gebruikmaking van de in de vorige noot vermelde verwaarloozing de verhouding (3).

§ 5. *Opmerkingen.*

1. Volgens de hier voorgestelde opvatting wordt de Röntgenreflexie van een kristal door magnetiseering niet beïnvloed. ARTHUR H. COMPTON en O. ROGNLEY [1]) hebben bij de (ferromagnetische) kristallen van Magnetiet door een zeer gevoelige nulmethode inderdaad de afwezigheid van zulk een invloed geconstateerd.

2. Terwijl in de theorie van LANGEVIN-WEISS de rotatie-beweging van de elementair-magneten nog een bijzondere bijdrage voor de *kinetische* energie van de warmtebeweging, dus ook voor de soortelijke warmte levert, ontbreekt bij onze veronderstelling een overeenkomstige bijdrage. Dit is in 't eerst verrassend, omdat de structuur van vergelijking (2) op equipartitie schijnt te wijzen. Maar een volkomen analoog gedrag zal men in alle gevallen vinden, waarbij de laagste quanta-bewegingen die ooit mogelijk zijn, een zeer klein energiebedrag $\Delta\varepsilon$ met elkaar verschillen (in ons geval $2\,\mu H\cos\vartheta_0$ bij aanwezigheid van H). Er bestaat dan steeds een T-gebied, waarin T eenerzijds *klein* genoeg is, dat men van een aanwezig zijn van hoogere quantabanen kan afzien, en anderzijds toch weer *groot* genoeg om rT groot te houden in vergelijking met $\Delta\varepsilon$.

3. Ofschoon de overgang van „rechts" in „links" rondloopen een energiebedrag vereischt, dat klein is in vergelijking met rT, zoo is er toch wellicht een samenloop van bijzondere omstandigheden noodig om de overeenkomstige verandering van het *moment van hoeveelheid van beweging* tot stand te brengen. Daar wij daarbij te doen hebben met een quantens proces, zou het moeilijk zijn, daarover quantitatieve onderstellingen te maken. In het algemeen kan men verwachten, dat overeenkomstige *vertragingen bij het tot stand komen van de magnetiseering* het eerst bij buitengewoon lage temperaturen en snel wisselende velden merkbaar zouden moeten zijn [2]). (Bij optische trillingen is, zooals bekend is, steeds $\chi = 0$). Zij zouden zich b.v. door een soort *hysteresiswarmte moeten toonen, wanneer men gadolinium-sulfaat bij helium-temperaturen periodiek ommagnetiseert.*

[1]) A. H. COMPTON and O. ROGNLEY. Is the atom the ultimate magnetic particle? Phys. Review. **16** (1920) 464.

[2]) LENZ legde bij zijn voordracht in Nauheim (l.c. pag. 615) de nadruk op de mogelijkheid van zulke vertragingen in het geval van het omklappen van de magnetische atomen. Ik neem hier de vrijheid, daarop terug te komen, omdat ook KAMERLINGH ONNES met mij reeds in 't begin van Juli 1920 het vraagstuk van deze vertragingen zoowel van 't standpunt van de onderstellingen van WEISS als ook van de hier gegeven veronderstellingen besproken heeft en ook de wijze waarop ze experimenteel op de proef te stellen zouden zijn.

Wiskunde. — De Heer BROUWER biedt een mededeeling aan: *„Intuitionistische verzamelingsleer"* [1]).

Het volgende is bedoeld als een refereerende inleiding tot de beide deelen der verhandeling: *„Begründung der Mengenlehre unabhängig vom logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten"*, die ik achtereenvolgens in November 1917 en October 1918 aan de Akademie heb aangeboden.

Sedert 1907 zijn door mij in verschillende publicaties [2]) de beide volgende stellingen verdedigd:

I. dat het *comprehensie-axioma*, op grond waarvan men alle dingen, die een bepaalde eigenschap bezitten, tot een verzameling vereenigt (ook in den vorm, dien ZERMELO er later aan heeft gegeven [3])) als grondslag voor den opbouw der verzamelingsleer ontoelaatbaar resp. onbruikbaar is, en een betrouwbare basis voor de wiskunde alleen in een *constructieve* definitie van een verzameling kan worden gevonden;

II. dat het in 1900 door HILBERT geformuleerde *axioma van de oplosbaarheid aller problemen* [4]) aequivalent is met het logische *principium tertii exclusi*, dat derhalve, daar voor het genoemde axioma geen toereikende gronden aanwezig zijn en de logica berust op de wiskunde en niet omgekeerd, het logische principium tertii exclusi een *ongeoorloofd* wiskundig bewijsmiddel is, waaraan geen andere dan

[1]) Onder denzelfden titel is een in hoofdzaak gelijkluidend opstel verschenen in deel 28 (1920) van het Jahresbericht der Deutschen Mathematiker-Vereinigung.

[2]) Vgl. *„Over de grondslagen der wiskunde"*, Proefschrift, Amsterdam 1907, in het bijzonder ook de bijbehoorende stellingen; *„De onbetrouwbaarheid der logische principes"*, Tijdschrift voor wijsbegeerte 2 (1908), herdrukt in *„Wiskunde, waarheid, werkelijkheid"*, Groningen 1919; *„Over de grondslagen der wiskunde"*, N. Archief v. Wisk. (2) 8 (1908); beoordeeling van MANNOURY, *„Methodologisches und Philosophisches zur Elementarmathematik"*, N. Archief v. Wisk. (2) 9 (1910); *„Intuitionisme en formalisme"*, Rede, Amsterdam 1912, herdrukt in *„Wiskunde, waarheid, werkelijkheid"*, bovengenoemd; *„Intuitionism and formalism"*, Amer. Bull. 20 (1913); beoordeeling van SCHOENFLIES—HAHN, *„Die Entwickelung der Mengenlehre und ihrer Anwendungen"*, Jahresbericht d. D. M.-V. 23 (1914); *„Addenda en corrigenda over de grondslagen der wiskunde"*, Versl. Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam 25 (1917), herdrukt in N. Archief v. Wisk. (2) 12 (1918).

[3]) Vgl. Math. Ann. 65, p. 263.

[4]) Vgl. b.v. Archiv d. Math. u. Phys. (3) 1, p. 52. Naar de hier door HILBERT uitgedrukte opvatting weerspiegelt het genoemde axioma een door alle wiskundigen gedeelde overtuiging. In zijn meer recente, in Math. Ann. 78 afgedrukte voordracht *„Axiomatisches Denken"* qualificeert HILBERT intusschen op p. 412 de

scholastische en heuristische waarde kan worden toegekend, zoodat theorema's, bij wier bewijs de toepassing van dit principe niet kan worden vermeden, allen wiskundigen inhoud missen.

Van de in deze beide stellingen gecondenseerde *intuitionistische* opvatting der wiskunde heb ik overigens in de in noot [2]) geciteerde publicaties nog slechts fragmentarische consequenties gesignaleerd, en in mijn in denzelfden tijd verschenen philosophievrije wiskundige opstellen nog geregeld gebruik gemaakt van de oude methoden, daarbij intusschen zooveel mogelijk zorgende, slechts zulke resultaten af te leiden, waarvan kon worden verwacht, dat zij, na den systematischen opbouw eener intuitionistische verzamelingsleer, ook in het nieuwe leerstelsel, met behoud van hun waarde, zij het eventueel in min of meer gewijzigden vorm, een plaats zouden vinden.

Met dezen systematischen opbouw eener intuitionistische verzamelingsleer heb ik eerst in de in den aanhef van deze mededeeling genoemde verhandeling een aanvang gemaakt. In het volgende vestig ik in het kort de aandacht op enkele der meest ingrijpende wijzigingen, die de klassieke verzamelingsleer daarbij heeft ondergaan, en die niet slechts haren vorm, doch ook zeer essentieel haren inhoud betreffen.

De volgende definitie van een verzameling ligt aan het nieuwe stelsel ten grondslag:

Een verzameling is een wet, op grond waarvan, als telkens weer een willekeurige cijfercomplex der reeks 1, 2, 3, 4, 5, ... *wordt gekozen, elke dezer keuzen hetzij een bepaald teeken, hetzij niets voortbrengt, hetzij de stuiting van het proces en de definitieve vernietiging van zijn resultaat ten gevolge heeft, waarbij voor iedere* $n > 1$ *na iedere ongestuite reeks van* $n-1$ *keuzen althans één cijfercomplex kan worden aangegeven, die, als hij tot n-den cijfercomplex wordt gekozen, niet de stuiting van het proces ten gevolge heeft. Iedere aldus*

---

vraag naar de oplosbaarheid aller wiskundige problemen weder als een nog op te lossen probleem. Zijn in aansluiting hieraan gemaakte opmerkingen over de eindigheid van een volledig algebraïsch invariantensysteem komen in mijn terminologie hierop neer, dat uit de onmogelijkheid der oneindigheid eener verzameling geenszins hare eindigheid behoeft te volgen.

Naar mijn overtuiging zijn zoowel het oplosbaarheidsaxioma als het principium tertii exclusi *onjuist* en vinden deze dogma's hun historischen oorsprong hierin, dat men eerst uit de wiskunde der deelverzamelingen eener bepaalde eindige verzameling de klassieke logica heeft geabstraheerd, aan deze logica vervolgens een van de wiskunde onafhankelijk bestaan a priori heeft toegeschreven, en haar ten slotte, op grond harer vermeende aprioriteit, ten onrechte is gaan toepassen op de wiskunde der oneindige verzamelingen.

door een onbegrensde keuzenreeks voortgebrachte teekenreeks (die derhalve in het algemeen een essentieel onaf karakter heeft) heet een element der verzameling. De gemeenschappelijke ontstaanswijze van de elementen der verzameling M wordt eveneens kortweg aangeduid als de verzameling M.

Op dit verzamelingsbegrip berust dan verder de definitie van het begrip *„wiskundige soort"*, dat het verzamelingsbegrip als bijzonder geval omvat.

In de theorie der *cardinaalgetallen* is het in de eerste plaats de *splitsing van het gelijkmachtigheidsbegrip*, die op den voorgrond treedt. Twee voor de klassieke verzamelingsleer gelijkmachtige verzamelingen of soorten kunnen voor de intuitionistische verzamelingsleer *gelijkmachtig, halfgelijkmachtig, aequivalent, van gelijken omvang, van gelijke uitgestrektheid* of *van gelijk gewicht* zijn [5]). In aansluiting hieraan worden onder de voor de klassieke theorie aftelbare verzamelingen of soorten door de intuitionistische verzamelingsleer *aftelbaar oneindige, aftelbare, telbare, uittelbare, doortelbare en voltelbare* verzamelingen resp. soorten onderscheiden. De klassieke cardinaalgetallen a en c blijven gehandhaafd, daarentegen vervalt het in de klassieke theorie door de verzameling aller functies eener veranderlijke geleverde voorbeeld van een cardinaalgetal $> c$.

In de thans volgende theorie der *geordende verzamelingen* wordt voor de ordening eener soort het bestaan der ordenende relatie alleen voor twee willekeurige *van elkaar verschillend gebleken* elementen geëischt. Verder wordt o.a. de karakteriseering der ordinaalgetallen ϑ en ζ veel ingewikkelder, dan in de klassieke theorie; die van ϑ krijgt den volgenden vorm:

Als de geordende soort P een zoodanige aftelbaar oneindige, in engeren zin overal dichte deelsoort M bevat, dat tusschen twee willekeurige elementen [6]) *van P elementen van M liggen, dat de soort der vóór een willekeurig element p van P liggende elementen van M een afscheidbare deelsoort van M is, die hetzij elementloos is hetzij althans één aanwijsbaar element bezit, en dat bij elke fundamentaalreeks van relaties „na" of „niet na" tot de elementen van M* [7]), *die met de orde-eigenschap in overeenstemming is, een element van P kan worden*

---

[5]) Eerst deze begripssplitsing heeft mij in staat gesteld, het machtigheidskarakter, dat ik in vroegere geschriften slechts voor zekere speciale verzamelingen kon toelaten, uit te breiden tot alle soorten, en zoo in zekeren zin het bestaansrecht van de comprehensieve opvatting der soorten te herstellen.

[6]) d. w. z. tusschen twee willekeurige van elkaar verschillend gebleken elementen.

[7]) d. w. z. bij elke onbepaald voortgezette reeks van relaties „na" of „niet na" tot de in een fundamentaalreeks afgeteelde elementen van *M*.

aangewezen, waarvoor deze relaties zijn vervuld, dan bezit P het ordinaalgetal 9.

In de theorie der *welgeordende verzamelingen* moeten allereerst de beide hoofdtheorema's, dat twee willekeurige welgeordende verzamelingen vergelijkbaar zijn, en dat elke deelverzameling eener welgeordende verzameling een eerste element bezit, die de belangrijkste bewijsmiddelen der klassieke theorie vormen, worden prijsgegeven; dientengevolge heeft hier de nieuwe constructieve theorie met haar voorgangster zoo goed als geen punten van overeenstemming meer, nòch naar den vorm, nòch naar den inhoud. In de plaats van het laatstgenoemde hoofdtheorema treedt de volgende stelling:

Een wet, die in een welgeordende soort een element bepaalt, en aan elk reeds bepaald element hetzij de stuiting van het proces, hetzij een er aan voorafgaand element toevoegt, bepaalt stellig een element, waaraan het de stuiting van het proces toevoegt.

De theorie der *vlakke puntverzamelingen* gaat uit van de verzameling Q der kwadraten, waarvan ten opzichte van een rechthoekig coördinatensysteem een der hoekpunten de coördinaten $\frac{a}{2^n}$ en $\frac{b}{2^n}$ en de (aan de assen evenwijdige) zijden de lengte $\frac{1}{2^n}$ of $\frac{1}{2^{n-1}}$ bezitten. Vervolgens wordt onder een *punt van het vlak* verstaan een onbepaald voortgezette reeks van kwadraten van Q, elk waarvan gelegen is in het binnengebied van het voorafgaande.

Op dezen grondslag moeten van de klassieke theorie der puntverzamelingen weder talrijke stellingen vervallen. Zoo blijft van het hoofdtheorema van Cantor slechts het volgende *negatieve* gedeelte van kracht:

Er kan geen afgesloten geordende puntverzameling bestaan, waarvan de machtigheid grooter is dan de aftelbaar oneindige, en waarvan ieder punt eenerzijds een eerstvolgend punt bezit, andererzijds van aftelbare orde is resp. een eindigen afstand bezit van de soort der later geordende punten.

Bovendien moet deze partieele eigenschap bewezen worden volgens een methode, ganschelijk verschillend van de gewone, die immers op het principium tertii exclusi berust. Men kan b.v. als volgt redeneeren:

Een puntverzameling π, waarvan de machtigheid grooter is, dan de aftelbaar oneindige, is slechts zóó te ordenen, dat achtereenvolgens eindige verzamelingen $i_1, i_2, \ldots$ van eindige keuzenreeksen, die geen voortzettingen van elkander zijn, geordend worden, waarbij dan voor elke k zekerheid moet bestaan, dat $\Xi \{i_{k+1}, i_{k+2}, \ldots\}$ van ieder

eindsegment van iedere oneindige keuzenreeks een beginsegment bevat. Door nu in $\mathfrak{S}\{i_{k+1}, i_{k+2}, \ldots\}$ slechts die keuzenreeksen te behouden, die geen voorafgaande keuzenreeks als beginsegment bevatten, bepalen wij een telbare verzameling j_k van keuzenreeksen. Aan de hand van de voortschrijdende constructie der j_ν kan dan bij den opbouw van een willekeurige j_ν, voor iedere daartoe behoorende keuzenreeks, telkens slechts voor hoogstens één enkel als voortzetting daarvan voortgebracht punt (namelijk voor datgene, dat hierdoor bepaald wordt, dat voor $\mu > \nu$ in elke volgende j_μ steeds de *laatst* geordende voortzetting der reeds voorhanden keuzenreeks is te kiezen) de zekerheid worden geconstrueerd, dat het in de resulteerende ordening van π een eerstvolgend punt bezit. Het cardinaalgetal van de soort der punten, waarvoor deze zekerheid te verkrijgen is, kan dus onmogelijk grooter dan het aftelbaar oneindige zijn [8]).

In de plaats van het *positieve* gedeelte van het hoofdtheorema van CANTOR treedt in de intuitionistische verzamelingsleer een uitvoerige *karakteriseering* der puntverzamelingen en puntsoorten, die de door dit positieve gedeelte uitgedrukte eigenschap bezitten [9]).

[8]) Dit bewijs bevindt zich reeds in de beide laatste in noot [2]) geciteerde geschriften, doch de er voor gebruikte terminologie is daar nog niet in overeenstemming met de in mijn verhandeling ingevoerde, terwijl in mijn beoordeeling van het werk van SCHOENFLIES bovendien ter bewuster plaatse eenige schrijffouten voorkomen (p. *81* moet r. 3 en 19 in plaats van „Teilmenge zweiter Art" gelezen worden „nicht-abzählbare Teilmenge zweiter Art", r. 10 in plaats van „von Gebieten $e_1, e_2, \ldots$" gelezen worden „von einander enthaltenden Gebieten $e_{\alpha_1}, e_{\alpha_2}, \ldots$" en r. 11 in plaats van „zu $i_1, i_2, \ldots$." gelezen worden „zu $i_{\alpha_1}, i_{\alpha_2}, \ldots$.").

[9]) In mijn in noot [2]) geciteerde geschriften (met uitzondering van het laatste), waarin de consequenties van het intuitionisme zich nog niet zoo duidelijk voor mij hadden afgeteekend, kleven aan de constructieve definitie van een verzameling nog twee onnoodige beperkende onderstellingen; de daar beschouwde puntverzamelingen zijn n.l. in mijn tegenwoordige terminologie ten eerste plaatselijk geïndividualiseerd, en laten ten tweede een volledige inwendige afbreking toe. Het gevolg hiervan is, dat b.v. in mijn beoordeeling van het boek van SCHOENFLIES het hoofdtheorema in plaats van als onjuist, als vanzelfsprekend wordt voorgesteld, en dat de aldaar gemaakte onderscheiding tusschen welgeconstrueerde puntverzamelingen en puntverzamelingen in het algemeen (de gelijktijdige splitsing eener welgeconstrueerde puntverzameling in een verzameling van de eerste en een verzameling van de tweede soort — waarvan de eerste een bijzonder geval van de laatste vormt — worde als niet-essentieel teruggenomen) zich eerst na opheffing der genoemde beperkende onderstellingen practisch dekt met de tegenwoordige onderscheiding tusschen puntverzamelingen en puntsoorten.

Ten opzichte van het l.c. gegeven voorbeeld eener niet-welgeconstrueerde puntverzameling moet worden opgemerkt, dat de daaraan ten grondslag liggende functie $f(x)$ niet het volledige continuum als bestaansgebied heeft (vgl. mijn gelijktijdig met deze aan te bieden mededeeling over de decimale ontwikkeling der reëele getallen), dat r. 12 in plaats van „rational" moet worden gelezen „durch

De *inwendige grensverzamelingen* der klassieke theorie, d. w. z. de doorsneden van fundamentaalreeksen van arealen [10]), worden in de intuitionistische verzamelingsleer, daar ze niet noodzakelijk het karakter van verzamelingen hebben, als *inwendige grenssoorten* ingevoerd. Daarbij behoudt het theorema der klassieke verzamelingsleer, dat de doorsnede van twee inwendige grenssoorten weder een inwendige grenssoort is, zijn geldigheid; de analoge stelling voor de vereeniging vervalt echter, en van de hoofdeigenschap der inwendige grensverzamelingen der klassieke theorie, dat bij een willekeurige puntverzameling Q een inwendige grenssoort bestaat, die behalve Q uitsluitend grenspunten der finale cohaerentie van Q bevat, blijft slechts het volgende bestanddeel gehandhaafd:

Bij elke volledig afbreekbare puntverzameling π bestaat een inwendige grenssoort, die met de vereeniging van π en een deelsoort der afsluiting der finale cohaerentie van π plaatselijk congruent is en met π plaatselijk congruente puntverzameling als deelsoort bevat.

De klassieke definitie van *meetbaarheid* ondergaat in de intuitionistische verzamelingsleer slechts een kleine wijziging; de zekerheid der meetbaarheid vervalt echter zoowel voor arealen, als voor afgesloten puntsoorten en inwendige grenssoorten, terwijl de hoofdeigenschap van het klassieke meetbaarheidsbegrip, dat de vereeniging eener aftelbare verzameling van meetbare verzamelingen zonder gemeenschappelijke punten meetbaar en haar maat gelijk aan de som der maten harer componenten is, in de intuitionistische verzamelingsleer als volgt wordt geformuleerd:

Als F een zoodanige fundamentaalreeks van meetbare puntsoorten is, dat de inhouden der vereenigingen harer beginsegmenten een gelimiteerde reeks i vormen, dan is ook de vereeniging van F meetbaar en haar inhoud gelijk aan i.

Het spreekt van zelf, dat het begrip van *punt van het vlak* een aanzienlijke verenging ondergaat, als in zijn definitie in plaats van „onbepaald voortgezette reeks", „fundamentaalreeks" wordt gelezen. Opmerkelijk is echter, dat het analogon op het lineaire continuum zelfs van dit *engere* puntbegrip, nog aanmerkelijk meer omvat, dan het klassieke lineaire puntbegrip, dat op de *snede* berust, zooals in mijn gelijktijdig met deze aan te bieden mededeeling over de decimale ontwikkeling der reëele getallen nader wordt uiteengezet.

einen endlichen Dualbruch darstellbar", en dat men een veel eenvoudiger voorbeeld eener niet-welgeconstrueerde puntverzameling bezit in de soort der eindig definieerbare punten van het vlak.

[10]) Het begrip „areaal" (Bereich) omvat het begrip „gebied" als bijzonder geval.

Wiskunde. — De Heer BROUWER biedt een mededeeling aan: *„Besitzt jede reelle Zahl eine Dezimalbruchentwickelung?"* [1])

§ 1.

Existenzbereich der unendlichen Dezimalbruchentwickelung auf dem Kontinuum.

Verstehen wir in der Menge der endlichen Dualbrüche ≥ 0 und ≤ 1 unter einem Intervalle λ_ν ein zwei Dualbrüche $\frac{a}{2^\nu}$ und $\frac{a+2}{2^\nu}$ als Endelemente besitzendes geschlossenes Intervall, unter einem *Punkte des Kontinuums* eine in unbegrenzter Fortsetzung begriffene Folge von Intervallen λ, deren jedes im Innern des nächstvorangehenden enthalten ist [2]), unter x einen variablen Punkt des Kontinuums, unter $F_n(x)$ einen n-stelligen Dezimalbruch mit der Eigenschaft, dass jeder links von ihm liegende Punkt des Kontinuums links von einem Intervalle von x liegt, während $F_n(x) + 10^{-n}$ rechts von einem Intervalle von x liegt, unter $F(x)$ die eindeutige unendliche Dezimalbruchentwickelung von x, so besitzt $F_n(x)$ die (übrigens allen unstetigen Funktionen gemeinsame) Eigenschaft, dass ihr Existenzbereich G_n *nicht* mit dem Kontinuum zusammenfallen [3]) kann. Der Existenzbereich $G = \mathfrak{D}(G_1, G_2, \ldots)$ von $F(x)$ kann also erst recht nicht mit dem Kontinuum zusammenfallen, obgleich er sich (ebenso wie der Existenzbereich der regelmässigen Kettenbruchentwickelung von x) dem Kontinuum so eng anschmiegt, dass er mit

[1]) Der Inhalt dieser Abhandlung wurde am 22. September 1920 auf der Naturforscherversammlung in Bad Nauheim vorgetragen.

[2]) Vgl. meine in Bd. XII der Verhandelingen der Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam (Eerste Sectie) erschienene Abhandlung: *„Begründung der Mengenlehre unabhängig vom logischen Satz vom ausgeschlossenen Dritten"*, 2. Teil, S. 3, 4. Wie daselbst S. 4 Fussnote [1]) hervorgehoben und durch die vorliegende Arbeit klar ins Licht gestellt wird, sind die beiden S. 9 des 1. Teiles benutzten Begriffe der „reellen Zahl" bedeutend enger als der hier definierte Begriff des Punktes des Kontinuums. In einem ganz andern, aus dem Zusammenhang ersichtlichen Sinne wird der Ausdruck „reelle Zahl" der Expressivität wegen in der Ueberschrift und im Schlussparagraphen der vorliegenden Arbeit gebraucht.

[3]) a. a. O., 2. Teil, S. 5.

demselben einerseits örtlich übereinstimmt [1]), andrerseits inhaltsgleich [2]) ist [3]).

Die Definition des Punktes des Kontinuums erleidet indessen eine erhebliche Einschränkung, wenn wir in derselben statt „in unbegrenzter Fortsetzung begriffene Folge", „Fundamentalreihe" [4]) lesen. Zweck der folgenden Paragraphen ist, klarzustellen, inwiefern für diese *Punkte des Kontinuums im engern Sinne,* die unendliche Dezimalbruchentwickelung existiert.

§ 2.

Die Ergänzungselemente der abzählbar unendlichen, überall dicht geordneten Mengen.

Es sei eine abzählbar unendliche, im engern Sinne überall dicht geordnete [5]) Menge H gegeben. Es seien $g_1, g_2, g_3, \ldots$ die nach irgend einem, H als abzählbar unendliche Menge charakterisierenden, Abzählungsgesetze γ numerierten Elemente von H und es sei $\Xi(g_1, g_2, \ldots g_\nu) = s_\nu$ gesetzt. Unter einem i_ν bzw. j_ν verstehen wir ein (eventuell aus einem einzigen Elemente bestehendes) geschlossenes Intervall [6]) von H, deren Endelemente zu s_ν gehören, deren Inneres aber höchstens ein bzw. kein einziges Element von s_ν enthält.

Unter einem *Ausfüllungselemente* r von H verstehen wir *erstens* eine jedenfalls ein Element besitzende Spezies von in unbegrenzter Fortsetzung begriffenen Folgen $r_\alpha, r_{\alpha+1}, r_{\alpha+2}, \ldots$ (α eine für r bestimmte positive ganze Zahl), wo jedes r_ν ein i_ν und jedes $r_{\alpha+\nu+1}$ in $r_{\alpha+\nu}$ enthalten ist, während r_ν für jedes ν zu einer für r bestimmten Spezies S_ν gehört, von der je zwei Elemente ein Element von s_ν gemeinsam haben; *zweitens* eine jedenfalls ein Element besitzende Spezies von in unbegrenzter Fortsetzung begriffenen Folgen $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \ldots$ von je ein bestimmbares Element besitzenden abtrennbaren Teil-

[1]) a. a. O., 2. Teil, S. 6.

[2]) a. a. O., 2. Teil, S. 29, 30.

[3]) Natürlich kann auch der Existenzbereich einer mittels einer Funktion der unendlichen Dezimalbruchentwickelung von x erklärten Funktion von x nicht über G hinausgehen. Z. B. hat die im Jahresber. d. D. M.-V. 23, S. *80* von mir definierte Funktion $f(x)$ genau G zum Existenzbereich. Während aber die Funktion $F(x)$ des Textes in der auf dem Kontinuum überall dichten Punktmenge G *gleichmässig stetig* ist und sich *auf Grund dieser Eigenschaft* zu einer *auf dem vollen Kontinuum existierenden* Funktion $\varphi(x) = x$ erweitern lässt, ist für $f(x)$ jede Erweiterung auf das volle Kontinuum ausgeschlossen.

[4]) Vgl. „*Begründung der Mengenlehre usw.*", 1. Teil, S. 14.

[5]) a. a. O., 1. Teil, S. 16.

[6]) a. a. O., 1. Teil, S. 13.

mengen [1]) von H, wenn in jeder Folge jedes $\zeta_{\nu+1}$ in ζ_ν enthalten ist und eine Fundamentalreihe $n_1, n_2, n_3, \ldots (n_{\nu+1} \geq n_\nu)$ von ganzen positiven Zahlen und ein Ausfüllungselement erster Art r_0 von H bestimmt sind mit der Eigenschaft, dass zu jedem Elemente $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \ldots$ von r ein Element $F_\alpha, F_{\alpha+1}, F_{\alpha+2}, \ldots$ von r_0 existiert, so dass ζ_{n_ν} zu $F_{\alpha+\nu}$ gehört.

Unter einem *Ergänzungselemente nullter Ordnung* oder kurz einem *Ergänzungselemente* r von H verstehen wir *erstens* eine Fundamentalreihe $F_\alpha, F_{\alpha+1}, F_{\alpha+2}, \ldots$ (α eine für r bestimmte positive ganze Zahl), wo jedes F_ν ein i_ν und jedes $F_{\alpha+\nu+1}$ in $F_{\alpha+\nu}$ enthalten ist; *zweitens* eine jedenfalls ein Element besitzende Spezies von in unbegrenzter Fortsetzung begriffenen Folgen $\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \ldots$ von je ein bestimmbares Element besitzenden abtrennbaren Teilmengen von H, wenn in jeder Folge jedes $\zeta_{\nu+1}$ in ζ_ν enthalten ist und eine Fundamentalreihe $n_1, n_2, n_3, \ldots (n_{\nu+1} \geq n_\nu)$ von ganzen positiven Zahlen und ein Ergänzungselement erster Art $F_\alpha, F_{\alpha+1}, F_{\alpha+2}, \ldots$ von H bestimmt sind, so dass jedes ζ_{n_ν} von r zu $F_{\alpha+\nu}$ gehört. [2])

Wenn ${}_1r$ und ${}_2r$ Ausfüllungselemente von H sind und jedes ${}_1F_\mu$ mit jedem ${}_2F_\nu$ ein gemeinsames Element besitzt, so sagen wir, dass ${}_1r$ und ${}_2r$ *in H zusammenfallen*. Ein mit einem Ergänzungselemente von H in H zusammenfallendes Ausfüllungselement von H *wird gleichfalls als Ergänzungselement von H bezeichnet.*

Wenn das Element g von H zu jedem F_ν des Ausfüllungselementes r von H gehört, so sagen wir, dass r und g *in H zusammenfallen.*

Wenn ${}_1r$ und ${}_2r$ Ausfüllungselemente von H sind und man ein ${}_1F_\mu$ und ein ${}_2F_\nu$ ohne gemeinsame Elemente angeben kann, so sagen wir, dass ${}_1r$ und ${}_2r$ *in H örtlich verschieden sind.*

Wenn man ein F_ν des Ausfüllungselementes r von H angeben kann, zu dem das Element g von H nicht gehört, so sagen wir, dass r und g *in H örtlich verschieden sind.*

Das Ergänzungselement bzw. Ausfüllungselement r von H heisst ein *Ergänzungselement erster Ordnung* von H, wenn für jedes Element g von H entweder die Relation $g \geq r$ (d. h. jedes rechts von g gelegene Element von H liegt rechts von einem bestimmbaren F_ν von r), oder die Relation $g \leq r$ (d. h. jedes links von g gelegene Element von H liegt links von einem bestimmbaren F_ν von r) hergeleitet werden kann, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn r mit einem Ergänzungselemente r' von H, von dem jedes F'_ν ein j_ν ist, zusammenfällt.

[1]) a. a. O., 1. Teil, S. 4.

[2]) Ob der Begriff des Ausfüllungselementes sich auf den des Ergänzungselementes zurückführen lässt, bleibe hier dahingestellt.

Die Ergänzungselemente erster Ordnung von H *entsprechen den Dedekindschen Schnitten* von H.

Das Ergänzungselement erster Ordnung r von H heisst ein *Ergänzungselement zweiter Ordnung* von H, wenn für jedes Element g von H die Relation $g \leq r$ entweder hergeleitet, oder ad absurdum geführt werden kann, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn r' sich so wählen lässt, dass kein μ mit der Eigenschaft, dass die rechten Endelemente von F'_ν und F'_μ für jedes $\nu > \mu$ identisch sind, existieren kann.

Das Ergänzungselement zweiter Ordnung r von H heisst ein *Ergänzungselement dritter Ordnung* von H, wenn für jedes Element g von H entweder die Relation $g > r$ (d. h. man kann ein links von g gelegenes F_ν von r bestimmen), oder die Relation $g \leq r$ hergeleitet werden kann, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn r' sich so wählen lässt, dass zu jedem F'_μ ein solches F'_ν bestimmt werden kann, dessen rechtes Endelement links vom rechten Endelemente von F'_μ gelegen ist.

Ein Ergänzungselement dritter Ordnung von H heisst ein *Ergänzungselement vierter Ordnung* von H, wenn für jedes Element g von H entweder die Relation $g > r$, oder die Relation $g = r$ (d. h. g und r fallen in H zusammen), oder schliesslich $g < r$ (d. h. man kann ein rechts von g gelegenes F_ν von r bestimmen) hergeleitet werden kann, oder, was auf dasselbe hinauskommt, wenn r' sich so wählen lässt, dass zu jedem F'_μ ein solches $\nu > \mu$ bestimmt werden kann, dass die beiden Endelemente von F'_ν von den beiden Endelementen von F'_μ verschieden sind.

Die vorstehenden Definitionen der Ausfüllungselemente sowie der Ergänzungselemente nullter, erster, zweiter, dritter und vierter Ordnung von H sind für gegebene ordnende Relationen in H offenbar unabhängig vom Abzählungsgesetze γ.

Sei M eine endliche Menge oder eine Fundamentalreihe von Ergänzungselementen vierter Ordnung von H_ν, deren je zwei in H_ν örtlich verschieden sind und deren jedes von jedem Elemente von H_ν in H_ν örtlich verschieden ist. Die Vereinigung von M und H_ν bildet eine abzählbar unendliche, im engern Sinne überall dicht geordnete Menge $H_{\nu+1}$. Jedes Ergänzungselement von H_ν ist gleichzeitig Ergänzungselement von $H_{\nu+1}$ und jedes Ergänzungselement h-ter Ordnung von $H_{\nu+1}$ fällt in $H_{\nu+1}$ zusammen mit einem Ergänzungselemente h-ter Ordnung von H_ν.

Die vorstehende Beziehung besteht sowohl zwischen der geordneten Menge der endlichen Dualbrüche H_0 und der geordneten Menge der

endlichen Dezimalbrüche H_1, wie zwischen H_1 und der geordneten Menge der rationalen Zahlen H_2.

§ 3.

Ergänzungselemente, Dezimalbruchentwickelungen und Kettenbruchentwickelungen.

Ein Ergänzungselement erster Ordnung von H lässt in H die *Ortsbestimmung erster Ordnung* zu, welche sich, wenn H als die Menge der endlichen Dezimalbrüche gelesen wird, als die *mehrdeutige unendliche Dezimalbruchentwickelung* herausstellt. Umgekehrt ist jedes Ausfüllungselement von H, das in H die Ortsbestimmung erster Ordnung zulässt, ein Ergänzungselement erster Ordnung von H.

Die Ortsbestimmung erster Ordnung in H kann für in H zusammenfallende Ergänzungselemente von H verschieden ausfallen.

Ein Ergänzungselement zweiter Ordnung von H lässt in H die *Ortsbestimmung zweiter Ordnung* zu, welche sich, wenn H als die Menge der endlichen Dezimalbrüche gelesen wird, als die *eindeutige unendliche Dezimalbruchentwickelung* (für welche die Existenz einer letzten von 9 verschiedenen Ziffer ausgeschlossen ist) herausstellt. Umgekehrt ist jedes Ausfüllungselement von H, das in H die Ortsbestimmung zweiter Ordnung zulässt, ein Ergänzungselement zweiter Ordnung von H.

Zwei Ergänzungselemente von H, für welche die Ortsbestimmung zweiter Ordnung in H verschieden ausfällt, können in H nicht zusammenfallen.

Ein Ergänzungselement dritter Ordnung von H lässt in H die *Ortsbestimmung dritter Ordnung* zu, welche sich, wenn H als die Menge der rationalen Zahlen gelesen wird, als die *unendliche reduziert-regelmässige Kettenbruchentwickelung* herausstellt. Umgekehrt ist jedes Ausfüllungselement von H, das in H die Ortsbestimmung dritter Ordnung zulässt, ein Ergänzungselement dritter Ordnung von H.

Zwei Ergänzungselemente von H, für welche die Ortsbestimmung dritter Ordnung in H verschieden ausfällt, sind in H örtlich verschieden.

Ein Ergänzungselement vierter Ordnung von H lässt in H die *Ortsbestimmung vierter Ordnung* zu, welche sich, wenn H als die Menge der rationalen Zahlen gelesen wird, als die *eindeutige regelmässige Kettenbruchentwickelung* (welche eventuell endlich ausfallen kann) herausstellt. Umgekehrt ist jedes Ausfüllungselement von H, das in H die Ortsbestimmung vierter Ordnung zulässt, ein Ergänzungselement vierter Ordnung von H.

Zwei Ergänzungselemente von H, für welche die Ortsbestimmung vierter Ordnung in H verschieden ausfällt, sind in H örtlich verschieden.

§ 4.

Existenz der Dezimalbruchentwickelung reeller algebraischer Zahlen.

Seien r_1 und r_2 beliebige reelle algebraische Zahlen, d. h. je einer algebraischen Gleichung mit ganzen rationalen Koeffizienten genügende Ausfüllungselemente der von den rationalen Zahlen gebildeten geordneten Menge H_2. Alsdann kann man eine algebraische Gleichung $F(x) \equiv a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0$ mit ganzen rationalen Koeffizienten und nicht verschwindender Diskriminante D bestimmen, der sowohl r_1 wie r_2 genügt. Seien $w_1, w_2, \ldots w_n$ die (mit jedem beliebigen Grade der Genauigkeit approximierbaren) Wurzeln von $F(x) = 0$, so können w_r und w_s für $r \neq s$ nicht in H_2 zusammenfallen. Sei ϱ eine rationale Zahl, welche die Moduln aller Wurzeln von $F(x) = 0$ übersteigt, und $b = 2\varrho$, so ist

$$| w_r - w_s | < b \qquad (r \neq s).$$

Weil aber

$$\prod_{\mu \neq \nu} (w_\mu - w_\nu)^2 = \frac{D}{a_0^{2n-2}},$$

so ist andrerseits

$$| w_r - w_s |^2 > \frac{D}{a_0^{2n-2}\, b^{n^2-n-2}},$$

so dass wir mittels hinreichend genauer Approximierung von r_1 und r_2 entweder Sicherheit erlangen, dass r_1 und r_2 mit derselben Wurzel w_α zusammenfallen, oder ein r_1 und r_2 trennendes rationales Intervall bestimmen können. Indem wir dieses Resultat zunächst spezialisieren für den Fall, dass r_2 eine rationale Zahl ist, ersehen wir mühelos, dass r_1 in H_2 entweder mit einem Elemente von H_2 zusammenfällt oder von jedem Elemente von H_2 örtlich verschieden ist, so dass r_1 *sich als Ergänzungselement vierter Ordnung von* H_2 erweist, mithin *sowohl in einen eindeutigen unendlichen Dezimalbruch, wie in einen eindeutigen regelmässigen Kettenbruch entwickelt werden kann.*

Setzen wir nun weiter voraus, dass weder r_1 noch r_2 mit einem Elemente von H_2 zusammenfällt, so *fallen sie entweder in* H_2 *zusammen, oder sind in* H_2 *örtlich verschieden.*

Hieraus folgern wir, dass die Spezies der reellen algebraischen Zahlen eine abzählbar unendliche, im engern Sinne überall dicht geordnete Menge H_3 bildet, welche zu H_2 die am Schluss von § 2 erklärte Beziehung eines $H_{\nu+1}$ zu einem entsprechenden H_ν besitzt.

§ 5.

Existenz der Dezimalbruchentwickelung von π.

Seien a und b ganze positive Zahlen und $a < b$. Wir verstehen unter K_0 den unbedingt konvergenten [1]) unendlichen Kettenbruch

$$\left[\frac{a}{b}, -\frac{a^2}{(2\nu+1)\,b}\right]_1^\infty$$

und unter K_m den unbedingt konvergenten unendlichen Kettenbruch

$$\left[\frac{a^2}{(2m+1)\,b}, -\frac{a^2}{(2\nu+1)\,b}\right]_{m+1}^\infty.$$

Alsdann gelten die Beziehungen

$$tg\,\frac{a}{b} = K_0 = \frac{a}{b - K_1}$$

$$K_m = \frac{a^2}{(2m+1)\,b - K_{m+1}} \qquad (m \geq 1)$$

Seien $x_0, x_1, x_2, \ldots$ reelle Variablen, welche durch die Beziehungen

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= \frac{a}{b - x_1} \\ x_m &= \frac{a^2}{(2m+1)\,b - x_{m+1}} \qquad (m \geq 1) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (\dagger)$$

verbunden sind, und x'_a eine rationale Zahl zwischen 0 und 1, also $< \frac{1}{2}b$. Mittels (†) leiten wir aus x'_a weitere rationale Zahlen $x'_{a-1}, x'_{a-2}, \ldots x'_1, x'_0$ und $x'_{a+1}, x'_{a+2}, \ldots$ her. Von diesen fallen $x'_{a-1}, x'_{a-2}, \ldots x'_1, x'_0$ alle positiv aus, während $x'_{a-1}, x'_{a-2}, \ldots x'_1$ alle $< \frac{1}{2}b$ und $x'_0 < \frac{2a}{b}$ wird. Weiter kann man ein kleinstes $r > a$ bestimmen mit der Eigenschaft, dass $x_r' \leq 0$ oder ≥ 1 wird [2]).

Sei a eine (für das weitere hinreichend klein gewählte) positive rationale Zahl und η_a ein solches geschlossenes rationales Wertintervall von x_a, dass sowohl η_a, wie die auf Grund von (†) entsprechenden Wertintervalle $\eta_{a+1}, \eta_{a+2}, \ldots \eta_r$ von $x_{a+1}, x_{a+2}, \ldots x_r$ rechts vom Werte 0 und links vom Werte 1 liegen, während, wenn wir noch die auf Grund von (†) entsprechenden Wertintervalle von $x_{a-1}, x_{a-2}, \ldots x_0$ mit $\eta_{a-1}, \eta_{a-2}, \ldots \eta_0$ bezeichnen, jedes K_ν für $0 \leq \nu \leq r$ in η_ν enthalten ist und eine Entfernung $> 2a$ von den Endwerten von η_ν besitzt. Alsdann können wir eine solche ganze nichtnegative Zahl $s \leq r$ bestimmen, dass $x'_0, x'_1, \ldots x'_{s-1}$ der Reihe nach in $\eta_0, \eta_1, \ldots \eta_{s-1}$ enthalten sind, während x'_s eine Entfernung $> a$ von K_s besitzt.

[1]) Vgl. Pringsheim, Münchener Berichte 28 (1898), S. 299 fgg.

[2]) a. a. O., S. 318.

Sei β' eine solche positive rationale Zahl, dass für jedes zu η_0 gehörige x_s die Ungleichung

$$\frac{dx_0}{dx_s} > \beta'$$

gilt, so besitzt x'_0 eine Entfernung $> a\beta'$ von K_0.

Sei x_0'' eine solche rationale Zahl, dass die auf Grund von (†) entsprechende Zahl $x_a'' \leq 0$ oder ≥ 1 ausfällt. Alsdann können wir eine solche ganze nichtnegative Zahl $t \leq a$ bestimmen, dass $x''_0, \ldots x''_{t-1}$ der Reihe nach in $\eta_0, \ldots \eta_{t-1}$ enthalten sind, während x_t'' eine Entfernung $> a$ von K_t besitzt.

Sei β'' eine solche positive rationale Zahl, dass für jedes zu η_0 gehörige x_s die Ungleichung

$$\frac{dx_0}{dx_t} > \beta''$$

gilt, so besitzt x_0'' eine Entfernung $> a\beta''$ von K_0.

Zu einer beliebigen positiven rationalen Zahl $i_1 < 1$ und einer beliebigen positiven rationalen Zahl i kann man mithin eine solche positive rationale Zahl $i_2 < 1$ bestimmen, dass

$$| i - tg\, i_1 | > i_2.$$

Insbesondere kann man zu einer beliebigen positiven rationalen Zahl $i_1 < 1$ eine solche positive rationale Zahl $i_2 < 1$ bestimmen, dass

$$| 1 - tg\, i_1 | > i_2,$$

mithin auch (weil im zwischen den Werten 0 und 2 enthaltenen Wertegebiet von y die Ungleichung

$$\frac{d\, arctg\, y}{dy} \geq \frac{1}{5}$$

besteht)

$$\left| \frac{\pi}{4} - i_1 \right| > \frac{i_2}{5},$$

so dass *die Zahl π sich als Ergänzungselement vierter Ordnung von H_2 erweist*[1]), *mithin sich sowohl in einen eindeutigen unendlichen Dezimalbruch wie in einen eindeutigen regelmässigen Kettenbruch entwickeln lässt.*

Die Entwickelungen dieses und des vorangehenden Paragraphen bieten Beispiele der Charakterisierung von Ergänzungselementen bzw. Ausfüllungselementen r von H als Ergänzungselemente vierter

[1]) Die gleiche Eigenschaft der Zahl e ist eine unmittelbare Folge der regelmässigen Kettenbruchentwickelung

$$\frac{e-1}{2} = \left[\frac{1}{1}, \frac{1}{2+4\nu}\right]_1^\infty.$$

Ordnung von H mittels *positiver Rationalitätsbeweise in* H (die ein Element von H bestimmen, mit dem r zusammenfällt) oder *positiver Irrationalitätsbeweise in* H (die r als von jedem Elemente von H örtlich verschieden erkennen lassen). Hierzu ist zu bemerken, dass sich aus einem *negativen Rationalitäts- bzw. Irrationalitätsbeweise in* H (der die Annahme, dass r von jedem Elemente von H örtlich verschieden wäre bzw. mit einem Elemente von H zusammenfiele, ad absurdum führt) nicht einmal folgern lässt, dass r Ergänzungselement erster Ordnung von H ist. Eben deshalb haben wir in diesem § den LAMBERTschen negativen Irrationalitätsbeweis von π einer passenden Umarbeitung unterzogen und in die obige positive Form gebracht. Die weiteren klassischen Beweise desselben Satzes lassen sich übrigens in analoger Weise ergänzen.

§ 6.

Reelle Zahlen, welche keine Dezimalbruchentwickelung besitzen.

Sei c_n die n-te Ziffer der unendlichen Dezimalbruchentwickelung von π. Wir werden sagen, dass n sich im *ersten Falle* befindet, wenn $c_n, c_{n+1}, \ldots . c_{n+4}$ alle gleich sind, im *zweiten Falle*, wenn $c_n, c_{n+1}, \ldots . c_{n+9}$ alle verschieden sind, und im *dritten Falle*, wenn weder der erste, noch der zweite Fall vorliegt.

Wir definieren ein Ergänzungselement r der geordneten Menge der endlichen Dezimalbrüche H_1 mittels der unendlichen Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 10^{-n-1},$$

wo $a_n = 0$, wenn n sich im ersten Falle befindet, $a_n = 10$, wenn n sich im zweiten Falle befindet, sonst $a_n = 9$.

Dieses Ergänzungselement würde erst dann ein Ergänzungselement erster Ordnung von H_1 darstellen, m. a. W. eine unendliche Dezimalbruchentwickelung zulassen, wenn man eine Methode besässe, für jedes beliebige im dritten Falle befindliche n, *entweder* die Existenz eines im zweiten Falle befindlichen $m > n$ mit der Eigenschaft, dass jede zwischen n und m liegende ganze Zahl sich im dritten Falle befände, ad absurdum zu führen, *oder* die Existenz eines im ersten Falle befindlichen $m > n$ mit der Eigenschaft, dass jede zwischen n und m liegende ganze Zahl sich im dritten Falle befände, ad absurdum zu führen.

Wir definieren weiter ein Ergänzungselement erster Ordnung r von H_1 mittels der unendlichen Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 10^{-n-1},$$

wo jedes a_n entweder gleich 0 oder gleich 9 ist, während $a_1 = 9$ und a_{n+1} dann und nur dann von a_n verschieden ist, wenn n sich im zweiten Falle befindet.

Dieses Ergänzungselement erster Ordnung würde erst dann ein Ergänzungselement zweiter Ordnung von H_1 darstellen, m. a. W. die im § 3 definierte eindeutige unendliche Dezimalbruchentwickelung zulassen, wenn man eine Methode besässe, für jedes ganze positive n mit der Eigenschaft, dass entweder keine oder eine gerade Anzahl von ganzen positiven Zahlen $\leq n$ sich im zweiten Falle befindet, *entweder* die Existenz *oder* die Abwesenheit eines im zweiten Falle befindlichen $m > n$ ad absurdum zu führen.

Ein Ergänzungselement dritter Ordnung von H_1 würde dasselbe Ergänzungselement erst dann darstellen, wenn man eine Methode besässe, für jedes ganze positive n mit der Eigenschaft, dass entweder keine oder eine gerade Anzahl von ganzen positiven Zahlen $\leq n$ sich im zweiten Falle befindet, *entweder* die Existenz eines im zweiten Falle befindlichen $m > n$ ad absurdum zu führen, *oder* ein im zweiten Falle befindliches $m > n$ anzugeben.

Wir definieren schliesslich ein Ergänzungselement dritter Ordnung r von H_1 mittels der unendlichen Reihe

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n \cdot 10^{-n-1},$$

wo $a_n = 9$, wenn n sich im zweiten Falle befindet, sonst $a_n = 0$.

Dieses Ergänzungselement dritter Ordnung würde erst dann ein Ergänzungselement vierter Ordnung von H_1 darstellen, wenn man eine Methode besässe, für jedes ganze positive n, *entweder* die Existenz eines im zweiten Falle befindlichen $m > n$ ad absurdum zu führen, *oder* ein im zweiten Falle befindliches $m > n$ anzugeben.

Sämtliche Beispiele dieses § fallen übrigens in H_1 zusammen mit Ergänzungselementen vierter Ordnung der geordneten Menge der endlichen Dualbrüche H_0.

Für Beispiele reeller Zahlen ohne Dezimalbruchentwickelung besteht bei der Weiterentwickelung der Mathematik stets die Möglichkeit, dass sie einmal hinfällig werden; dann aber können sie immer durch solche, welche ihre Gültigkeit behalten haben, ersetzt werden.

Scheikunde. — De Heer P. ZEEMAN biedt, namens de Heeren A. SMITS. L. v. D. LANDE en P. BOUMAN, een mededeeling aan: *„Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen"*.

(Mede aangeboden door den Heer S. HOOGEWERFF).

Sedert het onderzoek „Over terugloopende smeltlijnen" [1]), waarbij een indirect bewijs voor de aanwezigheid van gehydrateerde Na_2SO_4-moleculen in de waterige oplossing werd gevonden is nu en dan gezocht naar andere methodes, die ook in geval van een normaal verloopende smeltlijn antwoord zouden kunnen geven op de vraag of in de waterige oplossing hydraatvorming plaats heeft.

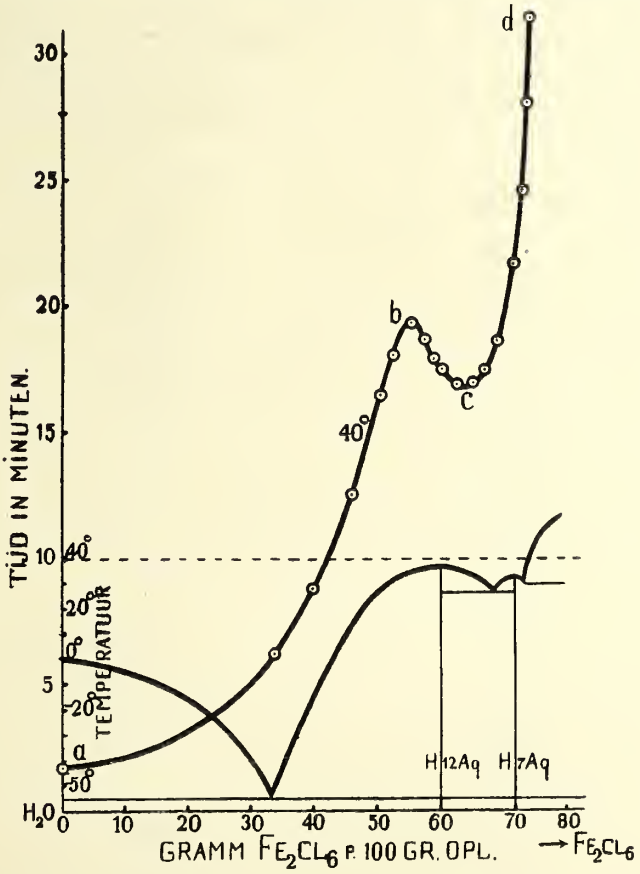


Fig. 1.

[1]) SMITS, Versl. Kon. Akad. v. Wet. **20**, 57 (1911).

Zoo zijn bij waterige oplossingen van hydraatvormende stoffen bij constante temperatuur verschillende eigenschappen, zooals b.v. spec. gew. oppervlakte-spanning, refractie enz. als functie van de samenstelling bestudeerd, waarbij krommen werden verkregen, die over het algemeen weinig of niets bijzonders leerden. Ook toen tot de bepaling van de viscositeit werd overgegaan werden aanvankelijk bij een paar stelsels weinig zeggende resultaten verkregen; in de overtuiging echter dat deze methode over het algemeen toch het meest voor het hier gestelde doel beloofde werd het onderzoek voortgezet met het gunstige resultaat, dat in een paar gevallen krommen werden verkregen, die op zéér overtuigende wijze voor het bestaan van hydraten in de waterige oplossingen pleiten.

De keuze was gevallen op het stelsel H_2O—$FeCl_3$, waarvan een deel van de smeltfiguur, zooals deze door BAKHUIS ROOZENBOOM is bestudeerd in Fig. 1 is weergegeven.

Het plan was nu het onderzoek te verrichten bij de temperatuur

conc. in gew. % Fe_2Cl_6	Uitvloeitijden in minuten.
0	1.70
33.50	6.15
39.58	8.70
46.13	12.50
50.19	16.45
52.57	18.05
55.39	19.32
57.45	18.66
58.69	17.92
60.18	17.50
62.44	16.90
65.09	16.95
66.84	17.50
68.45	18.60
71.06	21.73
72.88	24.63
73.83	28.17
74.12	31.80 (Deze oplossing is oververzadigd).

van 40°, omdat men dan zeer dicht over den top van den verbinding $Fe_2Cl_6 12aq$ (smpt. 37°) en over dien van $Fe_2Cl_6 7aq$ (smeltp. 32,5°) gaande, de grootste kans heeft, dat de homogene oplossing in die omgeving aanmerkelijke hydraat-concentraties zal bevatten. Immers bij hoogere temperaturen zullen de hydraten in den regel sterker dissocieeren en dus hun concentraties afnemen.

De gevonden uitvloeitijden bij 40° zijn in de tabel op de vorige pag. vereenigd.

Stellen wij deze uitkomsten grafisch voor, zooals in Fig. 1 is gedaan, dan krijgen wij een viscositeitskromme, die een zéér sterk uitgesproken maximum en minimum vertoont, liggend links en rechts van de samenstelling van het hydraat met 12aq.

Deze eigenaardige gedaante van de viscositeits-kromme moet m.i. op de volgende wijze geïnterpreteerd worden.

Wanneer zich in de oplossing geen hydraten vormden, zou de viscositeit van de oplossing met de Fe_2Cl_6-concentratie in voortdurend sterker mate toenemen, en ten slotte zouden zeer hooge waarden optreden, omdat de viscositeit van onderkoeld vloeibaar Fe_2Cl_6 bij 40° wel buitengewoon groot zal zijn.

Nu treedt hier bij *b* een afname van de viscositeit op, welke m. i. aan de toenemende hydraatconcentratie moet worden toegeschreven. Was nu alleen het hydraat Fe_2Cl_6 12 aq in oplossing bestaanbaar, dan was te verwachten, dat het minimum nabij de samenstelling van dit hydraat liggen zou.

Nu gaat men echter bij 40° niet alleen over den top van de smeltlijn van $Fe_2Cl_6 12 H_2O$, maar ook, zij het dan ook niet op zoo geringen afstand, over dien van de smeltlijn van $Fe_2Cl_6 7 H_2O$.

Bij de daling van *b* naar *c* zal dus ook een merkbare toename van de concentratie van het hydraat met $7 H_2O$ plaats grijpen en wanneer dit nu ook een viscositeitsvermindering veroorzaakt zal dit tot resultaat hebben, dat de viscositeitslijn, die tengevolge van de toename der Fe_2Cl_6-concentratie ten slotte toch weer zal moeten stijgen een minimum vertoont, liggende rechts van de samenstelling van het hydraat met 12 aq.

Nadat dit resultaat was verkregen en het plan was opgevat ook het stelsel H_2O—SO_3 te onderzoeken, omdat dit zich bijzonder daartoe scheen te leenen bleek, dat KNIETSCH [1]), die dit stelsel in verschillende richtingen bestudeerde, ook een viscositeitslijn geeft, die veel overeenkomst vertoont met de hierboven besproken kromme en waaraan tot heden geen aandacht was geschonken.

Deze omstandigheid bracht echter geen wijziging in ons plan,

[1]) Ber. 34, 4102 (1901).

daar ons doel was bij het stelsel H_2O—SO_3 den invloed van de temperatuur op de gedaante der viscositeitskromme na te gaan.

Uit de hiervolgende nog niet geheel voltooide T—X figuur van het stelsel H_2O—SO_3 zien wij, dat men bij 15° de toppen van de verbindingen $H_2SO_4.H_2O$ en H_2SO_4 passeert op temperatuursafstanden van 6,47°, resp. 4,65°.

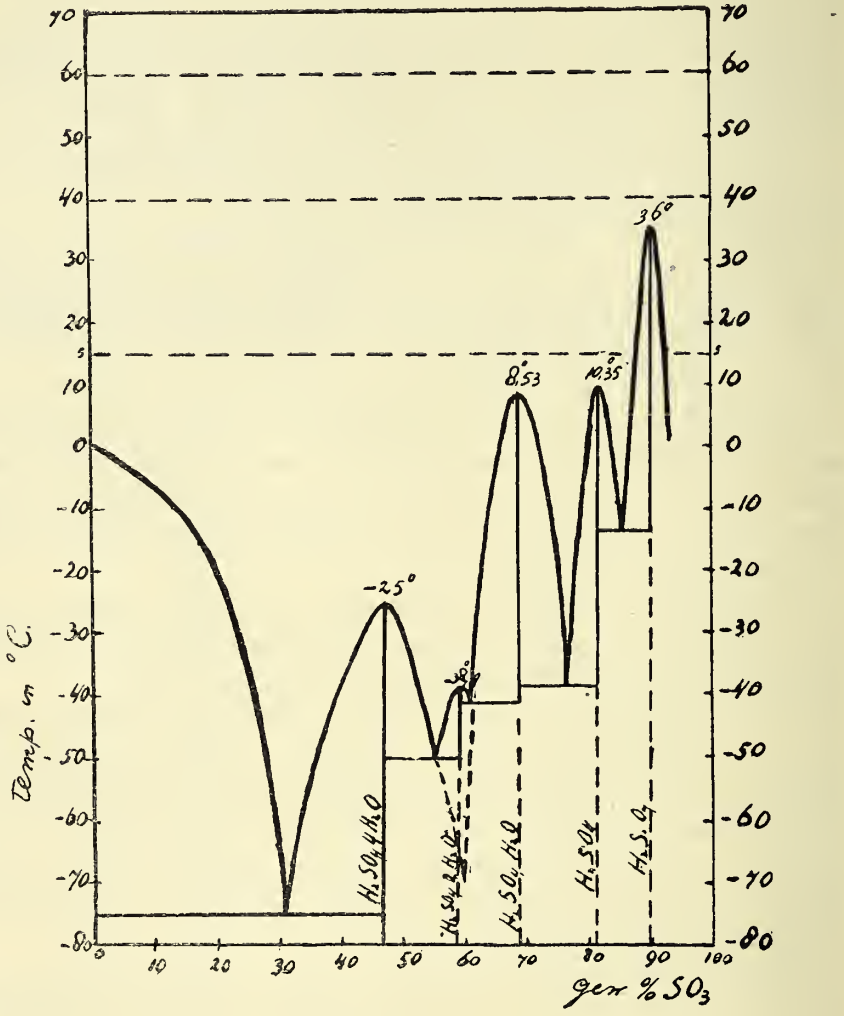


Fig. 2.

De verbindingen H_2SO_4 . 2 H_2O en H_2SO_4 . 4 H_2O passeert men ook wel, maar de smeltpunten van deze verbindingen liggen zoo ver beneden 15° (—38.9° resp. —25°) dat niet te verwachten is dat de viscositeitslijn bij 15° van deze hydraten nog zal gewagen.

Ook met het oog daarop werden de samenstellingen onderzocht tusschen 68 en 83 gew. % SO_3.

Het onderzoek werd nu verricht bij drie verschillende temperaturen, n.l. 15°, 40° en 60° met het volgende resultaat:

gew. % SO_3	Uitvloeitijd bij 15°	Uitvloeitijd bij 40°	Uitvloeitijd bij 60°
88,84	5 min. 27 1/5 sec.	2 min. 21 1/5 sec.	1 min. 20 4/5 „
82,13		2 „ 15 3/5 „	1 „ 18 4/5 „
81,72	4 „ 6 1/5 „		
81,55	4 „ 4 2/5 „	2 „ 10 2/5 „	1 „ 18 1/5 „
81,42	3 „ 56 4/5 „		
80,53	3 „ 56 4/5 „	2 „ 2/5 „	1 „ 15 3/5 „
77,55		1 „ 41 3/5 „	1 „ 7 2/5 „
76,27	4 „ 1 2/5 „		
75,72		1 „ 51 2/5 „	1 „ 7 4/5 „
75,33	4 „ 8 3/5 „		
75,19	4 „ 14 2/5 „		
75,03		1 „ 56 „	1 „ 10 1/5 „
73,96		1 „ 57 1/5 „	1 „ 10 3/5 „
72,69		1 „ 57 1/5 „	1 „ 10 4/5 „
72,08	4 „ 42 2/5 „		
69,72		2 „ 1 2/5 „	1 „ 10 2/5 „
69,60	4 „ 35 „		
64,78		1 „ 43 3/5 „	1 „ 2 3/5 „
63,76	3 „ 27 3/5 „		
63,28		1 „ 36 „	59 1/5 „

Fig. 3 geeft deze resultaten grafisch weer. Zij laat zien, dat de viscositeitslijn bij 15° inderdaad dezelfde gedaante bezit als die van het stelsel H_2O—Fe_2Cl_6 bij 40°. Verder toonen de krommen, die bij 40° en 60° gevonden zijn aan, dat het eigenaardige in de gedaante der viscositeitskromme bij hoogere temperatuur steeds minder spre-

kend wordt, hetgeen te verklaren is door de toenemende dissociatie der hydraten bij temperatuursverhooging.

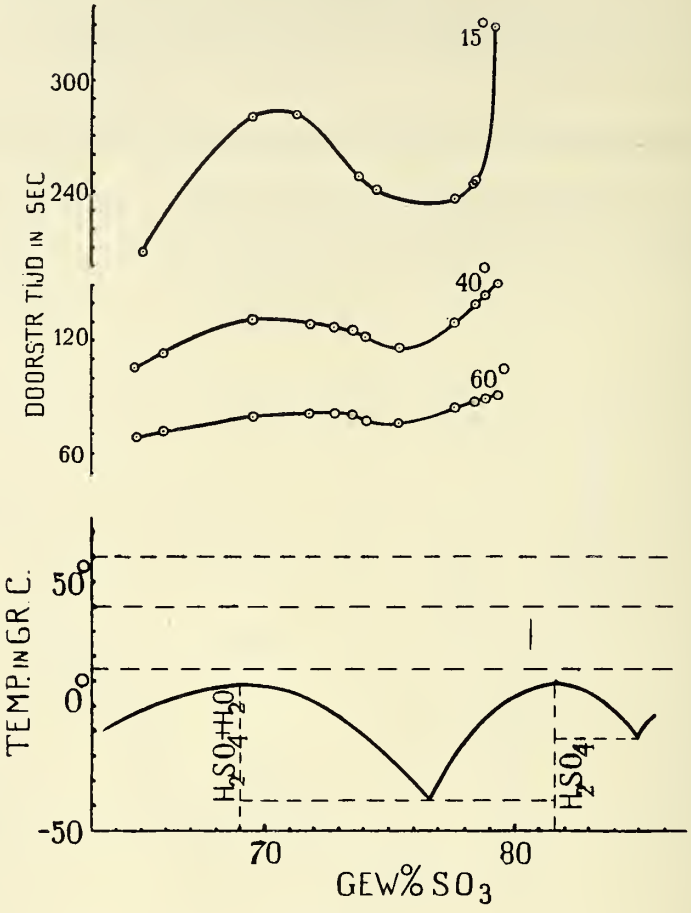


Fig. 3.

Laboratorium voor algemeene en anorganische chemie der Universiteit.

Amsterdam, 13 December 1920.

Scheikunde. De Heer P. ZEEMAN biedt, namens de Heeren A. SMITS en R. PH. BECK, een mededeeling aan: *„Over het electromotorisch gedrag van Magnesium I".*

(Mede aangeboden door den Heer S. HOOGEWERFF).

Zooals vroeger werd medegedeeld sluit het magnesium zich in electromotorisch gedrag nauw bij aluminium aan. Ook het zuivere magnesium is in den regel een in edele richting verstoorde toestand, die door opname van kleine hoeveelheden kwik in innerlijk evenwicht komt, maar hier bij magnesium zijn deze verschijnselen zwakker dan bij aluminium.

Het doel was nu na te gaan het electromotorisch gedrag van mengsels van magnesium en kwik van verschillende samenstelling om zoodoende nog beter den bijzonderen invloed van kleine hoeveelheden kwik in het licht te kunnen stellen.

Voor tot dit onderzoek over te gaan was het gewenscht de smeltfiguur van het stelsel *Mg—Hg* te bepalen, welk onderzoek met verschillende moeilijkheden gepaard ging, waarover hier echter niet zal worden uitgeweid.

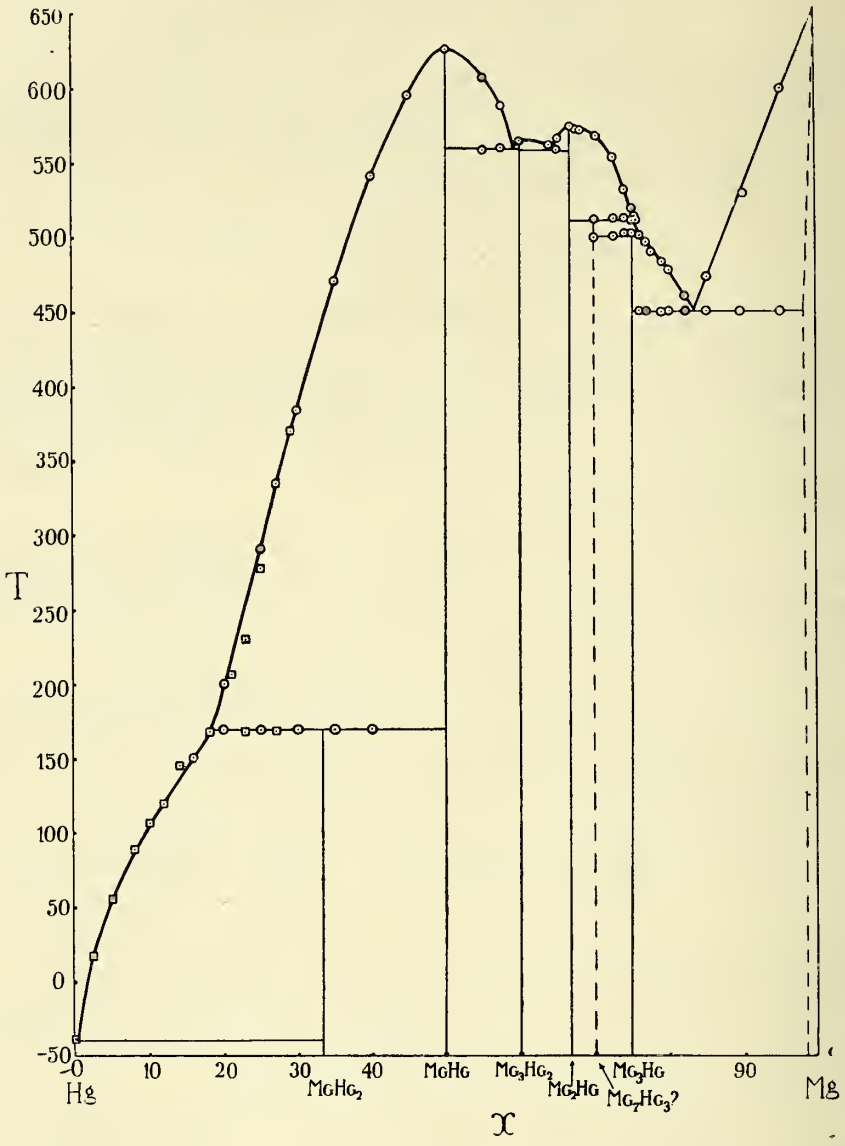
Het resultaat waartoe dit onderzoek leidde is weergegeven in de op p. 820 *T.x*-figuur. Hierbij moet worden opgemerkt, dat dit stelsel aan den *Hg*-kant reeds door L. CAMBI en G. SPERONI [1]) was onderzocht, doch dit onderzoek was daar gestaakt waar de moeilijkheden begonnen en het stelsel juist het interessantst wordt.

Wij zien uit onze figuur, die aangeeft de ligging der smeltlijnen onder den wisselenden dampdruk, dat het stelsel *Mg—Hg* zéér ingewikkeld is en verschillende verbindingen bevat.

Om na te gaan, welke correcties in de samenstelling moeten worden aangebracht in verband met het kwik in de dampphase, werd bij gebruikmaking van een glasveerindicator overgegaan tot de dampspanningsbepaling van de verschillende mengsels. Dit onderzoek dat thans wordt voortgezet met de kwikrijke mengsels gaf echter het resultaat, dat bij mengsels van 0 tot 50 at. % *Hg* de dampspanningen, zelfs tot de eindsmelttemperaturen zéér gering zijn.

[1]) Atti della R. Accad. dei Lincei **24**, 734 (1915).

Na door de gevonden $T.X$ figuur eenigszins te zijn georiënteerd werd met het onderzoek naar het electromotorisch gedrag van



My—Hg-mengsel begonnen, waarvan de resultaten in een volgende publicatie zullen worden medegedeeld.

Laboratorium voor algemeene en anorganische chemie der Universiteit.

Amsterdam, 13 December.

Scheikunde. — De Heer P. ZEEMAN biedt, namens de Heeren A. SMITS en J. SPUYMAN, een mededeeling aan: *„Een thermoelectrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen"*.

(Mede aangeboden door den Heer S. HOOGEWERFF).

De hier volgende mededeeling is op te vatten als het vervolg van de publicatie „De thermoelectrische bepaling van overgangspunten I" [1]). In deze publicatie werd reeds medegedeeld, dat de zeer gunstige resultaten door ons bij toepassing der thermoelectrische methode bij het onderzoek der combinaties, ijzer — tin, en koper — tin verkregen, aanleiding waren ook andere belangrijke metalen op dezelfde wijze te onderzoeken, te beginnen met koper. Het doel was in de eerste plaats na te gaan of koper in de omgeving van 70° een overgangspunt vertoont. De aanvankelijke opstelling, die we daartoe gebruikten is in onderstaande figuur 1 schematisch aangegeven.

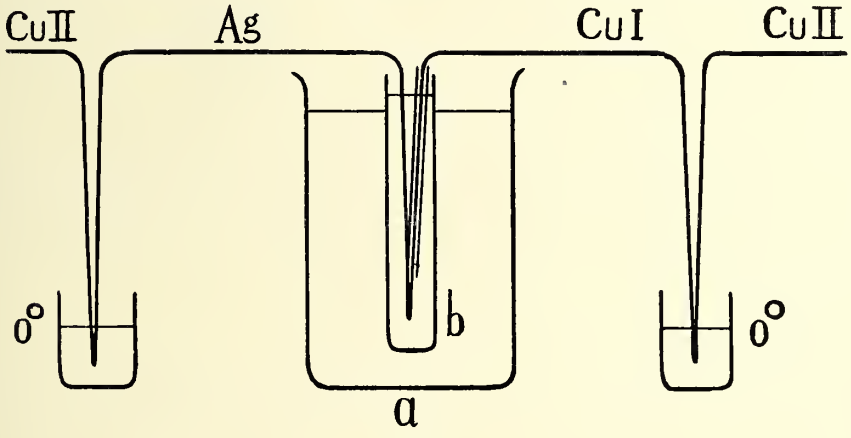


Fig. 1.

De combinatie zuiver zilver — zuiver koper (cu I), waarvan de koperdraad door een glazen capillair gestoken is, bevond zich in een wijdere buis *b*, die gevuld was met een electrolyt, waarmede zilver en koper in electromotorisch evenwicht waren. Wij namen daartoe een oplossing van kopersulfaat, omdat de electrolyt, die met

[1]) Kon. Akad. v. Wet. **29**, 327 (1920).

koper en zilver in electromotorisch evenwicht is, slechts uiterst weinig zilver bevat.

Zooals reeds vroeger is aangetoond [1]) bestaat dan tusschen den koper- en zilverdraad nog een potentiaalverschil gelijk aan het Volta-effect. De buis *b* werd nu geplaatst in een thermostaat *a* en de twee soldeerplaatsen Ag—Cu II en Cu I—Cu II in smeltend ijs. Nadat de thermostaat een zekeren tijd op een bepaalde temperatuur constant was gehouden, werd overgaan tot de meting van de electromotorische kracht van den keten. Deze meting, over een temperatuur-traject van 40°—80° uitgebreid, gaf geen indicaties voor een discontinuïteit in de omgeving van 60°, waarop besloten werd een nauwkeuriger meting toe te passen, die wij vonden in een methode, die wij de *differentiaal-methode* zullen noemen. De opstelling van deze differentiaal-methode is hieronder in Fig. 2 schematisch aangegeven.

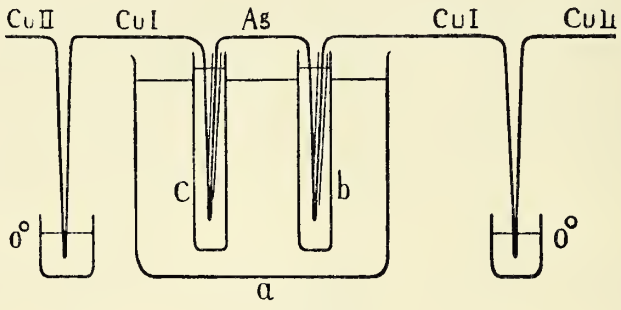


Fig. 2.

De twee uiteinden van den zilverdraad, die aan draden van zuiver koper zijn gesoldeerd bevinden zich nu *beide* in den thermostaat *a*, doch terwijl *b* is gevuld met een oplossing van kopersulfaat bevat *c* watervrij paraffineolie. Beide oplossingen bevinden zich onder een stikstofatmosfeer. [2])

De overweging, die tot deze opstelling leidde is nu deze. Zoolang bij temperatuurverandering geen overgangspunt is bereikt zal de electromotorische kracht van den keten zeer klein zijn en dus met de temperatuur van den thermostaat ook slechts uiterst weinig veranderen, doch wordt een overgangstemperatuur van zilver of koper overschreden, dan is het waarschijnlijk, dat de draad van het *differentiaal-thermoelement*, die met den electrolyt in electromotorisch

[1]) Smits en Bijvoet Kon. Akad. v. Wet. **27**, 311 (1918).

[2]) In werkelijkheid zijn de buizen *b* en *c*, waarin zich de metaaldraden in een vloeistof gedompeld bevinden, eerst luchtledig gepompt, daarop met stikstof gevuld en tenslotte dicht gesmolten.

evenwicht is, zich eerder transformeert dan de draad van dezelfde combinatie, die in paraffineolie is gedompeld. [1])

Is dit inderdaad het geval, zoo zal de electromotorische kracht van het differentiaal-thermoelement vrij plotseling een verandering ondergaan en het aanvangspunt van deze verandering zal overeenkomen met het overgangspunt van een der metalen van het element. Bij de toepassing van deze eenvoudige en zéér gevoelige differentiaalmethode werd gevonden, dat de electromotorische kracht over het geheele temperatuurtraject, dat wij onderzochten practisch nul was, want deze bedroeg minder dan 0,001 milli-Volt. Hiermede beschouwden wij het onderzoek nog niet als afgeloopen en wij onderzochten daarom nog eens hetzelfde differentiaal-thermoelement Cu—Ag -Cu en wel zoo, dat het eene draadpaar niet alleen in een oplossing van $CuSO_4$ was gedompeld, maar zoodanig dat de geëtste koperdraad, de soldeerplaats en een klein stukje van den zilverdraad in contact waren met poedervormig koper.

Deze wijze van proefneming bracht echter niet de geringste verandering in de resultaten te weeg, want ook nu bleef de electromotorische kracht van den keten tusschen 40° en 80° zeker kleiner dan 0.001 milli-Volt.

Wij willen hierbij nog vermelden, dat de waarnemingstijden hier opzettelijk zéér lang zijn genomen en 2×24 uur bedroegen. Niettegenstaande deze langdurige verhitting op temperaturen boven en beneden die, waarbij dilatometrisch indicaties voor een overgangspunt werden gevonden, bleek de electromotorische kracht van het differentiaal thermoelement kleiner dan 0,001 milli-Volt. In de eerste plaats laat dit resultaat ons zien, dat zoowel de zilverdraad als de koperdraad zéér homogeen waren, en in de tweede plaats, dat de zilverdraad noch de geëtste koperdraad, hoewel zij over een lengte van 20 cM. met een oplossing van $CuSO_4$ en met fijn koperpoeder in contact waren geen merkbare transformatie vertoonden.

De hier besproken differentiaal-methode wordt thans op de overige belangrijke metalen toegepast. In de volgende publicatie zal tevens de theorie worden besproken.

Laboratorium voor algemeene en anorganische Chemie der Universiteit.

Amsterdam, 13 December 1920.

[1]) COHEN vond immers, dat contact met een electrolyt versnellend werkt op de omzetting van de eene metaalmodificatie in de andere. Vermoedelijk zal deze versnellende werking daaraan moeten worden toegeschreven, dat wanneer slechts in één punt de stabiele modificatie is opgetreden locaal stroomen ontstaan, die de omzetting sterk in de hand werken.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt namens Prof. W. H. KEESOM aan: Mededeeling N°. 7*a* uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: N. H. KOLKMEIJER: „*Tijd-ruimte-symmetrie I. Algemeene beschouwingen*".

(Mede aangeboden door den Heer EHRENFEST).

§ 1. *Inleiding.* In de literatuur der laatste jaren ontmoet men eenige malen voorstellen tot wijziging van het oorspronkelijk atoommodel van RUTHERFORD-BOHR. Verschillende overwegingen waren daarbij de uitgangspunten. Wij kunnen verwijzen naar de chemische structuur-overwegingen, die LEWIS [1]) en LANGMUIR [2]) leidden, naar de overwegingen omtrent de oorzaak van het feit, dat het kern-ladingsdefekt bij de *L*-reeks geen geheel getal is, die SOMMERFELD [3]) voerden tot zijn ellipsenvereeniging en naar de overwegingen omtrent absolute afmetingen der elementair-cellen van kristallen, de energieomzettingen en vooral de compressibiliteit, die BORN, LANDÉ en MADELUNG [4]) (gedeeltelijk in samenwerking) brachten tot het bedenken en meer in bizonderheden nagaan van kubische modellen, analoog aan die van LEWIS en LANGMUIR.

Vooral bij BORN, LANDÉ en MADELUNG blijkt duidelijk, dat zij de behoefte gevoelden aan een wijziging in de tot nu geldende symmetrie-beschouwingen, omdat bewegende stelsels besproken worden. Om dezelfde reden was het mij noodig gebleken enkele nieuwe symmetrie-elementen in te voeren, waarbij ook de tijd een rol speelt [5]). Het schijnt mij wenschelijk, de tijd-ruimte-symmetrie meer systematisch dan in Med. N°. 4 kon geschieden, na te gaan. In deze

[1]) G. N. LEWIS, Journ. of the Amer. Chem. Soc. 38 (1916) p. 762.
[2]) I. LANGMUIR, Journ. of the Amer. Chem. Soc. 41 (1919) p. 868.
[3]) A. SOMMERFELD, Physik. ZS. 19 (1918) p. 297.
[4]) M. BORN en A. LANDÉ, Verh. d. D. Phys. Ges. 20 (1918) p. 210.
M. BORN, Verh. d. D. Phys. Ges. 20 (1918) p. 230.
A. LANDÉ, Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. 1919 p. 101.
Verh. d. D. Phys. Ges. 21 (1919) p. 2, 644, 653.
ZS. f. Phys. 2 (1920) p. 83.
E. MADELUNG en A. LANDÉ, ZS. f. Phys. 2 (1920) p. 83
[5]) N. H. KOLKMEIJER, Med. N°. 4, deze Versl. 28 (1920) p. 767.

mededeeling wordt de weg aangegeven, langs welken men het aangeduide vraagstuk kan aanpakken.

§ 2. *Beperking tot een bepaald soort van dekoperaties.* Wij geven verder een dekoperatie aan door Δ, een samengestelde dekoperatie [1]) door $\Delta\Delta$. SCHOENFLIES [2]) en zijn voorgangers beschouwen slechts zoodanige Δ's, dat door toepassing daarvan op een uitgangspunt A een punt B ontstaat, waarvan de coördinaten door een lineaire orthogonale substitutie uit die van A gevonden worden. Door deze dekoperaties verandert dus de afstand van twee punten niet. Het ligt voor de hand, ook bij tijd-ruimte-dekoperaties de beperking in te voeren, dat door toepassing daarvan op twee vier-dimensionale *xyz-ict*-punten (of liever $x^1x^2x^3x^4$-punten) A en B, de vier-dimensionale afstand AB niet verandert.

Wij beperken onze beschouwing in de eerste plaats dus tot Δ's, welker algebraïsche aanduiding een lineaire orthogonale vier-dimensionale substitutie is en tot daarmede overeenstemmende symmetrie-elementen.

In de tweede plaats, ons naar analogie aansluitend bij SCHOENFLIES en voorgangers, sluiten wij die Δ's uit, welke, bij steeds herhaalde toepassing op de door die toepassingen uit een uitgangspunt A ontstaande punten, oneindig veel punten tegelijkertijd in een eindige ruimte of binnen een eindig tijdsverloop op dezelfde plaats opleveren.

In de derde plaats zal het wenschelijk blijken nog een beperking in te voeren, waarvan de drie-dimensionale beschouwing geen analogon biedt. Uit de bedoelde algebraïsche substitutie blijkt toch, dat x^1, x^2 en x^3 van het ontstaande punt B afhankelijk zijn van x^4 van het uitgangspunt A. Door toepassing der besproken Δ's ontstaat dus uit punt A een punt B, dat in den loop des tijds zich hoe langer hoe meer naar het oneindige verwijdert, ook al blijft A op zijn plaats. Dit feit moet nu wel aangemerkt worden als een bezwaar tegen de beschouwing van een dergelijke Δ; echter kan dit bezwaar vervallen, als wij slechts beschouwen het eindresultaat van de achtereenvolgende toepassingen van meer dan één Δ van de besproken soort op een punt A, van een $\Delta\Delta$ alzoo.

Wij beperken ons dus tot de beschouwing van dusdanige Δ's, dat de toepassing daarvan op een punt A een punt B oplevert, waarvan de wereldlijn evenwijdig is aan de x^4-as, als die van A daaraan evenwijdig is.

---

[1]) In den zin, waarin bijv. een draaispiegeling een $\Delta\Delta$ is.

[2]) A. SCHOENFLIES. Krystallsysteme und Krystallstructur, Leipzig 1891.

In de volgende §§ zullen wij nagaan tot welke soort van Δ's wij door deze beperking komen.

§ 3. *Meetkundige beteekenis en algebraische aanduiding van een der beschouwde soorten van dekoperaties.* Zij in een R_4 met coördinaten x^1, x^2, x^3 en $x^4 = ict$ R_3 een willekeurige lineaire ruimte van drie dimensies. Wij noemen R_3 een symmetrie-ruimte[1]) (symbool r), wanneer door de daarmede correspondeerende dekoperatie (symbool $\mathfrak{R}$, naam tijd-ruimte-spiegeling) uit een punt A $(x_1^1\, x_1^2\, x_1^3\, x_1^4)$ een punt B $(x_2^1\, x_2^2\, x_2^3\, x_2^4)$ ontstaat, dat meetkundig op de volgende wijze gevonden wordt.

Laat uit A een loodlijn neer op r en zet de lengte van die loodlijn aan de andere zijde van haar snijpunt met r af. Het eindpunt van het afgepaste stuk is het gezochte punt B.

Wordt $\mathfrak{R}$ gegeven door de lengte l_1 van de loodlijn uit den oorsprong van R_4 op r en haar richtingscosinussen $\varphi_1^1, \varphi_1^2, \varphi_1^3$ en φ_1^4, waarbij

$$\varphi_1^{12} + \varphi_1^{22} + \varphi_1^{32} + \varphi_1^{42} = 1, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

dan is, voor n een der vier indices 1, 2, 3 en 4 substitueerend,

$$x_2^n = x_1^n + 2\,\varphi_1^n\,(l_1 - \varphi_1^1\, x_1^1 - \varphi_1^2\, x_1^2 - \varphi_1^3\, x_1^3 - \varphi_1^4\, x_1^4) \quad . \quad . \quad (2)$$

Brengt men in een driedimensionaal $x^1 x^2 x^3$-stelsel een vlak V door den oorsprong aan, waarvan de normaal richtingscosinussen heeft, die zich verhouden als φ_1^1, φ_1^2 en φ_1^3, dan bevinden de punten A' en B', die in dit stelsel correspondeeren met A en B in het vierdimensionale stelsel, zich op dezelfde loodlijn op V, want $x_2^n - x_1^n$ is voor de waarden $n = 1, 2$ en 3 evenredig met φ_1^n.

Noemt men de afstanden van A' en B' tot V $-y_m$ met $m = 1$ en 2 resp., dan is:

$$y_m = \frac{\varphi_1^1\, x_m^1 + \varphi_1^2\, x_m^2 + \varphi_1^3\, x_m^3}{\sqrt{1-\varphi_1^{42}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

en dus:

$$\left.\begin{aligned} y_2 &= y_1 + 2\sqrt{1-\varphi_1^{42}}\,(l_1 - \sqrt{1-\varphi_1^{42}}\; y_1 - \varphi_1^4\, x_1^4) \\ x_2^4 &= x_1^4 + 2\,\varphi_1^4\,(l_1 - \sqrt{1-\varphi_1^{42}}\; y_1 - \varphi_1^4\, x_1^4) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hieruit volgt, dat men den afstand van B' tot V en de nieuwe waarde van *ict* vindt uit de waarden dier grootheden voor de puntgebeurtenis A, door in een tweedimensionaal yx^4-stelsel een lijn zoodanig te trekken, dat de loodlijn uit den oorsprong daarop neergelaten een lengte l_1 heeft en met de x^4-as een hoek maakt met cosinus gelijk aan φ_1^4 en het punt A'' met coördinaten x_1^4 en y_1 in die lijn

[1]) Deze naam is ook reeds gebruikt door P. H. Schoute, Verh. Kon. Ak. Amst. Eerste Sectie II 7 (1894) p. 16.

te spiegelen tot B''. De coördinaten van B'' geven de nieuwe waarden van den tijd en den nieuwen afstand tot V in de driedimensionale figuur.

§ 4. *Elke tijdruimte-dekoperatie van de beschouwde soort is op te vatten als een samengestelde dekoperatie van tijd-ruimte-spiegelingen.* De Δ's, door SCHOENFLIES en voorgangers beschouwd, spiegeling in een vlak en in één centrum, translatie, rotatie van $\frac{2\pi}{2}, \frac{2\pi}{3}, \frac{2\pi}{4}$ en $\frac{2\pi}{6}$, 2-, 3-, 4- en 6-tallige schroefbeweging, 2-, 3-, 4- en 6-tallige draaispiegelingen en glijdspiegeling zijn alle op te vatten als samengestelde spiegelingen in één of meer vlakken. Dit brengt het lineair-orthogonaal karakter der substitutie mee, waardoor slechts congruente en symmetrische figuren denkbaar zijn.

Om dezelfde reden moeten wij ook aannemen, dat elke denkbare tijdruimte-Δ van de beschouwde soort op te vatten is als een samengestelde spiegeling in een of meer symmetrieruimten. Dit geeft vanzelf den weg aan, waarlangs wij elk tijd-ruimte-symmetrie-element kunnen opsporen.

§ 5. *Algemeene formule voor de coördinaten van het punt B, dat door toepassing van een willekeurige der beschouwde samengestelde tijd-ruimte-dekoperaties ontstaat uit een punt A.*

$$x_m{}^n = x_0{}^n + 2 \sum_{k=1}^{k=m} \{(l_k - \varphi k^1 x_0{}^1 - \varphi k^2 x_0{}^2 - \varphi k^3 x_0{}^3 - \varphi k^4 x_0{}^4)\,[\varphi k^n +$$

$$+ \sum_{l=k+1}^{l=m} \varphi l^n \left((l,k) + \Sigma\,(l,p)\,(p,k) + \Sigma\,(l,p)\,(p,q)\,(q,k) + \ldots\right)]\} \quad . \quad . \quad (5)$$

waarin (p, q) voorstelt:

$-2\,(\varphi p^1 \varphi q^1 + \varphi p^2 \varphi q^2 + \varphi p^3 \varphi q^3 + \varphi p^4 \varphi q^4)$, $l > p > q > k$ enz. te nemen.

§ 6. *Bij de afleiding van alle tijd-ruimte-dekoperaties behoeft men slechts de reeds opgesomde ruimte-dekoperaties, echter zonder de beperking tot* 2-, 3-, 4- *of* 6-*talligheid te combineeren met tijd-dekoperaties.* De lineaire orthogonale substitutie, uitgedrukt door formule (5) hebbe een coëfficienten-schema:

$$\left.\begin{matrix} {}_1a_1 & {}_1a_2 & {}_1a_3 & {}_1a_4 & {}_1a_5 \\ {}_2a_1 & {}_2a_2 & {}_2a_3 & {}_2a_4 & {}_2a_5 \\ {}_3a_1 & {}_3a_2 & {}_3a_3 & {}_3a_4 & {}_3a_5 \\ {}_4a_1 & {}_4a_2 & {}_4a_3 & {}_4a_4 & {}_4a_5 \end{matrix}\right\}$$

waartusschen de volgende betrekkingen moeten bestaan:

$$\left.\begin{aligned} {}_1a_1^2+{}_2a_1^2+{}_3a_1^2+{}_4a_1^2&=1\\ {}_1a_2^2+{}_2a_2^2+{}_3a_2^2+{}_4a_2^2&=1\\ {}_1a_3^2+{}_2a_3^2+{}_3a_3^2+{}_4a_3^2&=1\\ {}_1a_4^2+{}_2a_4^2+{}_3a_4^2+{}_4a_4^2&=1 \end{aligned}\right\} \quad (6) \quad \text{en} \quad \left.\begin{aligned} {}_1a_1\,{}_1a_2+{}_2a_1\,{}_2a_2+{}_3a_1\,{}_3a_2+{}_4a_1\,{}_4a_2&=0\\ {}_1a_1\,{}_1a_3+{}_2a_1\,{}_2a_3+{}_3a_1\,{}_3a_3+{}_4a_1\,{}_4a_3&=0\\ {}_1a_1\,{}_1a_4+{}_2a_1\,{}_2a_4+{}_3a_1\,{}_3a_4+{}_4a_1\,{}_4a_4&=0\\ {}_1a_2\,{}_1a_3+{}_2a_2\,{}_2a_3+{}_3a_2\,{}_3a_3+{}_4a_2\,{}_4a_3&=0\\ {}_1a_2\,{}_1a_4+{}_2a_2\,{}_2a_4+{}_3a_2\,{}_3a_4+{}_4a_2\,{}_4a_4&=0\\ {}_1a_3\,{}_1a_4+{}_2a_3\,{}_2a_4+{}_3a_3\,{}_3a_4+{}_4a_3\,{}_4a_4&=0 \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Op grond van de derde der in § 2 ingevoerde beperkingen moeten wij aannemen, dat ${}_1a_4$, ${}_2a_4$ en ${}_3a_4$ gelijk zijn aan 0. Door substitutie hiervan in (6) en (7) vindt men:

$${}_4a_4^2=1 \quad {}_4a_1=0 \quad {}_4a_2=0 \quad {}_4a_3=0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

terwijl dan van (6) en (7) slechts overblijft:

$$\left.\begin{aligned} {}_1a_1^2+{}_2a_1^2+{}_3a_1^2&=1\\ {}_1a_2^2+{}_2a_2^2+{}_3a_2^2&=1\\ {}_1a_3^2+{}_2a_3^2+{}_3a_3^2&=1 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (9) \quad \text{en} \quad \left.\begin{aligned} {}_1a_1\,{}_1a_2+{}_2a_1\,{}_2a_2+{}_3a_1\,{}_3a_2&=0\\ {}_1a_1\,{}_1a_3+{}_2a_1\,{}_2a_3+{}_3a_1\,{}_3a_3&=0\\ {}_1a_2\,{}_1a_3+{}_2a_2\,{}_2a_3+{}_3a_2\,{}_3a_3&=0 \end{aligned}\right\} \quad . \quad (10)$$

Verg. (8) duiden aan, dat de getransformeerde tijd alleen van den tijd, de getransformeerde ruimtecoördinaten alleen van de coördinaten van het gegeven beginpunt afhangen. Verg. (9) en (10) duiden aan, dat deze laatste transformatie bovendien lineair orthogonaal is. Hiermede is het in den aanhef dezer § gestelde bewezen. Verg. (5) behoeft dus alleen toegepast te worden voor waarden van $\varphi_m{}^4=0$, wat een zuivere ruimtetransformatie en $\varphi_m{}^4=1$, wat een zuivere tijdtransformatie aangeeft.

§ 6. *Beteekenis der gevallen* $\varphi_m{}^4=0$ en $\varphi_m{}^4=1$. Een $\mathfrak{R}$ met $\varphi_m{}^4=0$ is niets anders dan een spiegeling. (Symbool $\mathfrak{S}$, symbool van het symmetrievlak $\mathfrak{s}$).

Het zou de moeite waard geacht kunnen worden eens alle denkbare ruimte-Δ's af te leiden door na te gaan welke combinaties van $\mathfrak{S}$'s als samengestelde Δ beschouwd, vereenigbaar zijn met de beperkingen 1 en 2 van § 2. Men zou daarbij moeten overwegen, of men de volgorde der toepassing der spiegelingen in de $\Delta\,\Delta$ willekeurig zou stellen of niet. Doet men het eerste [1]), dan vindt men wel is waar, dat elke $\Delta\,\Delta$ beschouwd kan worden als een combi-

[1]) Zooals naar analogie met de van vroeger bekende Δ's voor de hand ligt en ook geeischt wordt door het beginsel, dat rondom elk deeltje de rangschikking der andere deeltjes dezelfde is. Op dit laatste vormt echter een uitzondering het bepaalde omtrent draaiingszin en zin der translatie resp. dilatie bij schroefbeweging resp. tijdas (zie later).

natie van de reeds door SCHOENFLIES en voorgangers gebruikte, men kan echter met evenveel grond beweren, dat de door SCHOENFLIES gebruikte Δ's niets zijn dan combinaties van $\mathfrak{S}$'s en dat daarvan nog door hem niet gebruikte soorten bestaan. Te werk gaande als hier aangegeven is, vindt men eenige Δ's, die equivalent zijn aan punt- en ruimte*groepen* van SCHOENFLIES. Men kan daarna nagaan welke ruimtegroepen uit de gevonden Δ's samen te stellen zijn.

Nu evenwel het verlangde resultaat door SCHOENFLIES reeds is afgeleid, ligt het hier meer voor de hand, elke der door hem verkregen Δ's zonder beperking tot 2-, 3-, 4- en 6-talligheid te gaan combineeren met de mogelijke tijd-Δ's [1]). Welke zijn dit nu?

Een enkele $\mathfrak{N}$ met $\varphi^1 = 1$ zullen wij een „retroductie" [2]), het correspondeerende symmetrieelement een „symmetriemoment" noemen. In een bewegend stelsel van deeltjes bestaat een $\mathfrak{M}$ (symbool voor een retroductie), als er op elke plaats P, waar een deeltje A is op tijdstip t ook een deeltje B is op tijdstip $2\mathfrak{m}-t$, waarin $\mathfrak{m}$ het symbool van een symmetriemoment, alzoo tevens het tijdstip daarvan beteekent. Is dan A op tijdstip $t+\Delta t$ in Q, dan moet op tijdstip $2\mathfrak{m}-t-\Delta t$ in Q ook een deeltje zijn. Op grond van de tweede beperking van § 2 besluiten wij, dat het laatst bedoeld deeltje B zal moeten zijn. De snelheden van A en B in P zijn dus gelijk en tegengesteld. Op tijdstip $\mathfrak{m}$ zelf zouden dus op de zelfde plaats twee deeltjes moeten zijn met tegengestelde snelheden. Dit zou in strijd zijn met de ondoordringbaarheid der stof (die wij ook voor elektronen aannemen), als de beide deeltjes niet identiek waren [3]). Nemen wij dit dus aan, dan moet elk deeltje op tijdstip $\mathfrak{m}$ in rust gekomen zijn en daarna zijn baan omgekeerd doorloopen.

Heeft men nu echter een $\Delta\Delta$ bijv. van een $\mathfrak{M}$ en een $\mathfrak{S}$, dan moet in het bovenstaande „op dezelfde plaats" vervangen worden door „op de in het $\mathfrak{s}$ gespiegelde plaats". Het bezwaar van het tegelijkertijd (op tijdstip $\mathfrak{m}$) op dezelfde plaats zijn van twee deeltjes met verschillende snelheden zou dan niet bestaan, tenzij de deeltjes op tijdstip $\mathfrak{m}$ in het $\mathfrak{s}$ lagen. In dit geval zou dan echter de snelheid op dat oogenblik niet 0 behoeven te zijn, als maar aangenomen werd, dat de beide deeltjes identiek waren. Na passeering van het

[1]) Daarna blijft dan nog de taak over, met alle door SCHOENFLIES gebruikte en nieuw ingevoerde Δ's groepen te vormen.

[2]) Deze naam (van retro = terug en duco = ik voer) en de later ingevoerde naam: dilatie (van differo = ik stel uit) zijn gekozen in overleg met Prof. DAMSTÉ te Utrecht.

[3]) Wij sluiten dus uit gevallen, als door LANDÉ l.c. gedacht, waarbij twee elektronen na een botsing plotseling elkaars snelheid naar richting en grootte overnemen. Ook LANDÉ zelf duidt deze gevallen als onwaarschijnlijke aan.

$\mathfrak{s}$ vervolgt dan het deeltje de symmetrisch gelegen baan en zou er van eenige discontinuiteit in die beweging geen sprake zijn, als bovendien het $\mathfrak{s}$ door de baan loodrecht gesneden werd. Van een dergelijke Δ (symbool $\mathfrak{MS}$) werd in Med. N°. 4 l.c. het symmetrie-element reeds „omkeersymmetrievlak" genoemd. Wij zullen het verder „keervlak", de operatie „keerspiegeling" noemen.

Ook andere $\Delta\Delta$'s van tijd- en ruimte-Δ's zijn op de aangegeven wijze te onderzoeken.

§ 7. *De* $\Delta\Delta$*'s van twee en van drie* $\mathfrak{M}$*'s.* De tijd-Δ's beschouwende als bizondere gevallen van $\mathfrak{R}$'s, zien wij uit het einde van § 4, dat wij voor het opsporen van alle soorten van tijd-Δ's slechts $\Delta\Delta$'s van $\mathfrak{M}$'s na te gaan hebben.

De samengestelde operatie van $\mathfrak{M}_1$ en $\mathfrak{M}_2$ (symbool $\mathfrak{P}$, naam „dilatie", symbool en naam van het symmetrieelement $\mathfrak{p}$ en „periode") bestaat in een stelsel van deeltjes, als het feit, dat er in punt P een deeltje A op tijdstip t is, meebrengt, dat er ook deeltjes B, resp. C op tijdstip $2\mathfrak{m}_1 - 2\mathfrak{m}_2 + t$ en op tijdstip $2\mathfrak{m}_2 - 2\mathfrak{m}_1 + t$ in P zijn. In dat geval bevindt zich dus in P telkens weer een deeltje op tijdstippen, die $2(\mathfrak{m}_1 - \mathfrak{m}_2)$ verschillen. Is het beschikbare aantal deeltjes niet oneindig groot, dan moet dus eens weer deeltje A in P aankomen. Bovendien moet elk deeltje, dat in P aankomt daar een gelijke en gelijkgerichte snelheid hebben, hetgeen dadelijk blijkt, als men den toestand op tijdstippen $2(\mathfrak{m}_1 - \mathfrak{m}_2) + t + \Delta t$ nagaat. Alle deeltjes zijn dus in ongelijke aantallen verdeeld over verschillend gevormde gesloten banen, waarin zij met voor alle banen gelijke en in elke baan ook onderling gelijke fazeverschillen rondloopen. De omloopstijden in twee banen verhouden zich als de aantallen daarin loopende deeltjes.

Een $\Delta\Delta$ van een $\mathfrak{P}$ en een draaiing van $\frac{2\pi}{n}$ om een n-tallige symmetrieas werd in Med. N°. 4 l.c. reeds gebruikt. Wij noemen het symmetrie-element n-tallige tijdas, de dekoperatie n-tallige tijddraaiing (symbool $\mathfrak{P}\mathfrak{A}$) [1].

De samengestelde dekoperatie van $\mathfrak{M}_1$, $\mathfrak{M}_2$ en $\mathfrak{M}_3$ (symbool Ω, naam keerdilatie) bestaat in een stelsel van deeltjes, als het feit, dat er in punt P een deeltje A is op tijdstip t, meebrengt, dat er ook in P deeltjes B, C enz. zijn op tijdstippen:

$-2\mathfrak{m}_1 + 2\mathfrak{m}_2 + 2\mathfrak{m}_3 - t$, $2\mathfrak{m}_1 - 2\mathfrak{m}_2 + 2\mathfrak{m}_3 - t$ en $2\mathfrak{m}_1 + 2\mathfrak{m}_2 - 2\mathfrak{m}_3 - t$.

[1]) Analoog aan de onderscheiding, die Schoenflies en voorgangers moesten maken tusschen links- en rechts-gewonden schroefbewegingen is het onderscheid, dat hier gemaakt moet worden tusschen de twee combinatiemogelijkheden van draaiingszin en dilatiezin.

Er zijn dus in de eerste plaats reeds drie symmetriemomenten. Alzoo moeten alle deeltjes op de tijdstippen daarvan op hun weg terugkeeren. Daar dit nu op meer dan één tijdstip moet gebeuren, beschrijft elk deeltje een andere baan op willekeurig slingerende wijze met voor alle banen gelijke tijdstippen der uiterste standen. Het spreekt vanzelf, dat nu in elke baan slechts één deeltje kan loopen. In de tweede plaats bestaat blijkbaar een tijdperiode. Om die te vinden, redeneeren wij aldus:

Past men op het tijdstip t eerst de volgorde $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_1$ toe, op het zoo gevonden tijdstip de volgorde $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$, dan vernietigen de invloeden van $\mathfrak{M}_1$ elkaar en heeft men op het tijdstip t slechts toegepast de dubbele dilatie $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ [1]). Behalve de hieruit volgende tijdverschillen $4\,(m_2-m_3)$ bij het voorbijgaan van punt P door deeltjes vindt men evenzoo de tijdverschillen $4\,(m_3-m_1)$ en $4\,(m_1-m_2)$. Men zou nu in strijd geraken met de tweede der in § 2 ingevoerde beperkingen indien de grootheden m_2-m_3 en m_3-m_1 geen G.G.D. hadden. Deze laatste is de trillingsperiode. Men gaat gemakkelijk na, dat hierdoor aan alle eischen van § 2 voldaan is.

Bij het nagaan van $\Delta\Delta$'s van Ω's en ruimte-Δ's zal men o. a. vinden, dat de banen gesloten kunnen zijn op de wijze als bij $\mathfrak{P}$ gevonden is, dat dan echter een op bepaalde wijze uitgekozen helft der banen in tegengestelde richting doorloopen wordt.

§ 8. *Er zijn geen andere tijd-*Δ*'s dan* $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{P}$ *en* Ω. Voor alle $\Delta\Delta$'s van even aantallen $\mathfrak{M}$'s kan men redeneeren, als hier voor vier volgt. Is deeltje A op tijdstip t in P, dan moeten bij het bestaan van een $\Delta\Delta$ van vier $\mathfrak{M}$'s in P ook deeltjes B, C enz. zijn op tijdstippen $\pm 2m_1 \pm 2m_2 \pm 2m_3 \pm 2m_4 + t$, waarbij voor de helft der $\pm$-teekens $+$, voor de andere helft $-$ gekozen moet worden. Dit geeft dus meer dan één dilatie, die echter (vgl. de redeneering bij Ω) tezamen niets anders opleveren dan een dilatie gelijk aan hun G. G. D., welk geval echter reeds begrepen is in $\mathfrak{P}$.

Voor alle $\Delta\Delta$'s van oneven aantallen $\mathfrak{M}$'s kan men geheel de redeneering van § 7 volgen bij Ω. Dit levert dus evenmin iets nieuws op.

Combinaties van tijd-Δ's geven niets, dat niet reeds besproken is.

---

[1]) Langs den hier in principe aangegeven weg vereenvoudigt zich de beschouwing van $\Delta\Delta$'s van $\mathfrak{M}$'s (alzoo van $\mathfrak{M}_1$'s en $\mathfrak{M}_2$'s) zeer. Men past dan een der zoo gevonden Δ's toe op de symmetrieelementen van een andere om te zien of men daardoor in strijd geraakt met de beperkingen van § 2. Een aldus verkregen $\Delta\Delta$ vormt blijkbaar een *groep* van Δ's.

§ 9. *Aanduiding der afgeleide dekoperaties en symmetrieelementen.* Ter bekorting der aanduidingen kunnen wij voor de *t.-r.*-Δ's en -symmetrieelementen namen en symbolen vaststellen. Als voorloopig wordt hier in overweging gegeven het volgende stelsel:

Met een kleine wijziging hier en daar worden de namen en symbolen van SCHOENFLIES behouden. Wordt nu een Δ van SCHOENFLIES gecombineerd met een retroductie dan zou de naam van de eerste gewijzigd worden door toevoeging van het voorvoegsel „keer". Hetzelfde kan dan gedaan worden met de namen der symmetrie-elementen. Voor de symbolen van Δ's en symmetrie-elementen voege men resp. $\mathfrak{M}$ en m. Betreft de omvorming de toevoeging van een dilatie, dan wordt het voorvoegsel „tijd", bij de symbolen komt $\mathfrak{P}$ en p. Wordt een operatie gecombineerd met een keerdilatie, dan voege men voor den naam „keertijd" en voor de symbolen $\mathfrak{Q}$ en q. Een enkele maal wordt de zoo verkregen naam nog iets bekort. In de volgende tabel vindt men de voorloopig aangenomen namen en symbolen vereenigd.

*Zonder tijd-*Δ			*Met* $\mathfrak{M}$		
Identiteit	1		Retroductie (symm.-moment)	$\mathfrak{M}$	m
Inversie (centrum)	$\mathfrak{I}$	i	Keerinversie	$\mathfrak{MI}$	mi
Spiegeling (symmetrievlak)	$\mathfrak{S}$	s	Keerspiegeling (keervlak)	$\mathfrak{MS}$	ms
Draaiing (n-tallige as)	$\mathfrak{A}$	a	Keerdraaiing	$\mathfrak{MA}$	ma
Draaispiegeling (n-tallige spiegelas)	$\overline{\mathfrak{A}}$		Keerdraaispiegeling	$\mathfrak{M}\overline{\mathfrak{A}}$	
Translatie (plaatsperiode)	$\mathfrak{T}$	t	Keertranslatie	$\mathfrak{MT}$	mt
Glijdspiegeling (glijdvlak)	$\overline{\mathfrak{T}}$		Keerglijdspiegeling	$\mathfrak{M}\overline{\mathfrak{T}}$	
Schroefbeweging (n-tallige schroefas)	$\mathfrak{X}$		Keerschroefbeweging	$\mathfrak{MX}$	
Met $\mathfrak{P}$			*Met* $\mathfrak{Q}$		
Dilatie (periode)	$\mathfrak{P}$	p	Keerdilatie	$\mathfrak{Q}$	
Tijdinversie	$\mathfrak{PI}$	pi	Keertijdinversie	$\mathfrak{QI}$	qi
Tijdspiegeling (tijdvlak)	$\mathfrak{PS}$	ps	Keertijdspiegeling	$\mathfrak{QS}$	qs
Tijddraaiing	$\mathfrak{PA}$	pa	Keertijddraaiing	$\mathfrak{QA}$	qa
Tijddraaispiegeling	$\mathfrak{P}\overline{\mathfrak{A}}$		Keertijddraaispiegeling	$\mathfrak{Q}\overline{\mathfrak{A}}$	
Tijdtranslatie	$\mathfrak{PT}$	pt	Keertijdtranslatie	$\mathfrak{QT}$	qt
Tijdglijdspiegeling	$\mathfrak{P}\overline{\mathfrak{T}}$		Keertijdglijdspiegeling	$\mathfrak{Q}\overline{\mathfrak{T}}$	
Tijdschroefbeweging	$\mathfrak{PX}$		Keertijdschroefbeweging	$\mathfrak{QX}$	

§ 10. *De wijze, waarop men t.-r.-dekoperaties tot groepen kan vereenigen.* Wanneer men de puntgroepen van SCHOENFLIES completeert met die, welke ook andere dan 2-, 3-, 4- en 6-tallige draaiingen enz. omvatten, kan men uit elk der zoo gevonden groepen *t*-*r.*-groepen samenstellen door elk der niet-eqnivalente operaties van een groep te combineeren òf met geen tijdoperatie, òf met een $\mathfrak{M}$, òf met een

$\mathfrak{P}$, óf met een Ω. Elke der zoo gevonden groepen moet dan nog nader bekeken worden om te zien of de bijgevoegde tijdoperaties ook onderling in strijd zijn. Ook zullen vele der zoo gevonden groepen blijken niet te verschillen.

Hetzelfde zou men kunnen verrichten met de translatiegroepen, [1]) die SCHOENFLIES samenstelt om met behulp daarvan de puntgroepen om te zetten in ruimtegroepen. Daarna gaat men alle verkregen *t.-r.*-puntgroepen vermenigvuldigen met elk der gevonden *t.-r.*-translatiegroepen. Voorbeelden van aldus op te stellen groepen vindt men in een volgende mededeeling (N°. 7*b*).

---

[1]) Bij translatiegroepen vervalt de reden, waarom wij boven moesten aannemen, dat een $\mathfrak{P}$ en een Ω medebrengen, dat de banen gesloten zijn. Echter zou het verbreken van dit verband geen anderen zin hebben dan het toelaten van een voortdurende translatiebeweging van het geheele stelsel van deeltjes. Het zou niet wenschelijk zijn, deze beweging in de beschouwing op te nemen.

Natuurkunde. — De Heer LORENTZ biedt, namens den Heer H. A. KRAMERS, een *Naschrift* aan op zijne in het Verslag van 25 September 1920 gepubliceerde mededeeling.

(Mede aangeboden door den Heer P. EHRENFEST).

De Heer FOKKER heeft mij er op opmerkzaam gemaakt dat het resultaat van de berekening op blz. 19 onjuist door mij is geïnterpreteerd. Inderdaad, uit deze berekening volgt, volgens het in § 3 besprokene, dat voor een waarnemer ter plaatse van de aarde de zon zich met een hoeksnelheid ω beweegt t. o. v. een koördinatensysteem waarin geen Coriolis-krachten meer voorkomen, d. w. z. waarin de traagheidswet van GALILEI geldt. Hieruit volgt echter niet dat t. o. v. van dit koördinatensysteem de vaste sterren in rust zijn, want de hoeksnelheid waarmee de zon, van de aarde uit gezien, t. o. v. de vaste sterren zich beweegt is niet gelijk aan ω maar een weinig grooter, ten gevolge van de omstandigheid dat de tijdmaat van den waarnemer op aarde niet dezelfde is als die van een waarnemer die op oneindigen afstand van de zon in rust is, en de hoeksnelheid van de zon t. o. v. de vaste sterren was gelijk aan ω uitgedrukt in de laatstgenoemde tijdsmaat. Voor de verhouding tusschen de twee tijdmaten in kwestie vinden we met behulp van (28) (blz. 18) direkt:

$$\frac{dT_{Aarde}}{dT} = \left(\sqrt{1 - \frac{\alpha}{r} - r^2 \sin^2\vartheta\,\omega^2}\right)_P = 1 - \frac{3}{4}\frac{\alpha}{A}$$

Men komt dus tot het besluit dat de gravitatietheorie van EINSTEIN wel degelijk een bijdrage tot de præcessie van de aarde levert van den door Prof. SCHOUTEN aangegeven aard. Slechts is haar numerieke waarde niet die welke uit Prof. SCHOUTEN's beschouwing volgde, maar anderhalf maal zoo groot, namelijk $2\pi\frac{3\alpha}{4A} = 0{,}019''$ per jaar. De richting waarin deze præcessie plaats vindt is voortloopend.

De conclusies op blz. 20 en 25 moeten dus in den zooeven vermelden zin gewijzigd worden. De beschouwingen op blz. 21—25 behouden echter uit den aard der zaak hare geldigheid.

Natuurkunde. — De Heer EHRENFEST biedt eene mededeeling aan van den Heer J. M. BURGERS: *„Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht"*. I.

(Mede aangeboden door den Heer KUENEN).

§ 1. 't Doel van onderstaande mededeeling is een kort overzicht te geven van eenige in de literatuur voorkomende typen van de stationaire strooming in een vloeistof teweeggebracht door de eenparige rechtlijnige beweging van een eenvoudig symmetrisch lichaam. Daarbij wordt aangenomen dat de vloeistof onsamendrukbaar is, naar alle zijden onbegrensd, en dat ze niet kan glijden langs de wand van het lichaam. Er is geen acht geslagen op de mogelijkheid van labiliteit der stationaire (of laminaire) strooming, ook is afgezien van bizonderheden of verschillen welke optreden wanneer het lichaam meer of minder van den bolvorm afwijkt, of wanneer van het drie-dimensionale probleem wordt overgegaan op het twee-dimensionale, mits het lichaam in beide gevallen de stroomrichting tot symmetrie-as heeft, en geen scherpe randen bezit.

Het karakter van de strooming wordt beheerscht door het *getal van* REYNOLDS

$$R = \frac{Ud}{\nu} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

U is de snelheid van het lichaam t. o. v. van de ongestoorde vloeistof; d is een afmeting van het lichaam, bv. de grootste afmeting dwars op de bewegingsrichting; ν is de kinematische wrijvingskoëfficiënt van de vloeistof ($= \mu/\varrho$) [1]. Aan de eene grens, wrijving oneindig groot of beweging oneindig langzaam, is $R = 0$; aan de andere grens, vloeistof zonder wrijving, is $R = \infty$.

Opmerking. Ter bekorting wordt de uitdrukking: *absolute* strooming gebruikt om aan te duiden de strooming gezien door een waarnemer voor wie de vloeistof in het oneindige rust, en voor wie het lichaam zich verplaatst met de snelheid U. De stroomlijnen

[1]) Dit vergelijkingsgetal is door O. REYNOLDS ingevoerd bij het onderzoek van de strooming door buizen: Phil. Trans. Lond. 174, p. 935, 1883. Het is van groot belang bij alle modelproeven in de hydrodynamika en aerodynamika. Zie bv. L. BAIRSTOW, Applied Aerodynamics, London 1920, Ch. VIII (p. 372), en andere nieuwe leerboeken.

verplaatsen zich met het lichaam; ze zijn in dit geval niet identiek met de banen der vloeistofdeeltjes. Met *relatieve* strooming wordt bedoeld het stroomingsbeeld gezien door een waarnemer die het lichaam als stilstaande beschouwt; dit is dus het eigenlijke stationaire stroomingsbeeld [1]). Beide beelden zijn, zooals bekend is, uit elkaar af te leiden door alle snelheden evenwijdig aan de as van de strooming met U hetzij te vermeerderen, hetzij te verminderen.

In de teekeningen van de verdeeling der werveling is de dichtheid der werveling door staande arceering aangegeven. In enkele schetsen is de „tegengestelde" werveling (zie § 3) door gebroken, horizontale arceering aangeduid.

§ 2. *Inleiding.*

Het stroomingsbeeld wordt beheerscht door de voortplanting of uitbreiding der *werveling*. Deze wordt teweeggebracht door twee verschijnselen: *diffusie* en *konvektie*. De vergelijking voor de wervelbeweging, die uit de vergelijkingen van Euler:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\frac{1}{\varrho}\nabla p + \nu \Delta \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{v} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

wordt afgeleid door differentiatie, luidt:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu \nabla \mathbf{w} - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{w} + (\mathbf{w} \cdot \nabla)\mathbf{v} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

De eerste term rechts, met de wrijvingskoëfficiënt ν, geeft de diffusie van de werveling aan. Zooals bekend is heeft de snelheid waarmee de diffusie plaats vindt, geen bepaalde waarde: ze hangt af van het verval der koncentratie van de diffundeerende stof of toestand. Er is geen „diffusie-front" of een voortplanting van golven.

Behalve deze term komen rechts de konvektie-termen: $-(\mathbf{v} \cdot \nabla)\mathbf{w} + (\mathbf{w} \cdot \nabla)\mathbf{v}$ voor, welke uitdrukken:

1°. dat de werveling door den stroom wordt meegenomen;

2°. dat de wervelvektoren met de vloeistofdeeltjes meedraaien en mee deformeeren.

In twee gevallen treedt de laatste term niet op: nl. bij de vlakke of twee-dimensionale beweging, en bij de axiaal-symmetrische driedimensionale beweging, wanneer de strooming volgens de meridiaanvlakken geschiedt. In beide gevallen, waaronder dus de hier behandelde stroomingen vallen, is de operatie $(\mathbf{w} \cdot \nabla)$ (de differentiatie in de richting van $\mathbf{w}$) gelijk nul. De eerste term is van meer ge-

[1]) Sommige onderzoekers, o.a. F. Ahlborn, spreken van *krachtlijnen* en *stroomlijnen*, om aan te duiden wat hier resp. absolute en relatieve strooming is genoemd.

wicht en bepaalt de eigenlijke konvektie. Als vergelijking voor de werveling wordt dus in het volgende genomen:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{w} - (\mathbf{v} \cdot \nabla)\,\mathbf{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Onmiddellijk is in te zien dat bij kleine stroomingssnelheid U en groote ν (dus R klein) de werveling door de diffusie overal heen kan komen. Is daarentegen U groot en ν klein (dus R groot), dan zal praktisch geen werveling tegen den stroom in diffundeeren: alles wordt naar achteren gespoeld.

§ 3. *Elementaire beschrijving van de strooming bij niet te kleine R* (fig. 1—4).

I. Brengt men een lichaam in een tevoren in rust zijnde vloeistof plotseling in beweging, dan heeft men buiten een oppervlak σ_a dat het lichaam op zeer geringen afstand ε omsluit, in het eerste oogenblik alleen met drukkrachten te doen, en daar deze kontinu zijn, zal in de vloeistof een *wervelvrije* stroom (potentiaalstroom) ontstaan. Beschouwt men de strooming op een tijdstip τ na het in beweging brengen van het lichaam, dan zal ε des te geringer kunnen zijn naarmate τ kleiner is. Dus moet de aanvankelijke potentiaalstroom (wegens de kontinuïteitsvoorwaarde) bepaald worden door de bekende randvoorwaarde voor de potentiaal φ:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = V_n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

waar V_n de normale komponente is van de snelheid van het lichaam in het beschouwde punt van het oppervlak. De aanvankelijke strooming is dus de potentiaalstrooming der klassieke hydrodynamika (PRANDTL); dit is experimenteel bevestigd [1]).

Tusschen σ_a en het lichaam ontstaat een dunne *wervellaag*, waarvan de sterkte bepaald is door:

$$\int w\, dn = \frac{\partial \varphi}{\partial s} - V_s \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

---

[1]) L. PRANDTL, Verhandl. des III. internat. Mathematiker-Kongresses, Heidelberg 1904, p. 484.

H. RUBACH, Forschungsarbeiten herausgeg. v. Verein deutscher Ingenieure, **185**, 1916.

Ook in het grensgeval van zeer groote wrijving ($R \to 0$) vindt men volgens de rekenmethode van STOKES dat de aanvankelijke beweging de gewone potentiaalstrooming is. Zie A. B. BASSET, Hydrodynamics II (Cambridge 1888), p. 289 (Art. 505).

Zie in verband hiermee ook beneden § 7. noot.

(s duidt hier een tangentieele richting in een punt van het oppervlak aan). [1])

In fig. 1 is het „relatieve" stroomingsbeeld geschetst voor het twee-dimensionale geval, het lichaam is hier een cirkelcilinder.

II. De bovengenoemde wervellaag „vloeit uit" door de diffusie, wordt dikker: de werveling geraakt in de strooming en wordt meegespoeld naar de achterzijde van het lichaam. Zie fig. 2 (het gestippelde kringetje in het wervelgebied geeft de rotatie-richting aan). Wanneer de hoeveelheid werveling achter het lichaam een bepaalde grootte heeft gekregen, gaat een gedeelte der vloeistof aldaar in haar geheel roteeren of in de rondte stroomen, m. a. w. achter het lichaam ontstaan aan weerszijden van de symmetrie-lijn *kringstroomen* (zie fig. 3) [2]). Aan de achterzijde van het lichaam is dus een strooming naar voren; aan de voorzijde blijft de strooming zooals ze was, naar achteren gericht; er moet derhalve aan beide zijkanten een punt S zijn waar de strooming loslaat van den wand (bij omwentelingslichamen zal dit geschieden langs een parallelcirkel).

Aan de achterzijde van het lichaam ontstaat nu een wervellaag, waarvan de rotatie tegenovergesteld is aan die van de voorzijde (in de figuur door gestippelde, horizontale arceering aangegeven).

III. Men zou verwachten dat na eenigen tijd een stationaire toestand ontstaat, ongeveer als in fig. 4 is geschetst, waar de diffusie en de konvektie evenwicht met elkaar maken. Inderdaad blijkt dit niet het geval te zijn: de strooming begint, nadat een toestand als fig. 3 aangeeft, gepasseerd is, te fluktueeren; ze wordt meer of minder „turbulent". In plaats van de gelijkmatig verloopende wervelverdeeling komt er een min of meer onregelmatige; de werveling „koaguleert" als het ware, zoodat gebieden met sterke werveling (wervelkernen) ontstaan, verspreid in een minder sterk wervelende massa.

---

[1]) De limiet van ε voor $\tau = 0$ wordt bepaald door de werkingssfeer der molekulaire krachten aan den wand van het lichaam. Zoolang men de vloeistof als een kontinuum beschouwt, kan dit als oneindig klein gelden.

[2]) De hier gegeven redeneering beoogt natuurlijk hetzelfde als die van PRANDTL (l.c.); bovenstaande vorm is gekozen om de uitbreiding der werveling te illustreeren.

Dat de opeenhooping van werveling een in de rondte stroomen van de vloeistof teweegbrengt, zal waarschijnlijk alleen waar zijn bij hooge waarden van R (als de werveling niet te zeer verdund is). Het kan slechts in het grensgeval van zeer groote R met behulp der formules aangetoond worden (zie beneden, § 7 en 8).

Op de foto's van RUBACH (l.c.) ziet men dat deze kringstroomen op kleine schaal ontstaan *vlak achter den cilinder*, aan weerszijden van het punt waar de strooming samenkomt. Theoretisch is dit nagegaan door BLASIUS (zie citaat § 8).

Op deze verschijnselen wordt hier niet verder ingegaan [1]).

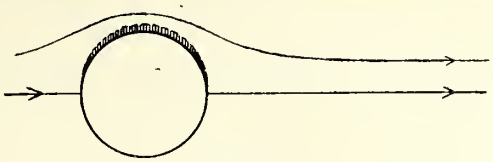


Fig. 1.

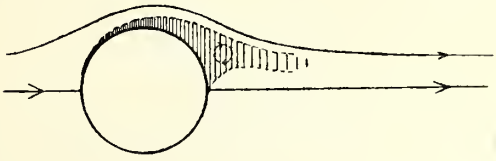


Fig. 2.

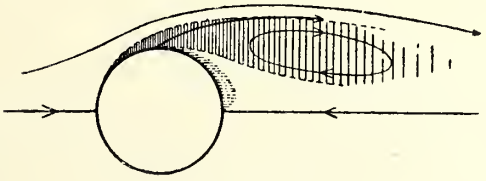


Fig. 3.

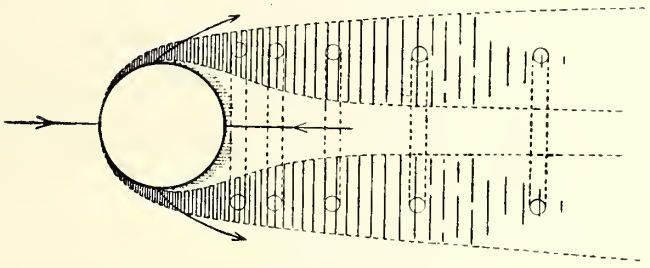


Fig. 4.

[1]) Men kan deze fluktueerende strooming ook anders beschrijven: Is R hoog, zoodat de diffusiesnelheid der werveling gering is, dan is de wervellaag die langs de voorzijde van het lichaam ontstaat, en bij S daarvan loslaat en in de strooming dringt, *zeer dun*, zoodat ze bij benadering een *diskontinue grenslaag* voor de snelheidsverdeeling voorstelt. Deze laag is waar te nemen op foto's van de stroor ing, vlak bij het lichaam. De stroomlijnen buigen daar soms zoo scherp om, dat men van een diskontinuïteit kan spreken.

Van beide kanten van het lichaam vloeit dus een wervellaag af; zooals bekend is hebben deze lagen (tenminste bij de twee-dimensionale strooming) de eigenschap zich *spiraalsgewijs op te rollen* tot een *rij van werveldraden*. De uit beide lagen gevormde werveldraden zijn meer of minder regelmatig afwisselend geplaatst (VON KÁRMÁN, Phys. Zeitschrift **13** p. 49, 1912, en anderen).

Men kan dit zichtbaar maken door uit openingen in den wand aan de voorzijde van het lichaam gekleurde vloeistof te laten stroomen. Deze komt in de grenslaag

Laminaire stroomingen bij verschillende waarden van R.

§ 4. *De strooming langs een bol volgens* STOKES. De door STOKES aangegeven methode ter oplossing van de hydrodynamische vergelijkingen verwaarloost geheel en al de konvektie-termen. Zij geeft dus de stroomingen aan het einde $R \to 0$ van de reeks: de snelheid U moet zeer klein zijn, zoodat de werking der wrijving overheerschend is. Vergelijking (4) wordt gereduceerd tot de eenvoudige diffusie-vergelijking:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

De meest bekende oplossing hiervan is die voor de *stationaire beweging van een bol* [1]). De werveling diffundeert van het oppervlak symmetrisch naar voren en naar achteren; de dichtheid ervan is gegeven door:

$$w = \frac{3}{2} Ua \frac{\sin \theta}{r^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

(a is de straal van den bol; r en θ zijn poolkoordinaten met het centrum van den bol als pool, en de richting der beweging als as). De hierdoor bepaalde verdeeling is afgebeeld in fig. 5.

De stroomfunktie voor de absolute strooming is:

$$\psi_{abs} = \frac{3}{4} Ua \left(r - \frac{a^2}{3r} \right) \sin^2 \theta \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

met behulp hiervan zijn de fig. 6 en 7 voor absolute en relatieve strooming geteekend, welke figuren eveneens aan beide zijden symmetrisch zijn.

§ 5. *De strooming volgens* OSEEN.

Door OSEEN is opgemerkt dat de overwegingen die geleid hebben tot het verwaarloozen van de konvektie-termen goed zijn in de naaste omgeving van den bol; op grooten afstand er vandaan echter daalt de diffusie-snelheid tot nul, terwijl de konvektie-stroom steeds dezelfde snelheid U behoudt: daar zal dus de konvektie overwegen.

---

of wervellaag, maakt haar beweging mee, en geeft aldus haar vorm aan. Bijzonder mooie kinematografische opnamen hiervan vindt men bij: E. F. RELF, Technical Report Advisory Committee for Aeronautics, London 1912—13, p. 133 (Rep. N°. 76); en in L. BAIRSTOW, Applied Aerodynamics, London 1920, p. 345, fig. 167 (opname van J. L. NAYLER, zie Techn. Rep. enz. Rep. N°. 332 van Mei 1917).

De wervellaag gedraagt zich als een zg. „*draadlijn*" („filament-line", zie L. BAIRSTOW, l.c. p. 348).

[1]) Zie bv. H. LAMB, Hydrodynamics, Cambridge 1916, p. 587. LAMB geeft ook een mooie figuur van de absolute strooming.

Fig. 5—7. Strooming teweeggebracht door een bol bij $R \rightarrow 0$ volgens STOKES.

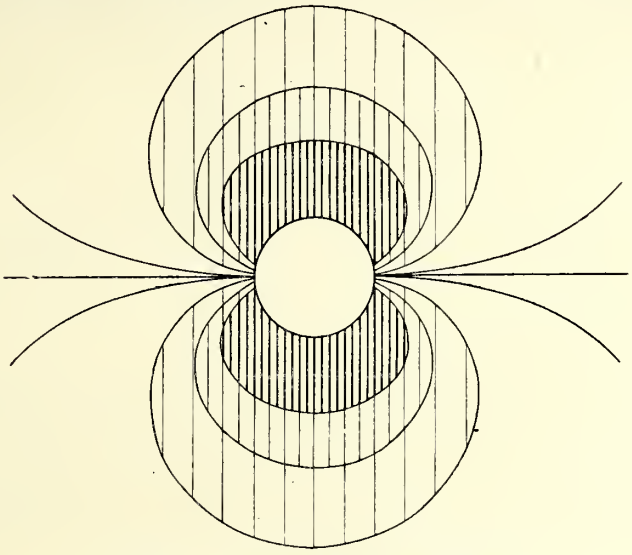


Fig. 5. Verdeeling der werveling.

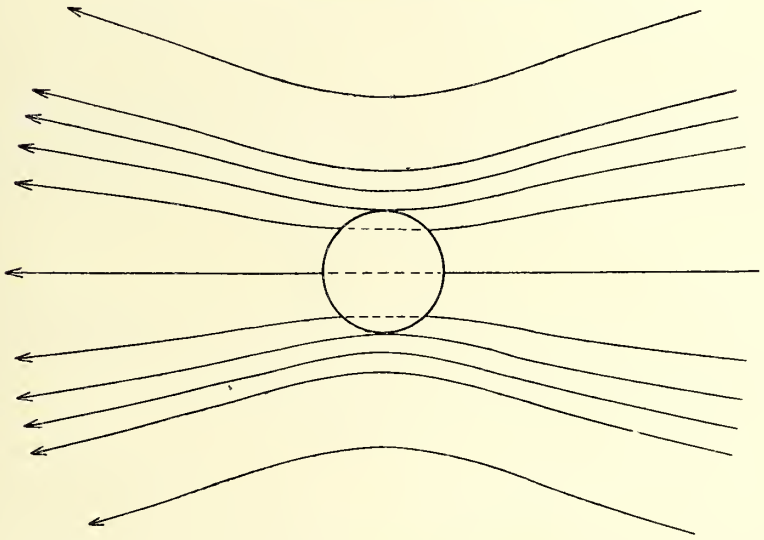


Fig. 6. Absolute strooming.

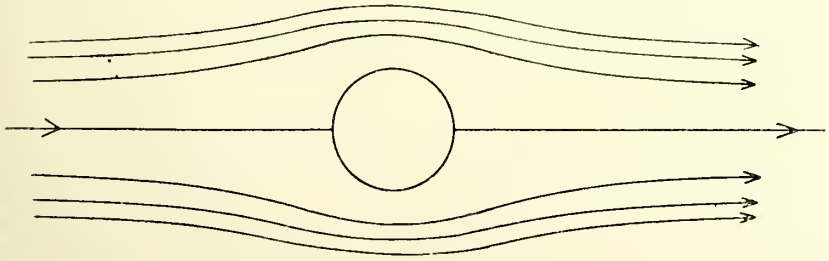


Fig. 7. Relatieve strooming.

Om dit in rekening te brengen heeft OSEEN de konvektie door den konstanten translatie-stroom U in de vergelijking behouden; verg. (4) is niet bekort tot (7), maar tot:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{w} - U \frac{\partial \mathbf{w}}{\partial x} \text{ [1]} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

In de naaste omgeving van het lichaam geeft dit geen verbetering, eerder een geringe verslechtering, maar de fout blijft van dezelfde orde van grootte als de fout van de oplossing van Stokes, nl. van de orde $\frac{Ua}{\nu}$, of van de orde van R.

Voor de stationaire beweging van een *bol* vindt OSEEN, en langs anderen weg LAMB, in de onmiddellijke omgeving van den bol dezelfde oplossing als STOKES, en dus ook dezelfde waarde voor den weerstand. Op grooten afstand is echter alles „naar achteren getrokken". De verdeeling der werveling is bepaald door:

$$w = \frac{3}{2} Ua \,.\, \frac{1 + Ur/2\nu}{r^2} \,.\, \sin\theta \,.\, exp \left\{ - \frac{U(r-x)}{2\nu} \right\}, \quad . \quad . \quad (11)$$

weergegeven in fig. 8 (de figuren zijn geteekend voor $R = 2aU/\nu = 0{,}4$). De asymmetrie tusschen voor- en achterzijde is hier duidelijk zichtbaar. De exponentieele faktor aan het eind van (11) maakt dat buiten een paraboloïdisch gebied, bv. begrensd door:

$$r - x = \frac{20\nu}{U},$$

(waar buiten de exp. funktie $< 0{,}000045$ is), w zeer klein is, zoodat de strooming daar nadert tot een potentiaalstroom.

Voor de stroomfunktie wordt opgegeven:

$$\psi_{abs} = \frac{3\nu a}{2}(1 + \cos\theta)\left[1 - exp\left\{-\frac{Ur(1-\cos\theta)}{2\nu}\right\}\right] - \frac{Ua^3}{4r}\sin^2\theta \quad (12)$$

Zie fig. 9, en voor de relatieve strooming fig. 10. Verder geeft fig. 11 op kleinere schaal (dus voor grootere waarden van r) de verdeeling der werveling en de absolute strooming; ze toont dat buiten het paraboloïdisch begrensde wervelgebied de beweging nadert

---

[1]) C. W. OSEEN, Arkiv f. Mat. Astron. och Fysik. Bd. 6, N°. 29 (1910).
H. LAMB, Phil. Mag. (6) 21, p. 112, 1911 en Hydrodynamics, p. 595 en vgl. LAMB geeft een bespreking van het karakter der beweging (waaraan deze opmerkingen zijn ontleend), en geeft ook een oplossing voor het korrespondeerende twee-dimensionale probleem. (De methode van STOKES leidt in dit laatste geval niet tot een oplossing).

Fig. 8—10. Strooming teweeggebracht door een bol bij $R = 0{,}4$ volgens Oseen en Lamb.

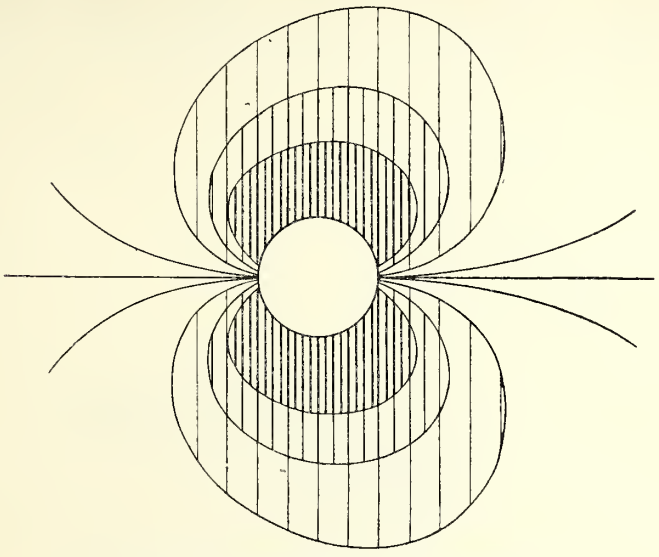


Fig. 8. Verdeeling der werveling.

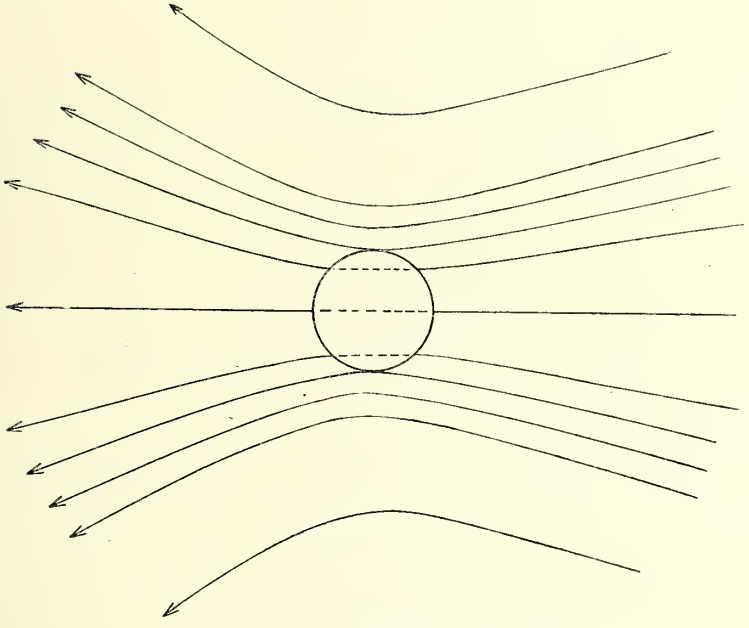


Fig. 9. Absolute strooming.

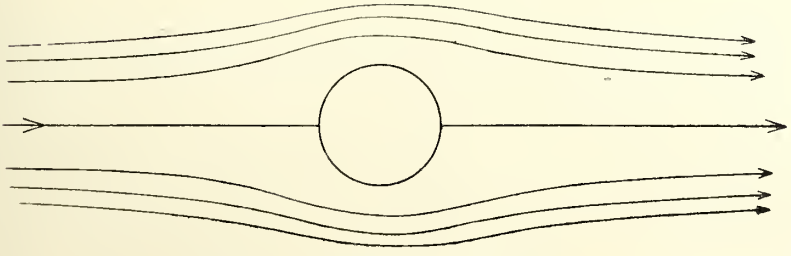


Fig. 10. Relatieve strooming.

tot een radiale strooming (met $v = 3va/2r^2$), terwijl binnen dit gebied de vloeistof door de bol wordt meegetrokken [1]).

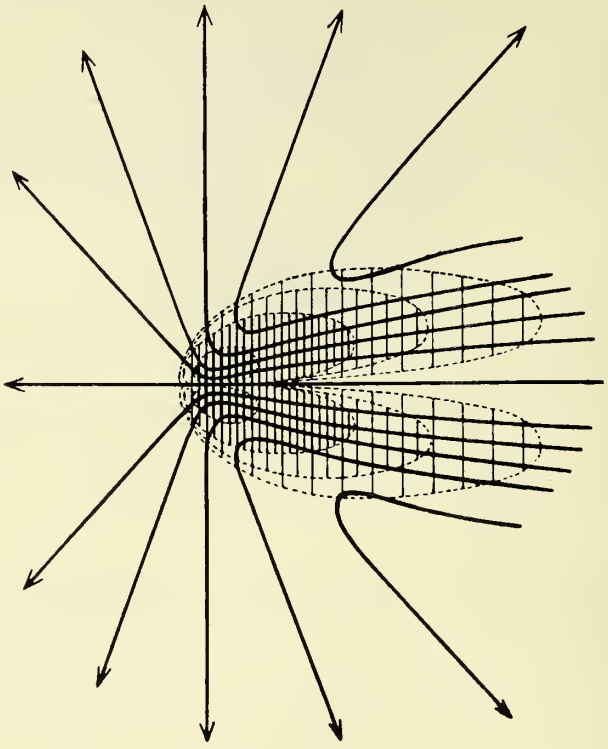


Fig. 11. Strooming teweeggebracht door een bol bij $R = 0{,}4$ volgens Oseen en Lamb.
Verdeeling der werveling en absolute strooming.
Straal van de bol in deze figuur = ca 0,4 mm.

§ **6**. Oseen's *limietstrooming voor* $R \to \infty$.

Oseen heeft in verschillende verhandelingen de eigenschappen van de algemeene oplossing van vergelijking (10) en van de daarbij behoorende vergelijkingen voor de snelheid **v** onderzocht en in twee artikelen van 1914 en 1915 is nagegaan tot welke limiet de oplossing nadert, zoo de wrijving nul en dus R oneindig groot wordt [2]).

[1]) De door (12) gegeven strooming is geen exakte oplossing van de gebruikte vergelijkingen (zie Lamb, l.c. p. 598). Een scherpere benadering is gegeven door: R. W. Burgess, American Journal of Mathematics **38**, p. 81, 1916. — De methode van Lamb is op ellipsoïden toegepast door B. Pal, Bull. Calc. Math. Soc. **X**, p. 81, 1919.

[2]) C. W. Oseen, Zur Theorie des Flüssigkeitswiderstandes, Nov. Acta R. Soc. Scient. Upsaliensis Ser. IV, Vol. **4**, 1914.

In dit geval verdwijnt dus de diffusie, en daar het wegspoelen alleen geschiedt door den translatie-stroom (volgens vergelijking (10)), zal men op de voorzijde van het lichaam een oneindig dunne wervellaag (van eindige totale sterkte) krijgen welke zich naar achteren voortzet in een *cilindermantel*, evenwijdig aan de stroomrichting, die het lichaam langs den parallelcirkel van grootste middellijn omhult. Dit is geschetst in fig. 12, waar de wervellaag door een dikke lijn is aangeduid. Buiten den cilinder is de strooming *vrij van werveling*; er binnen in het algemeen niet. Langs het cilinder-oppervlak maakt de x-komponente van de snelheid een sprong.

Voor de *stationaire beweging* wordt de volgende oplossing gevonden [1]) (de formules hebben betrekking op het absolute stroomingsbeeld; het koordinatenstelsel x, y, z gaat met het lichaam mee, de x-as is in de richting der beweging van het lichaam):

Zij φ een potentiaalfunktie, dan is buiten de bovengenoemde cilindrische ruimte:

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi, \quad \ldots \ldots \ldots \quad (13^a)$$

en er binnen:

$$\mathbf{v} = \nabla \varphi + \mathbf{U} - \mathbf{v}^*(y, z), \quad \ldots \ldots \quad (13^b)$$

waar $\mathbf{v}^*(y, z)$ de waarde voorstelt van $\nabla\varphi$ in het punt op den achterwand van het lichaam met de y- en z-koordinaten: y, z. Daarbij is $\varphi(x, y, z)$ bepaald door de onderstaande voorwaarden (die een gevolg zijn van de kontinuïteitsbetrekkingen):

$$\Delta \varphi = 0; \quad \ldots \ldots \ldots \quad (14^a)$$

verder op de voorzijde van het lichaam:

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial n}\right)_0 = U \cos(n\,x), \quad \ldots \ldots \quad (14^b)$$

en op de achterzijde:

$$\nabla \cdot \mathbf{v}^* \equiv \frac{\partial v_y^*}{\partial y} + \frac{\partial v_z^*}{\partial z} \equiv \left(\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial \varphi}{\partial x}\right)_0 = 0 \quad \ldots \quad (14^c)$$

Aan den achterwand van het lichaam is

$$\mathbf{v} = \mathbf{U} \quad \text{(parallel aan de } x\text{-as)}; \quad \ldots \quad (15)$$

C. W. Oseen, Beiträge zur Hydrodynamik I, Ann. de Phys. **46**, p. 231, 1915. In de hierop volgende artikelen (p. 623 en 1130) houdt Oseen zich bezig met de eigenschappen van de oplossing der niet-vereenvoudigde vergelijkingen. Deze worden in de vorm geschreven:

$$\varrho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla\left(p + \frac{1}{2}\varrho\, v^2\right) - \mu \Delta \mathbf{v} = \mathbf{A}$$

waarna de vektor $\mathbf{A} = \rho(\mathbf{v} \times \mathbf{w})$ als „uitwendige kracht" behandeld wordt. In het artikel op p. 231 is $\mathbf{A}$ buiten beschouwing gelaten.

[1]) C. W. Oseen, Ann. d. Phys., l.c. p. 249.

hier „kleeft" de vloeistof aan het lichaam. Aan de voorzijde daarentegen moet alleen de normale komponente van de snelheid van de vloeistof overeenstemmen met de normale komponente der snelheid van het lichaam; de tangentieele snelheid is niet gebonden, zoodat de vloeistof in het algemeen langs het lichaam zal glijden. Hier bestaat dus een grenslaag en wordt werveling gevormd [1]).

Getracht is deze oplossing te teekenen voor het geval der tweedimensionale strooming langs een cilinder met cirkelvormige doorsnede. De straal van den cilinder en de snelheid U zijn beide $= 1$ genomen. Het wervelgebied is dus de strook tusschen $y = +1$ en $y = -1$. Vergelijking (14c) geeft dan: $\partial v_y^*/\partial y = 0$; en daar op de x-as $v_y^* = 0$ is (op grond van de symmetrie), is dus overal $v_y^* = 0$. Op de lijn $y = +1$ maakt v een sprong: $1 - v^*$; tusschen $y = +1$ en $y = 0$ is de werveling:

$$w = \frac{dv^*}{dy} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

Om een benaderde waarde voor φ te vinden is gesteld:

$$\varphi = A_0 \, lg \, r - \sum_1^N \frac{A_n \cos n\theta}{n r^n} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

($\theta = 0$ in het voorste punt van den cirkel, waar $x = +1$; $\theta = \pi$ in het achterste punt). Dan worden de randvoorwaarden (14b) en (14c):

$$-\frac{\pi}{2} \leq \theta \leq +\frac{\pi}{2}: \qquad \sum_0^N A_n \cos n\theta = \cos\theta \quad . \quad . \quad . \quad (18^a)$$

$$+\frac{\pi}{2} < \theta < +\frac{3\pi}{2}: \qquad \sum_0^N (n+1) A_n \cos(n+1)\theta = 0 \quad . \quad (18^b)$$

Met behulp van de methode der kleinste kwadraten is een oplossing gezocht die bij een gegeven waarde van N zoo goed mogelijk aan (18a) en (18b) voldoet. Voor $N = 3$ is gevonden:

$$A_0 = +\,0{,}374$$
$$A_1 = +\,0{,}375$$
$$A_2 = +\,0{,}248$$
$$A_3 = +\,0{,}086$$

waarmee fig. 13 voor de absolute en fig. 14 voor de relatieve strooming is geteekend.

---

[1]) L.c. p. 252; verder ook p. 623 en 1144.

Oseen bespreekt nog de volgende eenvoudige gevallen (l.c. p. 249/250):

a. Naar achteren onbegrensd lichaam (de dikte heeft in het eindige geen maximum). Dan is overal buiten het lichaam een potentiaalstroom, bepaald door (13a), (14a) en (14b).

b. Naar voren onbegrensd lichaam. Dan is een oplossing van (14a) en (14c): $\varphi = 0$ (er is geen voorzijde, dus vervalt (14b). Men heeft dus buiten den cilinder: $\mathsf{v} = 0$; binnen den cilinder: $\mathsf{v} = \mathsf{U}$.

Fig. 12—14. Strooming teweeggebracht door een cilinder bij $R = \infty$, berekend volgens formules van OSEEN.

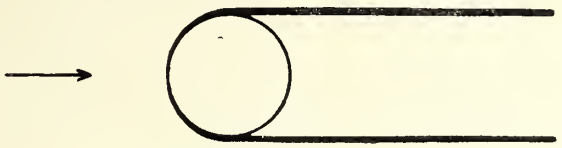


Fig. 12. Wervellagen.

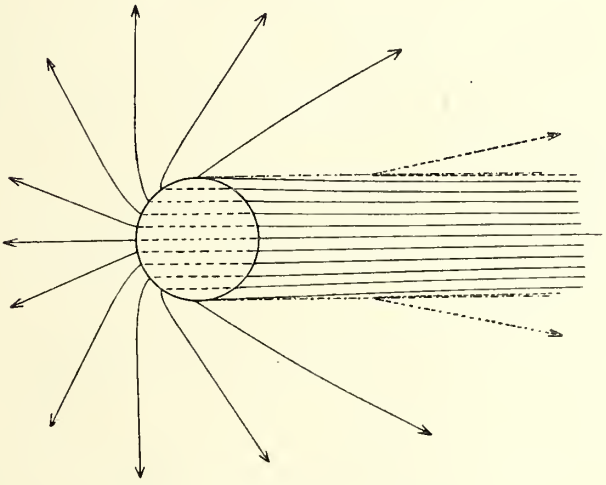


Fig. 13. Absolute strooming.

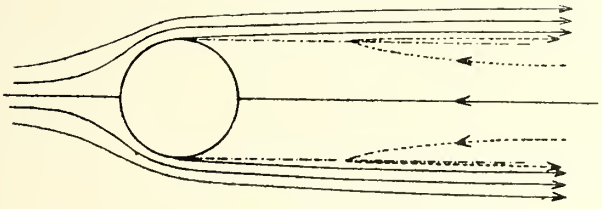


Fig. 14. Relatieve strooming.

Op grooten afstand van den cilinder heeft men een radiale strooming, welke totaal verplaatst: $2\pi A_0 = 2{,}35$; dit bedrag komt terug in den zogstroom tusschen $y = +1$ en $y = -1$. Op grooten afstand van den cilinder is daar $\nabla\varphi$ te verwaarloozen, zoodat $v = 1 - v^*$; en men vindt:

$$2\int_0^1 dy\,(1-v^*) = 2{,}36.$$

De waarde van v^* blijkt < 0 te zijn, zoodat de snelheid in den zogstroom > 1 is. In het relatieve stroombeeld ontstaat dus een *terugstrooming*. De stroomlijn $\psi = 0$ loopt langs de x-as voor $x > 1$; volgt dan den cirkelomtrek tot ongeveer $\theta = \pm 90°$; daarna laat ze los en nadert asymptotisch tot de lijnen $y = \pm 1{,}18$.

Daar verder $dv^*/dy < 0$ is voor $y > 0$, blijkt de rotatie-richting der werveling hier tegengesteld te zijn aan die van de grenslaag $y = +1$. [1])

[1]) Van de graad van onnauwkeurigheid der hier gegeven oplossing krijgt men een schatting door de waarde van de stroomfunktie $\psi_{abs.}$ te berekenen voor $r = 1$ en $\theta = 90°$; deze bedraagt 0,933 in plaats van 1,000. Verder zijn de waarden van v_{ij} voor $\theta = 90°$, 120°, 150° en 180° resp.: 0,126, 0,074, 0,034 en 0, in plaats van alle $= 0$. De teekeningen zijn eenigszins gefatsoeneerd om hierdoor geen last te krijgen.

Een benadering tot $N = 10$ gaf voor A_0 tot A_{10} resp.:

$+ 0{,}366$; $+ 0{,}419$; $+ 0{,}240$; $+ 0{,}024$; $- 0{,}059$; $- 0{,}019$;
$+ 0{,}028$; $+ 0{,}020$; $- 0{,}011$; $- 0{,}021$; $- 0{,}010$.

Hieruit volgt:

$$\psi_{abs} \text{ voor } r = 1, \quad \theta = 90° : 0{,}977$$
$$v_y^* \quad \text{voor } \theta = 90° \text{ (dus } y = 1) : 0{,}018.$$

In dit geval is:

$$\pi A_0 = 1{,}149; \qquad 2\pi A_0 = 2{,}30.$$

Het karakter van de strooming verandert dus niet bij deze scherpere benadering.

Natuurkunde. — De Heer KUENEN biedt, namens de Heeren G. HOLST en E. OOSTERHUIS, een mededeeling aan: „*Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen*".

(Mede aangeboden door den Heer EHRENFEST).

Om het optreden van een zelfstandige ontlading in een gas te verklaren, neemt men gewoonlijk aan, dat de positieve ionen, die door electronenstoot in het gas gevormd worden, op hun beurt weer in staat zijn, bij botsing tegen gasmoleculen deze te ioniseeren.

In dit geval kan het electrodenmateriaal dus geen invloed op de doorslagspanning hebben [1]).

TOWNSEND [2]) wijst echter reeds op de mogelijkheid, dat doorslag even goed zal kunnen intreden, wanneer de positieve ionen niet het gas ioniseeren, doch bij het treffen tegen de kathode hieruit nieuwe electronen vrijmaken. Hij meent echter deze veronderstelling te moeten opgeven, o.a. omdat „the sparking potentials have almost universally been found to be independent of the metal of which the electrodes are composed" [3]).

Wij hebben nu bij experimenten met neon gevonden, dat de doorslagspanning wel in hooge mate afhankelijk is van het electrodenmateriaal [4]). De metingen werden verricht in glazen buizen, gevuld met neon van ongeveer 15 mM. druk, waarin twee geometrisch gelijke electroden uit verschillend materiaal tegenover elkaar waren geplaatst, om uit te sluiten, dat de verschillen aan verontreinigingen van het gas konden worden toegeschreven. Het bleek ons daarbij, dat de doorslagspanning van het kathodemateriaal afhankelijk is, en wel in een speciaal geval, b.v. voor magnesium 145 Volt bedroeg, voor ijzer 165 Volt en voor kool 170 Volt; voor zilver- en koperkathoden bleken de doorslagspanningen eveneens veel hooger dan voor magnesium.

Het is ons gelukt een buis met neon en electroden uit verschillend materiaal, b.v. magnesium en ijzer, voor het gelijkrichten van

[1]) Vergelijk bv. TOWSEND, Electricity in Gases p. 322.

[2]) loc. cit. p. 330.

[3]) loc. cit. p. 332.

[4]) Een afhankelijkheid werd bij lucht onlangs gevonden door E. MEYER Ref. E.T.Z. 1920, 940.

wisselstroomen te gebruiken. Wordt een wisselspanning aan de buis aangesloten, zoodanig, dat de topspanning grooter is dan de doorslagspanning voor het materiaal, dat de kleinste doorslagspanning geeft (magnesium) en kleiner dan de doorslagspanning voor het andere materiaal (ijzer), dan gaat er een gelijkstroom door de buis en wel van zoodanige richting, dat het magnesium kathode wordt. De werking van een zoodanig instrument laat zich natuurlijk met behulp van de gangbare theorie niet verklaren.

Wij zien dus, dat het materiaal van de kathode een grooten invloed heeft op de doorslagspanning van het gas en het wordt daarmee waarschijnlijk, dat men de kathode als electronenbron moet beschouwen.

Waardoor deze electronenemissie veroorzaakt wordt, is echter nog niet opgehelderd. De stoot der positieve ionen kan hiervan de aanleiding zijn, doch enkele feiten wijzen erop, dat de uittredende electronen van fotoelectrischen oorsprong zijn. Wij hebben een onderzoek over dit punt onderhanden en hopen daarover binnenkort iets te kunnen mededeelen.

Laboratorium N.V. Philips' Gloeilampenfabrieken.
Eindhoven.

Anatomie. — De Heer Boeke biedt, namens den Heer G. C. Heringa, eene mededeeling aan: *„Ombredanne's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis."*

(Mede aangeboden door den Heer Bolk).

Wanneer men, zooals toch op zeer rationeele gronden te doen gebruikelijk is, de spierfascies beschouwt als onder mechanische, door de omliggende spierindividuen uitgeoefende invloeden ontstane verdichtingen van los bindweefsel, dan heeft men daarmee een voorstelling geleverd, die ons de „spierlogen" duidelijk en begrijpelijk voor oogen voert en daarmee ook voor de praktijk hare groote waarde heeft; en toch schijnt het, of met zeker recht de wetenschappelijke waarde van deze opvatting aanvechtbaar is, en of, tot recht begrip der zaak, meer dan de door de fascien ingesloten, door spieren opgevulde ruimten, deze bindweefselformaties zelf de aandacht verdienen.

Gaarne zou ik den lezer willen verzoeken, zich voor een oogenblik met mij een fascie voor te stellen als een dun laagje ongedifferentieerd bindweefsel, dat aan weerszijden door een vliesje fibrillair bindweefsel begrensd is. We denken ons dan in dat middelste laagje een bloedvat verloopend, en we stellen verder, hierin dan ons aansluitend bij de publica opinio, dat de beide gladde vlakken aan dit bindweefselinterstitium a.h.w. daaraan gepolijst zijn door de mechanische werking van de omliggende spieren, of andere weefsels. Het stellen van dit hypothetische geval voert ons niet ver van de werkelijkheid; want op een dergelijke wijze verloopen de vasa plantaria med. en lat. in de septa intermuscularia pedis; op een dergelijke wijze ligt de vena jugularis ext. in de fascia superficialis colli, liggen de aa.meningeae en de sinus durae matris in het harde hersenvlies. de vena saphena magna in de fascia lata, de vasa epigastrica in de fascia transversalis[1]), en verloopen eindelijk tallooze zenuwen — noemen we slechts de n. cutaneus femoris lateralis, de takken van de n. femoralis, de nervi superficiales colli — een eindweegs *in* de fascies alvorens ze voor hun eindiging de eigenlijke huid binnendringen.

De reeks hier opgesomde voorbeelden, die zoo gemakkelijk met nog meer uit te breiden zou zijn, zou ons een vingerwijzing kunnen zijn in de richting van de vluchtig geschetste opvatting,

[1]) Testut et Jacob, Traité d'Anat. topogr., pag. 45.

volgens welke in het algemeen een binnenste laag vaatvoerend bindweefsel voor de fascies het essentieele is, en niet het (sit venia verbo) gladgeslepen, fibreuse weefsel, dat hun voor het mes en voor het oog hun karakteristieke hoedanigheid verleent.

Dit dan op analoge wijze, als waarop, ook bij de mesenteriën, *niet* het begrenzende peritoneaalepitheel, maar inderdaad de door hun bindweefselachtig substraat gedragen vaten het functioneel-essentieele vormen.[1]) De gedachte, die aan de hier voorgeslagen zienswijze ten grondslag ligt, is geenszins nieuw. Zij is van Ombredanne, die haar in zijn „thèse" (Paris, 1900) speciaal voor abdomen en pelvis heeft uitgewerkt, maar tevens het vermoeden van hare geldigheid voor het geheele lichaam uitspreekt:

„Il existe", zegt Ombredanne, „entre le peritoine de l'abdomen et du bassin une lame vasculaire, contenant les vaisseaux dans son épaisseur, émettant une lame secondaire, quand l'artère émet une série de branches dans un autre plan, que son plan de ramification principal, émettant une gaine vasculaire périviscérale quand l'artère émet un bouquet de branches allant envelopper un organe, présentant des renforcements du côté; d'où viennent les pressions, et capable de se souder au niveau de ses plicatures". Volgens zijn beschrijving dan, is de fascia pelvis een dergelijke, in het subperitoneale bindweefsel gedifferentieerde „lame vasculaire", die in eersten aanleg gebonden is aan de tegen den bekkenwand gelegen groote vaten, maar van waar uit, gedetermineerd door de daarvan uitgaande zijtakken, een aantal zijschotten afgaan, die, eensdeels frontaal ingesteld, de subperitoneale ruimte in een aantal vakken verdeelen [2]), en die andersdeels met de uittredende vaten (vv. glutaea, pudenda) het bekken verlaten, en daardoor het karakter van intermusculaire septa verkrijgen kunnen. Er bestaat, volgens Ombredanne principieel een innig verband tusschen vaten en bindweefsel, wat steeds in een verdichting van dit laatstgenoemde, in continue samenhang met de vaatadventitia tot uitdrukking komt [3]). Of daarbij dan, zooals in het geval, dat we in den aanhef veronderstelden, druk of trek van den kant van het omgevend weefsel op dit geheel vormgevend inwerkt, al dan niet, kan uit principieel oogpunt bezien, onverschillig blijven. In het door Ombredanne uitgewerkt gebied van

---

[1]) Deze reeds door Ombredanne getrokken, parallel tusschen fascie en mesenterium zou nog verder zijn door te trekken, indien, wat wel hoogstwaarschijnlijk is, iedere fascie aan zijn oppervlak met een endotheelbekleeding bedekt is.

[2]) Hiervan een beknopte heldere samenvatting in Testut-Jacob, Tome II, pag. 391-393.

[3]) In een coupe door de navelstreng is de engere rangschikking der bindweefselelementen rondom de vaten duidelijk waar te nemen.

de bekkenfascies komt dit b.v. daarin tot uiting, dat tegen den spierigen bekkenbodem een min. of meer glad begrensd bindweefselvlak, de z.g. spierfascie van de M. levator ani te beschrijven valt; dat evenwel de frontaaluitbreidingen, die geen druk ondervinden, in het subperitoneale bindweefsel zonder scherpe afscheiding geleidelijk vervagen.

Het was dus de grondidee van OMBREDANNE's gedachtengang, waarmede ik aanving, en die hij aldus uit: „. . . que les vaisseaux ne sont nulle part libres entres deux feuillets fibreux, ou entre un plan fibreux et un plan périostique; si l'on arrive à les isoler, à les disséquer, comme on dit, c'est à l'aide du tranchant d'un scalpel"... „Nous avons dit, que nous ne croyons pas les vaisseaux inclus libres entre deux feuillets dans une gaine, mais plongés dans l'épaisseur d'une lame: la formation de ces lames est la conséquence même de la fonction du tissu conjonctif. Ce tissu est essentiellement un tissu de remplissage, de soutien; mais il n'existe que là, où il soutient quelque chose"..... „Lorsque une artère s'épanouit en un éventail de branches, disposées dans une même plan, il constitue à cette artère et à ses branches une lame vasculaire, qui pourra s'infléchir, dont partiront des lames secondaires".

Het was een onderzoek met een geheel ander uitgangspunt, dat mij a. h. w. toevallig voerde in de richting van de mij uit TESTUT et JACOB oppervlakig bekende zienswijze van OMBREDANNE. Maar juist, omdat de resultaten van dat onderzoek mij dwongen in groote lijnen laatstgenoemden in zijn opvattingen te volgen, zou ik gaarne aan de mededeeling van die resultaten nog enkele theoretische overwegingen willen laten voorafgaan.

Er is in het jaar 1919 van de hand van FRANSEN te Leiden, een dissertatie verschenen, waarin de beteekenis van de fascies voor den bloedstroom in de venen met klem naar voren wordt gebracht. Zooals hij aantoont zijn „over de geheele lengte van de onderste extremiteit formaties aanwezig, waarvan fascies in samenhang met spieren de voornaamste bestanddeelen vormen; formaties, die de groote venen en arteriae voor dichtdrukken beschermen, en door haar verhouding tot de omgeving zuigapparaten kunnen zijn, waardoor de veneuze bloedsomloop en de continue toevoer van arterieel bloed gewaarborgd, bevorderd wordt". Zoowel uit theoretisch als uit practisch oogpunt (de pathogenese en therapie der varices betreffend), moet aan de helder geschreven beschouwing van FRANSEN zonder twijfel groot gewicht worden toegekend, en naar het mij voorkomt heeft hij in de boven geciteerde, aldus in haar algemeenheid geformuleerde conclusie dan ook den spijker op den kop getroffen. Toch meen

ik tegen de details van zijn voorstelling, hoe voorzichtig ook voorgedragen, eenig bezwaar te moeten inbrengen. Onder de voorbeelden, die FRANSEN aan de opstelling van de zooeven geciteerde conclusie laat voorafgaan, zijn twee groepen van principieel verschillende aard te onderscheiden. Want eensdeels beschrijft hij ons de vena femoralis als liggend „in een prismatische ruimte", omgrensd door fascies, en waarin bij contractie van de M. sartorius door aanspanning van de fascia lata een negatieve druk zou ontstaan. En andersdeels wordt in het zelfde betoog de openhouding van de vena poplitea bij de uittreding uit het canalis H u n t e r i in verband gebracht met een door adductorvezels gespannen *pees*boogje, dat met de vaatscheede is vergroeid. Voor de fossa poplitea daarentegen geldt weer het zelfde principe als voor de fossa S c a r p a e. En aan den anderen kant zou wederom de arcus tendineus van de M. Soleus voor de daar onderdoorgaande vasa tibialia op dezelfde wijze werken, als boven de M. adductor magnus voor de vv. poplitea.

Het is duidelijk dat hier door den schrijver twee verschillende principes worden naast elkaar gezet, en door elkaar gebruikt, en men vraagt zich af, of inderdaad deze beide mechanismen voor het openhouden der venen naast elkaar voorkomen.

Nu dringen zich, mijns inziens, tegen FRANSEN's voorstelling van de werking van een negatieven druk in de fossa Scarpae, en hetzelfde geldt natuurlijk voor de fossa poplitea, eenige objecties onmiddellijk op den voorgrond.

In de eerste plaats is het voor het ontstaan van een negatieve drukwerking op de wijze als FRANSEN zich dat voorstelt, noodzakelijk, dat de „ruimte" waarin zich de vaten bevinden hermetisch gesloten is. Dat een dergelijke afsluiting, door de fascies zoude tot stand komen, is een even ongegronde als onwaarschijnlijke veronderstelling.

In de tweede plaats is die „ruimte" rondom de vaten, zooals bij de bestudeering van dwarscoupes gemakkelijk genoeg te constateeren valt, volledig opgevuld met min of meer dicht geweven bindweefsel. En moge nu al de intercellulaire interfibrillaire grondsubstantie van dat bindweefsel vochthoudend zijn, het zou op zich zelf experimenteel nagegaan moeten worden, of een eventueel ontstaande negatieve druk zich door zoo'n colloidaal medium voldoende zou kunnen voortplanten.

In de derde plaats zouden, gesteld dat aan de twee eerste, zoo juist genoemde punten voldaan is en de door FRANSEN veronderstelde invloed op de *vene* werkelijk bestaat, voor uitwerking op de *bloedstroom in* de vene nog twee andere voorwaarden moeten zijn ver-

vuld: *a.* verplaatsing of vormverandering van het vat in toto uitgesloten zijn. Een ligging in een „prismatische ruimte" zou aan deze voorwaarde niet kunnen voldoen. *b.* Aangezien een zuigpomp zonder kleppen ondenkbaar is, is de aanwezigheid van minstens één klep stroomafwaarts voor het HYRTL's zuigapparaat conditio sine qua non. Het is nu opmerkelijk, dat FRANSEN op pag. 26 van zijn dissertatie in overeenstemming met DELBET aangeeft: „Boven de uitmonding van de vena saphena magna komen in de vena femoralis communis geen of insufficiente kleppen voor".

Er zijn dus naar het mij toeschijnt tegen FRANSEN's opvatting verschillende bedenkingen aan te voeren . . . zelfs al waren overigens de anatomische verhoudingen zoo eenvoudig als hij ze vooronderstelt. En inderdaad zijn die laatstgenoemde zeker gecompliceerder. Inderdaad moeten we, naar het mij, op straks nader aan te voeren gronden, voorkomt, niet langer de „fossa" Scarpae beschouwen als een door, tegenover haar inhoud zelfstandige, wanden omgeven ruimte, maar bestaat er alle reden, om op het voetspoor van OMBREDANNE, hier te spreken van door spieren omsloten bindweefsel, dragend de vasa femoralia benevens de lymphvaten en -klieren, van welk bindweefsel de oppervlakkige, d. w. z. tegen de spieren aan gelegen lagen tot fascia lata, diep en oppervlakkig blad, zijn verdicht. M. a. w., ik zou de fossa Scarpae, wand en inhoud te zamen, willen beschouwen als een in zijn vorm aan de beschikbare ruimte aangepaste „lame vasculaire".

Kan ik het dus met FRANSEN in deze niet eens zijn, toch is, naar ik meen, zijn uitspraak omtrent de functioneele beteekenis van de fascia lata voor den bloedstroom in de vena femoralis in zoover juist, als de fascie bij het openhouden van de vena een rol speelt. Maar dit is, dunkt mij, het gevolg van den, in de anatomische handboeken trouwens beschreven, directen samenhang van de fascia lata met de bindweefselrok van de vaten zelf.

En nu de verhoudingen in het kanaal van Hunter? Wel nu, het schijnt mij toe, dat deze zich volkomen ongedwongen laten beschouwen van hetzelfde gezichtspunt, dat we daarnet voor de fossa Scarpae hebben voorgeslagen. En dit zou dan ook, aangezien eerstgenoemde van laatstgenoemde de directe voortzetting vormt, zich a priori moeten laten verwachten. FRANSEN wijst er terecht op, dat het kanaal van HUNTER door drie aponeurotische fascies continu wordt omgrensd. Welnu, ook hier liggen de vaten niet los in die ruimte, maar vormen wederom wand en inhoud één geheel. En evenals bij de fossa Scarpae verkreeg ook hier weer de aan de spieren grenzende bindweefsellaag het fasciekarakter, in dit geval

nu echter gecompliceerd, doordat op deze fascie spiervezelen aanhechting verkregen, en zoodoende daaraan een aponeurotisch karakter verleenden. Zoodat FRANSEN's „peesboogje" naar mijn meening op te vatten is als een aponeurotische streng uit een met de vaten innig samenhangende fascie.

Zooals ik boven zeide, was het onderzoek, dat mijn gedachten leidde in de richting van OMBREDANNE's theorie van oorspronkelijk geheel anderen aard, zoodat ik, om nu deze opvatting te gaan argumenteeren, den lezer verzoeken moet, zich een oogenblik te willen verdiepen in een plotseling geheel andere kwestie. De aanleiding tot mijn onderzoek was n.l. een vraag, die mij gesteld werd door Dr. LA CHAPELLE, destijds assistent bij de chirurgie te Leiden.

Ik zal hier die vraag formuleeren, zooals zij zich oorspronkelijk aan ons voordeed. Punt van uitgang was de volgende waarneming van Dr. LA CHAPELLE: „Na reposite van de stomp van een afgebonden breukzak bij niet-geïncarcereerde hernia femoralis, kan men, met den vinger tastend onder P o u p a r t door, soms meer, soms minder duidelijk een scherpen rand voelen staan, die als een boog staat op het os pubis". De te beantwoorden vraag luidt: „Is deze rand, die, eerder nog dan het ligament van P o u p a r t, den breukzak zal omsnoeren, anatomisch gepraeformeerd, en, zoo ja, wat is het?"

Stellen wij deze vraag nog anders, dan kunnen wij zeggen, dat wij anatomisch de identiteit vast te stellen hebben van een klinisch voelbare streng, die, concentrisch aan het ligament van G i m b e r n a t, maar in dieper niveau gelegen, den ingang van het cruraalkanaal vernauwt. Gegeven nu, dat volgens de chirurgische handboeken, de eigenlijke snoer-ring van de dijbreuken niet juist bekend is, aangezien, na opheffing van den theoretischen snoer-ring van P o u p a r t - G i m b e r n a t, dikwijls nog verdere klieving van diepere, de breukzakhals omstrengelende vezels noodig is, leek het praktisch zoowel als theoretisch wel de moeite waard aan deze quaestie een onderzoek te wijden. Dit onderzoek werd door Dr. LA CHAPELLE en mij samen te Leiden aangevangen. Eerst geruimen tijd later kon ik het, dank zij de welwillendheid van Prof. VAN DEN BROEK en Prof. BARGE, die mij daarvoor van hun materiaal hebben willen afstaan te Utrecht voleindigen. Ook dank ik nog aan Dr. VAN RIJSSEL, toenmaals prosector bij de pathologische anatomie te Utrecht, de gelegenheid de in de snijzaal verkregen resultaten aan een obductiecadaver te verifieeren. In het geheel onderzocht ik zoo drie cadavers, twee mannelijke en één vrouwelijk, terwijl van een tweede vrouwencadaver frontale vriescoupes door het bekken tot onderzoek kwamen.

Wanneer men van den driehoek van Scarpa de huid en het oppervlakkige blad van de fascia lata verwijdert, en voorzichtig de groote diepe lymphvaten schoon praepareert, dan ziet men, zooals men weet, deze laatstgenoemde in de diepte verdwijnen in den medialen bovenhoek van de regio, waar het ligament van Poupart, door middel van het ligament van Gimbernat, zich aanzet op de pecten ossis pubis, en uitstraalt in de fascia pectinea. Deze convergentie der lymphvaten, benevens de ligging daar ter plaatse van één of meer lymphklieren (klier van Rosemüller), doen ons in het onontwarbare fibreuze weefsel in dien hoek het septum van Cloquet vermoeden. Dit septum Cloqueti wordt ons beschreven als een onderdeel der fascia transversalis, die, na vasthechting op het ligament van Poupart, zich verder voortzet tot op het os pubis, en zóó, als een vertikaal schot, alleen door lymphvaten doorboord, de ingang van het cruraalkanaal afsluit. Intusschen, geven we ons aan ons praeparaat nauwkeurig rekenschap van wat we zien, dan blijkt hier iets niet te kloppen; dan blijkt de ingang van het cruraalkanaal niet de gansche ruimte tusschen Poupart en het os pubis in te nemen; geen der lymphvaten, op weg naar het bekken gaat n.l. onmiddellijk onder Poupart langs, maar gezamenlijk duiken ze naar een dieper niveau. En tasten we dan voorzichtig met den vinger de voorgrens van het lymphvatencomplex bij zijn doortreding af, dan blijkt, dat de voorgrens de ingang van het cruraalkanaal gevormd *niet* door het ligament van Poupart, maar door een andere strak gespannen bindweefselband, die evenwijdig aan Poupart, maar ongeveer 1 cM. lager en iets dieper gelegen is, en, ten naasten bij concentrisch aan het gebogen vezelverloop van het ligament van Gimbernat, in de fascia pectinea uitstraalt.

Nadat we, palpeerende zoodoende reeds tot op zekere hoogte een bevestiging vonden van de door La Chapelle gedane waarneming, is het niet moeilijk de bewuste vezelstreng ook praeparatorisch bloot te leggen. Verschaffen we ons n.l. door wegpraepareeren der lymphvaten een ruimer inkijk in de diepte, dan zien we dezen band even duidelijk als we hem daarnet voelden. (Fig. 1). Dan zien we dus, dat de ingang van het cruraalkanaal aan de voorzijde door deze streng wordt begrensd, die van Poupart door losmazig bindweefsel is gescheiden. Leggen we nu vervolgens door doorsnijding en opklapping van Poupart, de diepere laag geheel en al bloot, dan zien we, dat, wat een bindweefselstreng scheen, in werkelijkheid de scherpe, vrije onderrand is van een fascie, die achterlangs Poupart van boven komt neerdalen.

Dit nu eenmaal vastgesteld zijnde, was het niet moeilijk dit fascie-

blad naar boven toe bloot te leggen, en zijn continuïteit met de fascia transversalis abdominis vast te stellen. Wanneer men, na

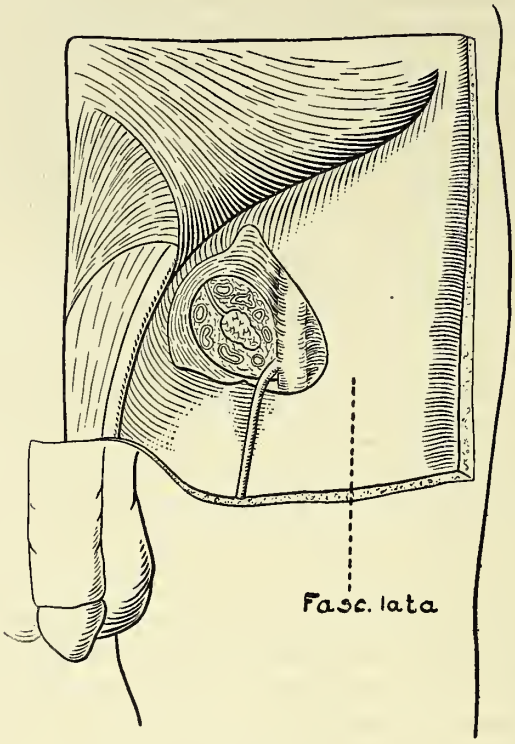


Fig. 1.

wegname van huid en spieren van den buikwand deze laatstgenoemde fascie blootpraepareert, dan ziet men, dat zij na het ligament van Poupart onder uitwisseling van een meer of minder duidelijk vezelcontingent, aan de achterzijde gepasseerd te zijn, voortgaat met neerdalen, tot zij de op den bekkenbodem subperitoneaal verloopende vasa iliaca externa onder rechten hoek ontmoet. Op deze vaten slaat zij zich over, op de bekende wijze, waarop de fascia pelvis dit doet met de organen, die den bekkenbodem doorboren : zij omhult de vaten met een fibreuze formatie, die zich eensdeels met de vaten proximaalwaarts begeeft, andersdeels evenzoo de vaten distaalwaarts volgt, en *met hen, onderlangs het ligament van Poupart, op de cruraalregio overgaat.* Het fascieblad, waarvan we, als boven beschreven, na verwijdering van de fascia lata (oppervlakkig blad) den vrijen rand te zien kregen, is dus inderdaad niets anders dan het ondereinde van de fascia transversalis, welke op de dij heeft *moeten* overgaan, omdat zij door de vorming van de vaatscheede onherroepelijk aan de vaten was gebonden. In overeenstemming hiermede is het dan

ook, dat de vrije rand van deze fascieuitbreiding, welke wij daarstraks beschreven, en welke we mediaalwaarts in de fascia pectinea zagen uitstralen, lateraal haar uitgangspunt vindt in de vaatscheede, waar zij zich praeparatorisch niet verder van de vezels van de fascia lata, liet scheiden. (Fig. 1).

Toen ik nu zoover met het onderzoek gevorderd was, meende ik dus vast te mogen stellen, dat de fascia transversalis, in stede van zich op het os pubis te hechten, en het Septum van Cloquet te

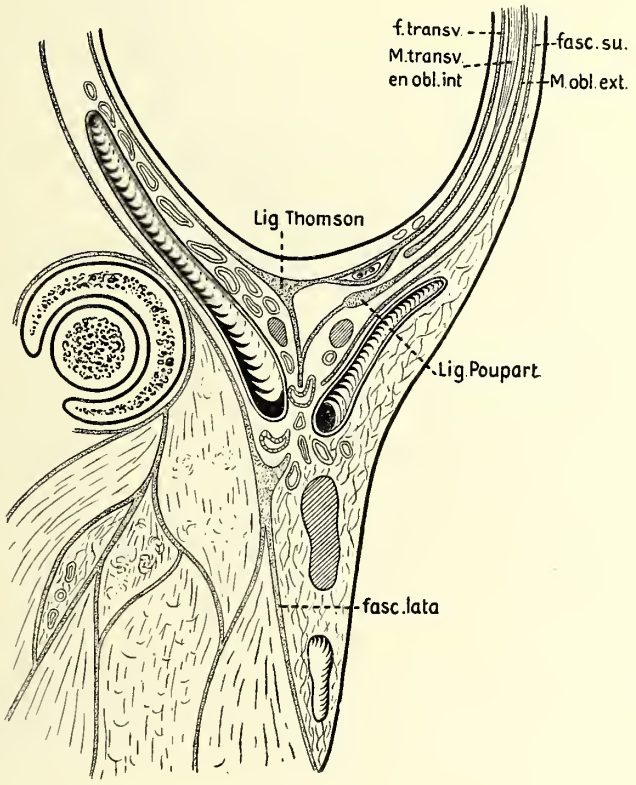


Fig. 2.
Sagittale coupe door een vrouwelijk bekken ter hoogte van de vo. femoralia. Halfschematisch.

vormen, mediaal van de femoraalvaten met een vrijen rand eindigt, en dat dus de lymphvaten, in plaats van de fascie (in loco Sept. v. Cloquet) te doorboren, daaronder doorgaan, om de subperitonale gebieden van het bekken te bereiken. Dat meer lateraalwaarts de fascia transversalis in de vaatscheede van de femoraalvaten hecht, kon mij geen verwondering baren, daar mij uit Testut-Jacob de volgende beschrijving van de „insertion inférieure" van de facsia transversalis niet onbekend was: „Puis, continuant son trajet des-

cendant, ce fascia rencontre les vaisseaux fémoraux: il se fixe sur leur pourtour, en contractant avec eux, avec la veine particulièrement, des adhérences intimes," (pag. 43).

Aanmerkelijk evenwel veranderde mijn inzicht, toen de nauwkeurige bestudeering der sagittaalcoupes mij de volgende feiten deed kennen. (Fig. 2 en 3).

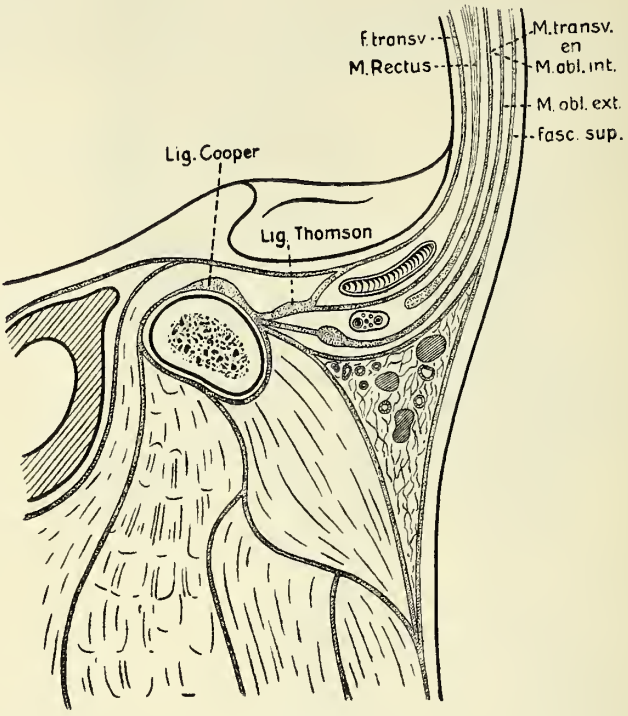


Fig. 3.

Paramediane sagittale coupe door een vrouwelijk bekken. Halfschematisch toonend de insertie van het lig. van THOMSON op het os pubis. Merkwaardig is, dat, door een vezeluitwisseling van de m. rectus en de f. transv. het lig. van THOMSON in nauwe relatie is getreden met de insertie van m. rectus. (Verg. fig. 2).

1. Dat de bewuste vrije rand een bij het wegnemen der fascia lata ontstaan kunstproduct was, want dat tusschen de fascia transversalis en de fascia lata een continue samenhang bestaat. Het is op fig. 3 aangegeven, hoe van de fascia lata een deel der vezels zich hecht op Poupart, resp. overgaat in de fascia abdominis superficialis; hoe een ander, en wel het belangrijkste contingent harer vezels, evenwel *achterlangs* Poupart samenhang krijgt met dat ondereinde van de fascia transversalis, dat, als boven beschreven, met de vaten de cruraalstreek bereikt. Zoo geformuleerd, moge deze opmerking den lezer vreemd in de ooren klinken, bij nadere be-

schouwing is de hier gegeven voorstelling niet zoo vreemd, zelfs niet eens nieuw. Immers ook in de literatuur vinden wij allerwege gewag gemaakt, van de ontmoeting der vezels van deze zelfde twee fascies in het ligamentum inguinale, waaraan, van boven af, de fascia transversalis, van onderaf het oppervlakkige blad van de fascia lata zich vasthecht. En aan den anderen kant vinden we het meegaan van de f. transversalis met de vaten op de dij ook reeds bij DELBET (POIRIER, Traité, T. V pag. 89) vermeld.

2. Zagen we onder 1 zoo juist gewag gemaakt van den samenhang der fascia lata en transversalis voorlangs de vaten, aangezien stilzwijgend met f. lata alleen het oppervlakkige blad werd bedoeld, als tweede principieel gewichtig gegeven leeren ons de sagittaalcoupes dat *achterlangs* de vaten precies eender de fascia transversa in samenhang staat met het *diepe* blad van de fascia lata, dat is dus met dat blad, dat den bodem der fossa Scarpae bekleedt. Ook dit is eigenlijk geen nieuws, daar immers het ligament van COOPER, dat de pecten ossis bekleedt, algemeen erkend is als te zijn een doorvlechting van fascia transversa en diepe fascia-lata-vezels.

Uit de combinatie van de sub 1 en 2 genoemde feiten is nu direct de bevestiging af te lezen van de boven gedane aangifte, dat de fascia transversa, bij de ontmoeting van de vasa iliaca niet alleen zich daarop vasthecht, maar om hen heen rondom een gesloten scheede vormt. Ter nadere illustratie slechts nog deze bijzonderheid: Juist eender, als Ligament van Poupart en Ligament van Cooper door transversale vezelbundels gevormd worden, welke zijn ingeweven daar ter plaatse, waar fascie-uitbreidingen van verschillende zijde elkaar ontmoeten, evenzoo vinden we ook in een aantal gevallen daar, waar achterlangs Poupart f. transversalis en fascia lata in elkaar overgaan, een stevig ontwikkelde frontale vezelbundel. Dit is juist de bundel, welke LA CHAPELLE in vivo kon voelen. Uit den aard der zaak loopt hij evenwijdig aan het ligamentum inguinale in een iets dieper niveau. Dit ligament, dat ik in twee van de vier onderzochte cadavers met groote duidelijkheid aantrof, en dat in het sagittaal gesneden vrouwenbekken onmiddellijk in het oog viel als een ongeveer op doorsnede 2 mM. dikke streng (Zie figg. 2 en 3, is zonder twijfel identiek met het vooral van fransche zijde beschreven ligament van THOMSON (Bandelette iliopubienne).

3. Vormt dus de fascia transversalis distaalwaarts een gesloten vaatscheede om de vasa femoralia, wij hebben boven reeds aangegeven, dat zij ditzelfde ook proximaalwaarts doet. Hierbij betreden wij nu meer in bijzonderheden het gebied van OMBREDANNE. Er zijn een aantal auteurs, die aangeven, dat de fascia transversalis niet

verder naar beneden reikt dan tot de bovengrens van het bekken, dat wil dus zeggen, tot op het os pubis. Deze lezing is uit den aard der zaak met de door mij geschetste verhouding onvereenigbaar. Behalve uit de directe waarneming aan mijne sagittaalcoupes, welke mij m.i. onweerlegbaar den samenhang van fascia transversalis en fascia pelvis aantoonde, beroep ik me daarom hier op de autoriteit van andere auteurs, welke ook den bedoelden samenhang uitdrukkelijk vermelden. In de eerste plaats SPALTEHOLZ in zijn bekende atlas (pg. 613); in de tweede plaats PAUL DELBET, dezelfde die wij straks in verband met de cruraaluitbreiding van de fascia transversalis hebben genoemd. We lezen daar op de bovengenoemde plaats: „En bas il (F. tr.) descend seulement jusqu' au pubis (CHARPEY, PIERRE DELBET); le plus souvent, si j'en crois mes recherches, confirmées par les récents travaux D'OMBREDANNE, il se continue jusqu'au plancher pelvien. Il recouvre alors sur la ligne mediane le pubis, qu'il sépare de la vessie, latéralement le ligament de G i m b e r n a t; plus en dehors l'orifice des vaisseaux fémoraux. Une partie de ce tissu cellulaire suit les vaisseaux dans la cuisse, l'autre descend directement derrière l'orifice en formant le septum crural. Par sa face antérieure il adhère intimement aux arcade de DOUGLAS, en bas il contracte avec la face postérieure du pubis des adhérences laches", enz. Men herinnert zich uit den aanhef van dit artikel, dat OMBREDANNE er met klem voor opgekomen is, dat de vaten in het subperitoneale bekkenbindweefsel niet eenvoudig door de fascia pelvis worden bekleed, maar dat zij door deze fascie van een volledige scheede worden voorzien, dat zij, zooals OMBREDANNE zegt, *in* deze fascie verloopen. Breng ik nu deze beschrijving, die, zooals ook reeds werd vermeld, door een aantal fransche schrijvers werd overgenomen, in samenhang met de door mij waargenomen gegevens betreffende de fascia transversalis, welke hunnerzijds met OMBREDANNE's opvatting zoo volkomen bevredigend in overeenstemming staan, dan krijgen we van het geheele fasciecomplex in deze regionen en zijn verhouding tot de groote vaten de volgende voorstelling:

Van af hun subperitioneel verloop langs den bekkenbodem, tot op het been toe verloopen de vaten in één doorloopende buisvormige scheede, welke door een reeks van onderling samenhangende fascieformaties wordt gevormd, waarin echter, zooals volkomen terecht door OMBREDANNE wordt opgegeven de vaten niet los liggen, maar omsloten door, ingebed in massief bindweefsel. Het heeft daarom veel voor, aan te nemen, dat inderdaad deze fascies niet anders zijn, dan verdichtingen, onder mechanische invloeden ontstaan, van het vaatvoerende bindweefsel, waar dit aan eenzijdige wrij-

ving en drukking van aangrenzende elementen blootgesteld was [1]).

Toch is er één punt, waarop ik nog in dit verband moet wijzen. De nadruk, dien OMBREDANNE in het algemeen in zijn verhandeling op de vaten legt, en die ook in zijn naamgeving (lames vasculaires) tot uiting komt, stelt den auteur bloot aan een verwijt van eenzijdigheid. En dat inderdaad OMBREDANNE's opvatting zekere uitbreiding behoeft, is wel nergens zoo duidelijk te demonstreeren als juist in de regio van het trigonum Scarpae. Immers, gaan we hier nog eens apart de omgrenzing van de „fascie-buis" na, dan wordt, zooals we ten overvloede nog eens vaststellen, de voorwand gevormd door het oppervlakkige blad, de achterwand door het diepe blad van de fasia lata, welke beide, onder medewerking van de fascia transversalis zich in de fascia pelvis voortzetten. Het is dus duidelijk, dat datgene wat we uit de topographische anatomie als „Fossa Scarpae" kennen, niet anders is, dan een belangrijke verwijding van de „lame vasculaire"; en vraagt men van deze verwijding de verklaring, of althans een verklaring, dan zou men deze gereedelijk kunnen vinden in de aanwezigheid van de belangrijke pakketten lymphklieren daar ter plaatse, welke blijkbaar ook in die „lame" hun plaats moeten vinden. Het is juist om de ruimte, die de lymphevaten voor zich opeischen, dat bij de doortreding onder het ligament van THOMSON door, de fasciebuis niet concentrisch om de vaten kan aansluiten; het is daarom, dat juist dat ligament van THOMSON, in stede van zich onmiddellijk mediaal van de vaten met het diepe blad der fascia lata te vereenigen, zich eerst aanmerkelijk verder mediaal op de f. pectinea kan hechten; en zoo komt het dan ten slotte ook, dat daar aan de mediale zijde van de vaten een bindweefselmassa te vinden is, doorploegd van vaten, aan de voorzijde door het ligament van THOMSON overbrugd, waar men m.i. ten onrechte in de tusschen die lymphvaten doorgeweven bindweefseltrabekels een Septum van Cloquet heeft willen vinden. Inderdaad loopen, naar mijn vaste overtuiging, *met* de vaten ook de lymphvaten van af het been tot in het bekken, en waarschijnlijk ook verder, in een doorloopend bindweefselsubstraat, door samenhangende fascies, — die afhankelijk van locale verhoudingen, hier scherper, daar minder scherp omschreven zullen zijn, — omgeven.

Het is geenszins, omdat ik dacht nieuwe feiten te kunnen aan-

[1]) De uitdrukking „fasciebuis" moge niet de gedachte wekken aan individueele, zelfstandige formaties. Een betere, beknopte uitdrukking kon ik niet vinden Maar het zal, hoop ik, den lezer uit het voorafgaande en het volgende duidelijk zijn, dat het juist het passieve assimilatievermogen van het b.w. is, dat ik op den voorgrond zou willen stellen.

brengen, dat ik meende het bovenstaande te moeten opschrijven. Immers, al wat ik aan feitelijks uit mijn praeparaten heb opgediept, is reeds, hetzij hier of daar door anderen naar voren gebracht. Hoe zou het anders kunnen, waar juist dit gebied zoo tallooze malen door tallooze anatomen van grooten naam is bewerkt en doorwerkt? Wanneer ik dan ook, niettegenstaande dat, de vrijmoedigheid vond de anatomie van de canalis cruralis opnieuw ter sprake te brengen, dan is dit, omdat naar ik meen, juist het bijeenzetten van die enkele details, waarover blijkbaar toch nog niet algemeene overeenstemming is bereikt, hier leiden kan tot een tweeledig doel:

In de eerste plaats moge dit onderzoek dienen, om mee te helpen ook in de makroskopische anatomie voor het bindweefsel in engeren zin een betere appreciatie te verwerven, zonder daarom nog aan de fascies te kort te doen. Slechts moge er de nadruk op vallen, dat zooals OMBREDANNE betoogt, het bindweefsel in essentie een steunweefsel is: „.... mais il n'existe que là où il soutient quelque chose". En langs dezen weg moge bovenstaande dan tevens dienen, om, afgescheiden van alle respect, welke ik zeker voel voor het belangrijke werk, door FRANSEN in zijn dissertatie neergelegd, te helpen voorkomen, dat verder nog in het vervolg, de fossae der topographische anatomie in principe worden beschouwd als r u i m t e n, waarin het, zonder meer, mogelijk zou zijn een vacuum op te wekken.

In de tweede plaats kan, naar mijn meening, het bovenstaande ook nog in ander opzicht voor de toegepaste anatomie nog eenig belang hebben. Immers onze conceptie van de canalis cruralis wordt daardoor eenigszins gewijzigd. Tot dusver beschreven als een min of meer zelfstandig, door zelfstandige spierfascies omsloten gebied, zou naar mijn meening deze door de hernia doorloopen weg terug te brengen zijn tot een onderdeel van een groot samenhangend bindweefselcomplex. Stelt men zich gewoonlijk voor, dat de ingang tot deze verboden ruimte wordt gebaand door forceering van het s e p t u m van C l o q u e t, dat aan het begin van den tunnel, zou staan, ik zou daartegenover willen stellen dat, aangezien de tunnel in dien zin althans, geen begin heeft, ergens elders een plek te vinden moet zijn, waar het aandringende peritoneum de fasciebnis in zich zelf kan instulpen. En inderdaad meen ik een „zwakke plek" in den fascie-wand gevonden te hebben, die voor een dergelijke plichtsverzaking met reden aansprakelijk te stellen zou zijn. Wanneer men bedenkt (zie fig. 4), dat ter hoogte van de vasa femoralia de fascia transversa, over het os pubis heenloopend, het bekken verlaat, terwijl mediaalwaarts, achter het corpus ossis pubis zij de achterzijde van dit bot, dat wil dus zeggen den bekkenwand aan de binnenzijde

bekleedt, dan laat het zich a priori verwachten, dat op eenigerlei plek, tusschen deze beide plaatsen in gelegen, de fascia transversa

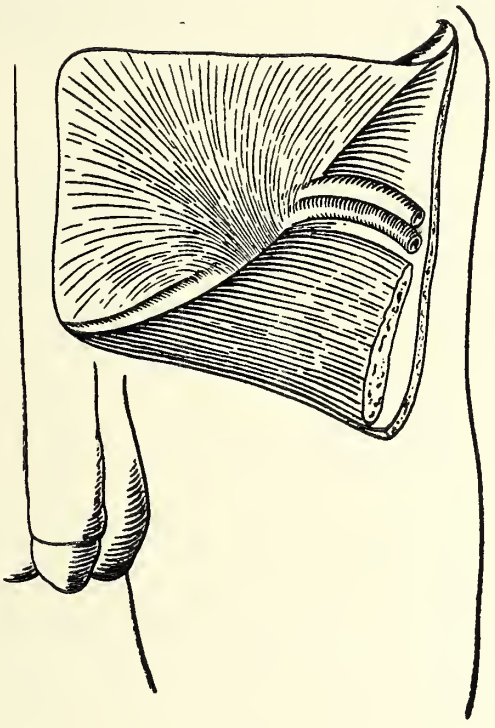


Fig. 4.

Vooraanzicht van de f. transversales na los praepareeren en terugslaan van alle daarvoor gelegen lagen van den voorsten buikwand. De plaats, waar de fascievezels boogvormig het os pubis kruisen, is de „zwakke plek".

het os pubis moet kruisen. Deze kruisingsplaats nu was bij het anatomisch praepareeren gemakkelijk te vinden, en viel onmiddellijk op doordat zich daar ter plaatse een doorschijnende plek bevond. Ook aan den tastenden vinger bood deze plek minder weerstand, zoodat het zonder twijfel mogelijk is, dat daar, dat is dus juist aan de binnenzijde van het ligament van Thomson, de fascie voor het peritoneum wijkt en zoodoende aan dit laatste de gelegenheid laat in het kanaal binnen te dringen. Het verdient de opmerkzaamheid, dat indien deze suppositie juist is, de breukzak van mediaal in het kanaal moet binnendringen, aan de mediale zijde van de vaten, dat is dus juist op de plek waar men pleegt de ligging van het septum femorale te localiseeren. Zoodat ik door deze opvatting met de dingen van dagelijksche ervaring althans niet in conflict kom. Hier moge intusschen nader onderzoek verder licht schaffen.

Palaeontologie. — De Heer Eug. Dubois biedt eene mededeeling aan over: *„De proto-Australische fossiele Mensch van Wadjak, Java."* (Tweede mededeeling.) [1])

Indien terecht de Australiërs als het meest „primitieve", het „laagste", dat is meest op den gemeenschappelijken stamvorm gelijkend type der levende menschheid mogen worden aangezien, kan men redelijk verwachten, in hun fossiele voorouders de werkelijke stamvormen der menschheid aan te treffen; tenzij het type reeds lang geleden ontwikkeld en daarna onveranderd gebleven is.

Als een voorouder nu der tegenwoordige Australische Menschengroep, een proto-Australiër, kan — wegens de onmiskenbare morphologische gelijkenis — zeker de fossiele Mensch van Wadjak beschouwd worden. Ook ligt de geografische betrekking voor de hand. En ontbreken al directe gegevens ter bepaling van den geologischen ouderdom, deze is zeker niet gering; verschillende indirecte gegevens, in mijne vorige mededeeling aangeduid, maken het zeer waarschijnlijk, dat onzen fossielen mensch eene plaats in het plistocene tijdperk toekomt [2]).

De verwachting evenwel, in hem een duidelijk lageren vorm dan den tegenwoordigen Australiërs aan te treffen, is niet uitgekomen. De voorouderlijke vorm had, ten minste bijna, denzelfden ontwikkelingstrap bereikt als de thans levende.

Nader tot phylogenetisch meer primitieve menschelijke vormen brengt ons, naar mijne meening, ook de fossiele Australiër van Talgai in Queensland niet. [3])

---

[1]) De eerste mededeeling verscheen in het Verslag van de Vergadering van 29 Mei 1920, Deel XXIX, p. 88.

[2]) Een belangrijk feit is o.a., dat de beenderen in hoogen graad versteend zijn. Voor het soortelijk gewicht van gepoederde schorszelfstandigheid van een dijbeen vind ik 2.78, bij 15° C. Het soortelijk gewicht der schorssubstantie van recente pijpbeenderen is 1.93, dat van zuiver calciet 2.72, van apatiet gemiddeld 3.19, hetgeen ook ongeveer het maximum is van phosphoriet. De fossiele beenderen van Wadjak bevatten nog slechts een zeer geringe hoeveelheid organische stof.

[3]) De door Stewart Arthur Smith (l.c., p. 374 en in zijn figuren 6, 21 en 22) afgebeelde facetten aan den bovensten caninus, die hij als „surfaces of wear" met den ondersten caninus en den ondersten eersten praemolaris beschouwt, waaruit hij afleidt dat die bovenste hoektand bijna even diep als bij de apen tusschen de genoemde tanden der onderkaak indrong, zijn, blijkens de overeenkomstige situatie aan den bovensten hoektand van Wadjak II, interstitiaire wrijvingsfacetten (Zsigmondy), op één na, hetwelk hij naast zulk een „interstitial contact facet" beschrijft en dat door vergelijking met Wadjak II als behoorend bij de algemeene afslijting van het kauwvlak te herkennen is.

Treffend zijn aan den schedel en de onderkaak van den Wadjak-Mensch de vele punten van overeenkomst met de Australische menschengroep. De afwijkingen die hem van het ras van het kleinste continent onderscheiden kunnen meest alle teruggebracht worden tot krachtiger ontwikkeling en grooter volkomenheid van het type, in een daarvoor gunstiger milieu dan dat waarin de Australische inboorling zijn armelijk bestaan vindt en gedurende langen tijd gevonden heeft. *Homo wadjakensis* was een optimale vorm. Het type verkeert in het tegenwoordige ras blijkbaar in een toestand van verval, zooals ook *Homo neandertalensis* de minder krachtige en minder volkomen afstammeling is van *Homo heidelbergensis*. Ook van dezen was, te oordeelen naar de onderkaak, het type het zuiverst en in dien zin meest primitief in den oudste van beide vormen.

Aan het neurocranium van den Wadjak-Mensch zouden alleen de iets geringer betrekkelijke grootte van het voorhoofdsgedeelte en het ver naar achteren uitsteken van den achterhoofdskwab van het cerebrum („puntig" omdat het occiput niet slechts in vertikale richting afgeplat, doch ook relatief smal is) als in den waren zin, d. i. phylogenetisch primitief kunnen beschouwd worden. Maar zelfs dat is, naar ik meen, twijfelachtig, waar de ontwikkeling der geheele hersenruimte zeker niet geringer is dan bij de tegenwoordige Australiërs, en zou door de relatief aanzienlijke ontwikkeling van de kaken en, dientengevolge, van de nekspieren kunnen verklaard worden.

Aan het splanchnocranium geven de machtige kaken een werkelijk bestiaal voorkomen. Maar een absoluut groot en sterk gebit bewijst als zoodanig nog geen phylogenetischen laagstand. Zoo is het krachtig kauwapparaat der Eskimos slechts een vereischte van de levenswijs dier hyperboriërs, namelijk voeding hoofdzakelijk met rauw vleesch en spek. Bovendien is, naar evenredigheid van de hersenruimte, het tandenboogsvlak van *Homo wadjakensis* zeker niet grooter dan dat der Australiërs, zooals in de eerste mededeeling werd aangetoond. In aanmerking nemend, dat hier een vlak met een inhoud wordt vergeleken, vindt men, dat zeker bij Wadjak I en waarschijnlijk ook bij Wadjak II de gemiddelde lengteafmeting van het kauwapparaat, in verhouding tot die van de hersenruimte, kleiner is dan bij den vergeleken Tasmaniër.

Zelfs blijven de afmetingen van de kaken en het gebit van den Wadjak-Mensch, ieder voor zich genomen, alle binnen de grenzen van andere pachygnathe en makrodonte fossiele en levende menschelijke vormen; de afwijkingen zijn nooit zoo aanzienlijk, dat zij systematische beteekenis zouden verkrijgen. De Wadjak-Mensch is zeker makrodont, evenals dit van de Australische rassengroep en

ook van *Homo neandertalensis* en zelfs van den Combe-Capelle-mensch bekend is [1]). Evenwel wordt in de absolute machtigheid

[1]) Wat de tanden betreft moge de grootte uit de navolgende vergelijkende tabellen blijken. De maxima der levende menschenrassen zijn ontleend aan DE TERRA, BLACK, MÜHLREITER, ADLOFF.

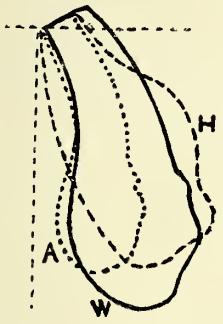
Maximale maten van tandkronen der bovenkaak (mM.)

	Wadjak II (I)	Talgai	Combe-Capelle	Krapina	Alle levende rassen
C sup. Mesio-distaal	9.7 —	9.6	8	10.5	9.3
„ „ Labio-linguaal	10.2 —	10.9	9	11.3	10.8
P_1 sup. Mesio-distaal	8.3 —	8.6	6	8.2	9.5
„ „ Bucco-linguaal	11.0 —	12.3	9	11.4	12.5
P_2 sup. Mesio-distaal	8.0 (7.6)	8.1	6.5	—	8.2
„ „ Bucco-linguaal	10.8 (11.0)	11.0	9	—	11.7
M_1 sup. Mesio-distaal	12.0 (11.2)	12.6	10.5	13.3	12.8
„ „ Bucco-linguaal	13.0 (13.8)	13.1	12	13.3	14.5
M_2 sup. Mesio-distaal	11.0 (10.6)	11.3	10.8	12.0	11.8
„ „ Bucco-linguaal	13.5 (14.2)	13.5	12	14.0	14.7
M_3 sup. Mesio-distaal	11.0 (8.2)	—	8.2	—	11.7
„ „ Bucco-linguaal	13.0 (13.0)	—	11.5	—	14.8

Maximale maten van tandkronen der onderkaak (mM.)

	Wadjak II (I)	Combe-Capelle	Mauer	Krapina	Spy II	Alle levende rassen
I_1 inf. Mesio-distaal	6.2 —	5	5.5	6.2	6.0	6.5
„ „ Labio-linguaal	7.2 —	6	7.1	8.1	7.5	7.7
I_2 inf. Mesio-distaal	6.8 —	6	6.0	7.5	6.0	7.2
„ „ Labio-linguaal	7.6 —	6.5	7.8	8.2	8.0	7.6
C_2 inf. Mesio-distaal	8.4 —	8	7.7	8.4	7.5	9.0
„ „ Labio-linguaal	9.5 —	9	9.0	10.0	9.0	10.0
P_1 inf. Mesio-distaal	8.5 —	6	8.1	8.3	7.5	8.7
„ „ Bucco-linguaal	9.0 —	9	9.0	10.0	9.0	9.8
P_2 inf. Mesio-distaal	8.3 —	7	7.5	8.5	7.5	9.0
„ „ Bucco-linguaal	8.5 —	9.5	9.2	9.9	9.0	10.5
M_1 inf. Mesio-distaal	13.7 —	12	11.6	13.8	11.5	12.8
„ „ Bucco-linguaal	12.5 —	12	11.2	12.4	11.5	12.2
M_2 inf. Mesio-distaal	11.7 (12.0)	12	12.7	12.5	11.0	12.5
„ „ Bucco-linguaal	11.0 (11.0)	11.5	12.0	11.4	11.0	12.0
M_3 inf. Mesio-distaal	12.0 (13.0)	11	12.2	13.6	12.0	15.0
„ „ Bucco-linguaal	11.3 (11.0)	11	10.9	11.0	12.0	13.0

van het kauwapparaat, als geheel genomen, de Wadjak-Mensch alleen geëvenaard, niet overtroffen door *Homo heidelbergensis*. Zooals de Australiër, in den geheelen bouw van het skelet, naar het betoog van Boule [1]), het diametraal tegengestelde type is van den Neandertaler, aldus, zeker in de onderkaak (vergelijke vooral de doorsneden der symphysen in nevenstaande figuur), *Homo wadjakensis* van *Homo heidelbergensis*. Maar deze hebben beiden van hun type het krachtigst bekende kauwapparaat, eerstgenoemde ook van het *Homo sapiens*-type.



In tegenstelling met *Homo heidelbergensis* evenwel komen reductie-verschijnselen aan de kronen van de molares bij *Homo wadjakensis* in niet geringer mate voor dan bij den recenten Mensch. Aan den tweeden en den derden molaris der bovenkaak van Wadjak II en vooral van Wadjak I zijn de achterste linguale knobbels bijzonder weinig ontwikkeld. In verband daarmede is de mesio-distale afmeting relatief klein, vooral aan m_3 van Wadjak I. Bij Wadjak II vertoont de kroon van m_1 aan de achterzijde, in het midden een klein accessorisch knobbeltje, dat eenigszins herinnert aan hetgeen door Emil Selenka van den Orangoetan beschreven is en in zeldzame gevallen ook bij den Mensch gevonden werd.

De totale lengte van den caninus der bovenkaak van Wadjak II is, gemeten aan de Röntgen-opname, 29 mM. Mühlreiter vond als maximum van alle levende rassen 37 mM. De lengte der wortels van den bovensten m_1 is, aldus gemeten, 14 mM., van m_2 16 mM. en de afstand der wortelpunten resp. 9 en 7.5 mM.; deze afstand bedraagt aan m_3 ongeveer 10 mM. In deze opzichten, evenals in de vertikale diepte der pulpaholten, die aan m_1 1.5 mM., aan m_3 2.5 mM. bedraagt, sluit zich de fossiele vorm van Java weder bij de Australiërs aan en onderscheidt zich van *Homo neandertalensis* (en *heidelbergensis*).

De plooiing van het email is meer samengesteld dan bij Europeanen, doch niet in hooger mate dan ook bij Australiërs gevonden wordt.

In de onderkaak van Wadjak II zijn de beide praemolares niet grooter en niet meer primitief van vorm dan in de reeds bekende fossiele mandibulae en die van de levende menschenrassen. De kronen der (losse) incisivi en caninus zijn, evenals die van den eersten praemolaris, grooter, van den tweeden praemolaris en van de molares daarentegen kleiner dan bij *Homo heidelbergensis*. De

[1]) L'Homme fossile de La Chapelle-aux-Saints, p. 231—234. Paris 1913.

gezamenlijke lengte der twee achterste molares bij laatstgenoemde is 25 mM., bij Wadjak II 24 mM., terwijl de afstand van het incision tot den achterrand van m_1 bij *Homo heidelbergensis* 42 mM. en bij Wadjak II 47 m.M. bedraagt. De tandbooglengte bij den Heidelberg-Mensch 58 mM., was bij Wadjak II waarschijnlijk 60 mM. Bij den Wadjak-Mensch was het voorste, bij *Homo heidelbergensis* het achterste gedeelte van het gebit grooter. Bij laatstgenoemde zijn de maaltanden alle drie vijfknobbelig en is de kroon van den middelsten maaltand het grootst. Daarentegen is bij Wadjak II alleen de voorste molaris vijfknobbelig; deze is ook het grootst, de tweede en de derde molares zijn vierknobbelig en betrekkelijk aanmerkelijk kleiner; de middelste is de kleinste. In het fragment dat van de onderkaak van Wadjak I bewaard is (de rechter achterste helft van het corpus mandibulae en het onderste gedeelte van den ramus met den angulus, waarin de volledige m_2 en m_3, benevens de grootste achterste helft van m_1, met veel minder afgesleten kronen dan bij Wadjak II) heeft m_3 drie buccale en twee linguale knobbels; deze tandkroon is ook langer in mesio-distale richting, hoewel de kaak in haar geheel minder groot dan die van Wadjak II moet geweest zijn. Al die verschillen tusschen *Homo wadjakensis* en *Homo heidelbergensis* staan wel in verband met een verschil in functie der maaltanden.

Vijfknobbelige m_2 hebben gemiddeld drie van de vier Australiërs en een van de vier vertegenwoordigers van het Maleische ras; bij beide rassen is m_3 vijfknobbelig in gemiddeld twee van de drie individuen. Papoeas sluiten zich in dit opzicht meer bij de Maleiers aan dan bij de Australiërs. Bij *Homo neandertalensis* werden negen van de twaalf m_1 vijfknobbelig bevonden en m_2 bijna altijd vierknobbelig (in tien van elf dier tanden); waarschijnlijk is de kroon van m_3 niet minder gereduceerd. De twee individuen van *Homo wadjakensis* staan dus hierin naast *Homo neandertalensis* en zeker minder aan den primitieven kant dan gemiddeld de tegenwoordige Australiërs. Daarentegen zijn, zooals gezegd, de onderste molares van *Homo heidelbergensis* alle drie vijfknobbelig, vertoonen dus den meer primitieven toestand. Het schijnt evenwel, naar hetgeen bij de levende rassen wordt waargenomen, dat zoowel het aantal der knobbels als de grootte der tandkronen met de functie in verband staat.

Eenige der belangrijkste vormeigenschappen van de bovenkaak en de onderkaak van *Homo wadjakensis* werden reeds in de eerste mededeeling beschreven en afgebeeld. Daaraan zij nu nog het volgende toegevoegd.

De *protuberantia mentalis*, een als het ware op het gelijkmatig gebogen buitenvlak van het corpus mandibulae geplaatste, zich 3 mM. boven dat vlak verheffende trigonale piramide met afgeronde opstaande kanten en tophoek, (ideaal van de „éminence triangulaire, plus ou moins bombée à son centre, qui se superpose à la face antérieure de la mandibule" aan de Europeesche onderkaak, in de beschrijving van TOPINARD) is duidelijk als een onafhankelijk van den groei van het basaal gedeelte van het corpus mandibulae ontstane vorming te herkennen. Volgens KLAATSCH [1]) is zulk een „trigonal prominence" ook wat men in den regel aan Australische onderkaken vindt. Het basaal gedeelte is volstrekt niet naar buiten omgebogen als bij vele moderne onderkaken, doch het buitenvlak van het corpus mandibulae is tot onder toe recht. De binnenzijde der kinstreek is, afgezien van de daarop geplaatste *spina mentalis*, een van boven naar onder bijna gelijkmatig hellend, slechts zeer flauw convex vlak. De spina is van een bij *Homo sapiens* veel voorkomend type, dat ik als schaarvormig van omtrek wil aanduiden, daar deze inderdaad met den omtrek van eene kortere of langere snijderschaar groote overeenkomst vertoont; zij bestaat uit eene, 9 mM. lange, mediane *crista geniohyoidea* en twee daarboven, 6 mM. van elkander, gelegen ronde *tubercula genioglossa*. Het *foramen mentale* ligt onder het interstitium van p_2 en m_1 en is naar achter gericht.

Eene *incisura submentalis*, aan de onderkaak van Mauer (*Homo heidelbergensis*) zoo aanzienlijk (10 mM. diep), is aan die van Wadjak II nauwelijks waarneembaar (1 mM. diep). Daarentegen is de *incisura praeangularis s. praemasseterica* (BONNET) bijzonder diep. Ook bestaat een zeer aanzienlijk *tuber massetericum* (BONNET). Deze beiden bewijzen dat de musculus masseter zeer krachtig was.

In sterkte doet de onderkaak van Wadjak II niet onder voor die van *Homo heidelbergensis*. Dit is reeds af te leiden uit de vertikale doorsneden in de symphyse-lijn, in vergelijking ook met het meest voorkomend Australisch type en met de gewone Europeesche onderkaak. (Fig. 8 der eerste mededeeling). In de symphyse toch heeft de onderkaak het grootste geweld te doorstaan.

De sterkte van dat been bij Wadjak II moge nog uit de volgende maten blijken. De hoogte van het corpus mandibulae aan de symphyse, 40 mM. bij Wadjak II, is ongeveer 33.5 mM. bij *Homo heidelbergensis*, 36 mM. aan de mandibula van Spy, 30 mM. aan

[1]) H. KLAATSCH, The Skull of the Australian Aboriginal. Reports from the Pathological Laboratory of the Lunacy Department. New South Wales Government. Vol. I. Part III, p. 155. Sydney 1908.

die van La Naulette. De mediane dikte aan de symphyse, 16 mM. bij Wadjak II (boven de spina mentalis), is daarentegen 17.5 mM. bij *Homo heidelbergensis*, doch slechts 15 mM. aan de mandibula van Spy en ook aan die van La Naulette. De hoogte gemeten tusschen p_3 en m_1 is bij Wadjak II 37 mM. en de dikte aldaar 17 mM.; bij *Homo heidelbergensis* zijn deze maten resp. 33 en 19.4 mM.

De grootste dikte van het onderkaakslichaam, onder m_3, is bij Wadjak II 21 mM., dat is gelijk aan de „enorme Breite" door Oetteking en ook door Gorvanović-Kramberger, ieder éénmaal, gevonden aan onderkaken van Eskimos, bij welk ras dat been bijzonder sterk pleegt te zijn.[1]) De onderkaak van Mauer is op dezelfde plaats 23,5 mM. dik, die van La Naulette slechts 15, en van Spy 16 mM., terwijl Australiërs niet zelden 19 mM. bereiken. De hoogte bij m_3 is aan de onderkaak van Wadjak II ongeveer 35 mM., aan die van den Heidelberg-Mensch 30 mM.

De (condylus-)hoogte van den ramus mandibulae van Wadjak II is ongeveer 70 mM., de breedte, op de smalste plaats, 46.5 mM. Aan de onderkaak van den Heidelberg-Mensch zijn deze afmetingen resp. 69 en 52 mM., maar daarbij is de angulus (s. arcus, Bonnet) als het ware schuin afgesneden, evenals bij den Neandertal-Mensch van La Chapelle-aux-Saints, terwijl deze aan de onderkaak van Wadjak II rond uitsteekt. Het buitenvlak van den ramus kan niet nauwkeurig gemeten worden, daar dit deel der onderkaak met verlies van niet juist te bepalen deelen afgebroken is; maar het is zeer groot en kan op slechts 2 cM^2. minder dan dat van den Heidelberg-Mensch geschat worden. Bij dezen wordt namelijk dat vlak wel vergroot door de zeer aanzienlijke breedte van den processus coronoides, maar daar staat tegenover, dat bij den Wadjak-Mensch het angulair gedeelte grooter is. Nu is het buitenvlak van den ramus aan een middelmatige Europeesche onderkaak 16 cM^2., aan een Australische onderkaak (volgens Keith) 12 cM^2. kleiner dan aan die van den Heidelberg-Mensch. Dit beteekent dat het inplantingsvlak der kauwspieren van den Wadjak-Mensch bijna even groot was als dat van laatstgenoemde — bij dezen overwoog de musculus temporalis, bij onzen Javaanschen Australiër de masseter — en veel grooter dan

[1]) B. Oetteking, Ein Beitrag zur Kraniologie der Eskimo. Abhandlungen und Berichte des Königl. Zoologischen und Anthropologisch-Ethnographischen Museums zu Dresden. Band XII (1908). N°. 3, p. 38.

K. Gorjanović—Kramberger, Der Unterkiefer der Eskimos (Grönländer) als Träger primitiver Merkmale. Sitzungsberichte der Königl. Preuss. Akademie der Wissenschaften. Jahrgang 1909, p. 1282—1294. Taf. XV und XVI, p. 1283.

dat van den tegenwoordigen Europeaan en zelfs van den Australischen inboorling.

De processus condyloides is in transversale richting even groot als die van de Mauer-mandibula, daarentegen in sagittale richting veel smaller en veel ronder. Ook is de cavitas glenoidalis van het tegenwoordig type. Het gewricht was blijkbaar, als bij *Homo sapiens* in het algemeen, meer scharnier, voor op-en-neder beweging der onderkaak, minder schuifgewricht en aldus minder ingericht voor maalbeweging der onderkaak dan bij *Homo heidelbergensis*. De belangrijke verschillen van denzelfden aard, die tusschen het onderkaaksgewricht van *Homo neandertalensis* en den tegenwoordigen Mensch bestaan, zijn door Boule, in zijn meesterlijke beschrijving van den fossielen mensch van La Chapelle-aux-Saints, in het licht gesteld. De zeer wijde en ondiepe gewrichtskommen van dezen waren zeker voor maalbeweging ingericht, bijna als bij de Anthropoieden.

De processus coronoides is smaller, doch hooger en in verband daarmede is de incisura mandibulae dieper dan bij *Homo neandertalensis* en *heidelbergensis*.

Het buitenvlak van den ramus wijkt, in zijn geheel, van boven naar beneden iets naar buiten uit, zoodat beide rami divergeeren. Dit geldt nog meer voor de regio angularis, omdat deze bovendien op zich zelf nog sterk naar buiten gebogen is, hetgeen vooral in het oog springt bij de beschouwing van den achter- en onderkant. Dat gedeelte van den ramus is dik en sterk. Deze dikte en de ombuiging van het hoekgedeelte van den ramus naar buiten beteekenen krachtige ontwikkeling van den musculus masseter, absoluut en in vergelijking met den musculus pterygoideus internus. [1]) In de beschreven vormen van den ramus mandibulae, gelijk in die van de kinstreek, stelt de onderkaak van Wadjak II zeer volkomen het type van den tegenwoordigen Mensch (*Homo sapiens*) voor.

Volstrekt tegengesteld daaraan is het type der onderkaak van *Homo neandertalensis*, hetwelk de bij Mauer gevondene — van *Homo heidelbergensis* — in de grootste zuiverheid vertoont. Hier geen protuberantia mentalis (bij den ouderen vorm, den Heidelberg-Mensch) of slechts sporen daarvan (bij eenige vertegenwoordigers van den jongeren vorm, den eigenlijken Neandertal-Mensch), ook geen buitenwaartsche ombuiging van den onderrand van het corpus mandibulae. Daarentegen aan de binnenzijde der regio mentalis, vooral bij die meest oorspronkelijke en forsche kaak van dit type,

[1]) Volgens Theile heeft de pterygoideus internus, bij een krachtigen Europeaan, niet eens het halve, de musculus temporalis daarentegen anderhalf maal het gewicht van den masseter.

een aanzienlijke versterking van den boog van het onderkaakslichaam door een met dien der Anthropoieden en der meeste lagere Apen geheel overeenkomenden *torus mentalis internus*, en, in verband daarmede, geen of een slechts weinig ontwikkelde spina mentalis (interna). De beide rami convergeeren van boven naar beneden en de dunne pars angularis is naar binnen (althans niet naar buiten) gebogen. Boule heeft bij den *Homo neandertalensis* van La Chapelle-aux-Saints die belangrijke scheefheid der rami mandibulae, ten opzichte van het sagittale vlak van den schedel, en de zeer verdunde pars angularis, welke de bedoelde scheefheid accentueert, doordien zij „se déjette en devant, au lieu de se déjetter en dehors, comme dans la plupart des mandibules humaines actuelles", beschreven en afgebeeld [1]), ook op haar voorkomen bij vele cynomorphe Apen en onder de Anthropoieden bij den Orangoetan gewezen, daarin tevens een aanwijzing gezien voor de betrekkelijk groote kracht der musculi pterygoidei (welke ook uit de aanzienlijke grootte der vlakken van hun oorsprongen en inplantingen is af te leiden).

Het is duidelijk, dat aldus bij den Mensch van Wadjak, gelijk in meerdere of mindere mate algemeen bij *Homo sapiens*, de richtingen van den rechter en den linker musculus masseter, welke spieren bovendien aan veel minder naar buiten uitstekende jukbogen dan bij *Homo neandertalensis* haren oorsprong namen, onderling sterk divergeerend naar beneden geweest zijn, hetgeen met bijzonder sterke divergentie in die richting van de musculi pterygoidei interni moet zijn gepaard gegaan. Die spieren hebben, te zamen met de musculi temporales en pterygoidei interni, in hun voornaamste werking, niet slechts de onderkaak aan de hoeken omhoog, doch te gelijker tijd de beide hoeken naar elkander toe getrokken en daardoor haren boog sterk gespannen, het meest aan de symphyse, waar de boog het sterkst gekromd is, en aldaar in de buitenzijde der onderkaak telkens en telkens zeer aanzienlijke trekspanningen veroorzaakt. Algemeen bij *Homo sapiens* is de resulteerende richting van alle kauwspieren naar boven convergeerend en ontstaan trekspanningen van dien aard.

Bij het type der onderkaak van *Homo neandertalensis* daarentegen moeten, wegens de convergentie der beide musculi masseteres, welke door de bijzonder groote jukbogenbreedte van den schedel — de aanzienlijke phaenozygie — nog vermeerderd werd, sterke trekspanningen in den onderkaaksboog, aan de binnenzijde der symphyse ontstaan zijn. Evenzoo bij de Apen, want ook die Anthropoieden,

[1]) Marcellin Boule, L'Homme fossile de La Chapelle-aux-Saints. Paris 1913, p. 93—94 en p. 65, fig. 45.

bij welke de ramus mandibulae niet scheef op het sagittaalvlak van boven en buiten naar beneden en binnen gericht is, vertoonen toch convergentie der beide musculi masseteres, wegens het breed uitsteken der jukbogen, waaraan deze spieren haren oorsprong nemen; de phaenozygie is hier nog aanzienlijker dan bij *Homo neandertalensis*.

Het is de blijvende verdienste van WALKHOFF, het eerst op spierwerkingen ter mechanische verklaring van de kin van *Homo sapiens* de aandacht gevestigd te hebben. In zijne voorstelling moeten *Homo neandertalensis* en *Homo heidelbergensis* bijna of volkomen sprakeloos zijn geweest, hetgeen, de groote schedelcapaciteit van den Neandertal-Mensch in aanmerking genomen, wel mag betwijfeld worden. Maar terecht meent VAN DEN BROEK, dat nog andere spieren dan die welke direct bij de spraak betrokken zijn, namelijk de mimische spieren en de kauwspieren, den bijzonderen kinvorm van den tegenwoordigen Mensch kunnen hebben doen ontstaan. Hij denkt vooral aan de mimische spieren.[1]) Hier zij nu de werking der kauwspieren, bij welker, zelfs bij Europeanen met meer dan honderd kilogram te meten en even aanhoudend werkende kracht het vermogen der door WALKHOFF bedoelde tong- en tongbeenspieren en der mimische spieren in het niet verzinkt, op den voorgrond gesteld.[2])

Ten einde tegen de boven beschreven trekspanningen, welke de werking der kauwspieren veroorzaakt, bestand te zijn, moest de onderkaak aan de symphyse versterkt worden. Dit is geschied: ten eerste, door de algemeene, gelijkmatige verhooging of verdikking, zoowel bij het onderkaakstype met trekspanning aan de buitenzijde als bij dat met trekspanning aan de binnenzijde; ten tweede, door bijzondere, plaatselijk beperkte versterking, en dan: bij het type van *Homo sapiens* (en *Homo wadjakensis*), met trekspanning aan de buitenzijde, door: *a.* een *protuberantia mentalis*, *b.* een naar buiten omgebogen onderrand (*torus marginalis*), welke bij den Wakjak-Mensch ontbreekt; bij het type van *Homo neandertalensis* (en *Homo heidelbergensis*) en de meeste Apen, met trekspanning aan de binnenzijde, door: *a.* een *torus mentalis internus*, *b.* een *lamina submentalis* („simian plate, shelf or ledge" van KEITH), welke laatste alleen bij Apen, niet bij den Neandertal-Heidelberg-Mensch voorkomt.[3])

[1]) A. J. P. VAN DEN BROEK, Ueber Muskelinsertionen und Ursprünge am Unterkiefer; ein Beitrag zur Kinnfrage. Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie. Band 21, p. 227. Stuttgart 1920.

[2]) Bij de groote Anthropoieden (Orangoetan) is de kracht der kauwspieren, te oordeelen naar hun gewicht, drie maal zoo groot als bij den Europeeschen Mensch.

[3]) Deze torus mentalis internus is een andere dan de *torus mandibularis* door C. M. FÜRST (Verhandlungen der Anatomischen Gesellschaft 22. Versammlung, p. 295. Jena 1908) bij ongeveer 80% der door hem onderzochte onderkaken van Eskimos, aan de binnenzijde der praemolares, aangetroffen.

Het bestaan van die versterkingen der onderkaak behoeven wij niet slechts als mechanisch doelmatig en noodzakelijk te aanvaarden, wij kunnen zulk een aanbouw van beenzelfstandigheid ook beschouwen als bepaald gevolg van spierwerking, die — zooals door AICHEL.[1]) is aangetoond —, direct of indirect, trekspanning („*Zug*") en daarmede physiologische prikkeling van het periost veroorzaakt.

Wat verklaart dan verder het verschil in richting der kauwspieren, dat aldus oorzaak is van de twee onderkaakstypen? Waarom is in het type van *Homo neandertalensis-heidelbergensis* en de Apen de richting van den musculus masseter schuin van boven en buiten naar onder en binnen, in dat van *Homo sapiens-wadjakensis*, daarentegen, althans de resulteerende trekrichting der kauwspieren van boven en binnen naar onder en buiten?

De verklaring ligt in de bepaalde functie van den masseter en de overige kauwspieren. Andere richting en ongelijke kracht van deze moet met andere en ongelijk sterke functie gepaard gaan. Bij het laatstgenoemde type, dat van den tegenwoordigen Mensch, is de musculus masseter betrekkelijk krachtiger, zijn de musculi pterygoidei zwakker dan deze spieren waren bij het type van den Neandertal-Mensch. De richting van den musculus pterygoideus internus is bij den tegenwoordigen Mensch zoodanig, dat hij in belangrijke mate de werking van den masseter versterkt, aldus helpend bij het omhoog trekken van de onderkaak, terwijl bij het Neandertal-type de meer dwarse richting van deze (bovendien sterker) spier, ten opzichte van den ramus, haar en den musculus pterygoideus externus meer, met den musculus temporalis, bij de maalbeweging liet werkzaam zijn. Laatstgenoemde spier was bij *Homo neandertalensis* meer in de breedte (sagittale richting), minder in de hoogte (vertikale richting) ontwikkeld, hetgeen niet alleen uit den vorm van het oorsprongsvlak[2]), maar ook uit de kortheid, doch aanzienlijke breedte van den processus coronoides en de ondiepte van de incisura mandibulae kan worden afgeleid. Het achterste, bij de maalbeweging der onderkaak werkzame gedeelte der spier was blijkbaar, in vergelijking met

[1]) O. AICHEL, Vorläufige Mitteilung über Entstehung und Bedeutung der Augenbrauenwülste, zugleich ein Beitrag zur Abänderung der Knochenform durch physiologische Reizung des Periostes. Anatomischer Anzeiger, Band 49 (1916), p. 497.

[2]) Door M. BOULE, l.c., p. 43, beschreven van den schedel van La Chapelle-aux-Saints. Vergelijk ook: R. VIRCHOW (Zeitschrift für Ethnologie. Berliner Gesellschaft für Anthropologie, Ethnographie und Urgeschichte. 1872, p. 8) over den Neandertal-schedel en J. FRAIPONT (JULIEN FRAIPONT et MAX LOHEST, Recherches ethnographiques sur des ossements humains découverts dans les dépots quaternaires d'une grotte à Spy. Archives de Biologie. Vol. VII. (1886), p. 720. Gand 1887) over de Spy-schedels.

het type van *Homo sapiens-wadjakensis*, betrekkelijk krachtiger dan het voorste, dat den masseter ondersteunt.

Ontwijfelbaar was aldus het kauwapparaat van het type *Homo neandertalensis-heidelbergensis* meer voor maalbeweging ingericht; dat van *Homo sapiens-wadjakensis* is daarentegen voor afbijten, snijden en kneuzen van het voedsel bijzonder geschikt. Het laatste type was nog het meest volkomen in den Wadjak-Mensch. De onderste tandenboog is hier aan de molares een kroonbreedte smaller dan de bovenste tandenboog, zoodat, als reeds vermeld in mijn eerste mededeeling, de buccale knobbels van de onderste molares tegen de linguale knobbels van de bovenste molares zeer scheef zijn afgesleten, terwijl daarentegen de linguale knobbels van de onderste en de buccale knobbels van de bovenste molares intact gebleven (m_2 en m_3) of veel minder afgesleten zijn (m_1). Malend kauwen, met horizontale beweging der onderkaak, als bij het andere type, moet bij die scheefheid der kauwvlakken en groote ongelijkheid van de beide tandenbogen niet mogelijk geweest zijn. Dit gebitstype van den Wadjak-Mensch, analoog met dat van de Carnivora onder de Zoogdieren, was zeker bijzonder voor dierlijk voedsel ingericht. Bij de Australiërs, die hoofdzakelijk carnivorisch leven, is het verschil in breedte van de beide tandenbogen grooter dan bij eenig ander tegenwoordig ras, misschien de Eskimos uitgezonderd, maar zelfs bij de Europeanen is, in den regel, de bovenste tandenboog aan de molares wijder dan de onderste; het is een algemeene eigenschap van *Homo sapiens* [1]).

Klaatsch beschouwt dat lateraal wijd uitsteken van den bovensten tandenboog der Australiërs als een kenteeken van den primitieven toestand; het gebit van zijn *Homo aurignacensis* van Combe-Capelle had die „Primitivität" der Australiërs verloren [2]). Dit kan slechts op een oorspronkelijk menschtype, niet op een voormenschelijken vorm betrekking hebben; want bij de Anthropoieden en de meeste andere Apen steken de bovenste molares zeker niet verder buiten de onderste uit dan bij den tegenwoordigen Mensch. Van kaken der tot de Mongoloieden behoorende, doch zich hoofdzakelijk met rauw vleesch en spek voedende Eskimos, werden zelfs dergelijke toestanden, met engen ondersten tandenboog en scheeve afslijting van het gebit, beschreven [3]) als bij den Wadjak-Mensch worden aangetroffen.

---

[1]) Sir William Turner, The Relations of the Dental Arcades in the Crania of Australian Aborigines. Journal of Anatomy and Physiology. Vol. 25 (1891), p. 461—472.

[2]) In Praehistorische Zeitschrift. Band I (1910), p. 313. Berlin 1910.

[3]) K. Gorjanović-Kramberger, l. c.

Geheel anders was het gebitstype van den Neandertal- (en waarschijnlijk den Heidelberg-)Mensch. De beide tandenbogen moeten elkander volkomen gedekt of de bovenste molares maar weinig buiten de onderste uitgestoken hebben, gelijk bij de meeste Apen; want de kronen van deze tanden sleten horizontaal, althans gelijkmatig over haar geheele breedte af. De vroegtijdigheid dier afslijting, bij betrekkelijk nog jeugdige individuen, heeft vele onderzoekers getroffen; zij wordt algemeen toegeschreven aan grofheid en onzuiverheid van het plantaardig voedsel, dat dikwijls vermengd was met kleine hoeveelheden aarde. Hierdoor wordt het waarschijnlijk gemaakt, dat *Homo neandertalensis* zijn voedsel meest zocht op (en in) den grond; dit is ook af te leiden uit nog te bespreken bijzonderheden van zijn schedel en overig skelet.

Aangezien nu vleesch en visch, in het algemeen dierlijk voedsel, de voedende bestanddeelen in zeer zuiveren staat bevat en meestal niet hard is, behoeft het, om te kunnen verteren, niet bijzonder fijn gemaakt te worden. Afbijten door het voorgebit, scheuren en kneuzen door de molares is voldoende; zoo kan het voedsel bijna linea recta, snel den weg door de mondholte naar de keel afleggen. De richting waarin de kauwspieren de onderkaak tegen de bovenkaak trekken was bij den Wadjak-Mensch van onder en buiten naar boven en binnen, in welke richting ook de kauwvlakken der molares tegen elkander zijn afgeslepen. Ook zulk een gebit is namelijk veelvuldig afwisselend links en rechts werkzaam, waarbij de met het openen van den mond eerst eenigszins geabduceerde onderkaakshelft — zoodanig, dat de kronen der molares boven elkander staan — schuins van onder en buiten naar boven en binnen bewogen wordt. Aldus worden vleesch- of vischdeelen tusschen de (grootendeels gaaf gebleven) buccale kroonhelften der bovenste en linguale kroonhelften der onderste molares, welke twee rijen van spitsen vormen, zoodanig uitgerekt, dat bij de krachtige sluiting van het gebit betrekkelijk gemakkelijk door de andere (tegen elkander afgeslepen) kroonhelften stukken worden afgekneld.

De beide zijden kunnen ook gelijktijdig, maar dan meer kneuzend werken. In ieder geval is voor maalbeweging dit gebit bijna even ongeschikt als dat der Carnivora onder de Zoogdieren. De convergeerende trekrichting der kauwspieren en daarmede de vorming van de kin bij het type *Homo sapiens-wadjakensis* is derhalve te verklaren door het meer carnivore gebit van dit menschentype.

Plantaardig voedsel daarentegen, waarvan de menschen van het

type *Homo neandertalensis-heidelbergensis* hoofdzakelijk leefden, even-als de Apen, is meestal veel armer aan voedende bestanddeelen, bevat deze althans in minder geconcentreerden staat, of wel het is zeer hard. Opdat voldoende hoeveelheden voedende bestanddeelen daarmede konden opgenomen en verteerd worden, moest het kauw-apparaat zeer werkzaam zijn, het voedsel eerst goed fijn gemaakt worden. Dit geschiedde door malend kauwen, waarbij het voedsel telkens door de tong en de niet malende zijde der onderkaak — de maalbeweging is vooral alterneerend eenzijdig — automatisch onder de malende tanden van de bovenkaak der andere zijde geschoven werd (hetgeen in het andere gebitstype bij het openen van den mond geschiedt). De richting der beweging van de onderkaak, bepaald door de trekrichting der kauwspieren, moest derhalve van onder en binnen naar boven en buiten zijn. En de aldus bij die diluviale menschensoort gelijk bij de Apen, divergeerende trekrich-ting der kauwspieren, leidde tot de vorming van een torus mentalis internus, van eene lamina submentalis bovendien bij de laatsten, dat alles in verband met een meer vegetarische levenswijs.

Aldus leert ons de vergelijking van het kauwapparaat, dat *Homo wadjakensis* en *Homo neandertalensis* in hun levenswijs tegengestelde typen waren. De eerste bestond zeker wel hoofdzakelijk van de jacht en de vischvangst, de andere moet zijn plantaardig voedsel op, in of nabij den grond gezocht hebben, want aan zijn bipede locomotie kan geen twijfel bestaan. Dezelfde tegenstelling in levenswijs nu is ook uit de vergelijking van het neurocranium en de overige deelen van het skelet af te leiden.

De meest in het oog springende en belangrijkste vormeigenaardig-heden van het neurocranium van *Homo neandertalensis* zijn de platycephalie (met vervlakking van het voorhoofd en van het achterhoofd, de laatste leidende tot de vorming van een torus occipitalis transversus) en de torus supraorbitalis. Deze twee, in de eerste plaats, heeft men als aapachtige vormeigenschappen van den Nean-dertal-Mensch beschouwd, als kenteekens van lage en quantitatief geringe hersenontwikkeling. Op grond van deze eigenschappen vooral heeft G. Schwalbe[1]) met groote overtuiging het door Wilser aan dat diluviaal menschentype toegekende epitheton *primigenius* door verge-lijkende metingen en vormonderzoek getracht te rechtvaardigen. *Homo neandertalensis* zou de directe stamvorm van *Homo sapiens*, den tegenwoordigen Mensch zijn, van welken hij door essentieele ken-merken zou gescheiden zijn. Dit laatste staat lijnrecht tegenover

[1]) Vooral in zijn „Studien zur Vorgeschichte des Menschen". Zeitschrift für Morpho-logie und Anthropologie. Sonderheft (228 pp.) Stuttgart 1906.

hetgeen door HUXLEY, in zijn beroemd „Evidence as to Man's Place in Nature", in 1863 was verkondigd en wat de platycephalie aangaat, tien jaar geleden door SERA, hoewel met geheel andere strekking, in een doorwrochte studie weder verdedigd is [1]). In de voorstelling van HUXLEY e.a. zou zelfs een torus supraorbitalis, hoewel van minderen graad, in enkele gevallen, onder de tegenwoordige Australiërs, het laagste en meest oorspronkelijke der levende rassen gevonden worden. Naar beide voorstellingen had in den waarschijnlijk diluvialen australoieden Mensch van Wadjak zeker een vorm mogen verwacht worden, die iets meer tot het type van den Neandertal-Mensch nadert. Wat men vindt is het tegendeel. Tusschen den Javaanschen proto-Australiër en den Neandertal-Mensch is, wat betreft het splanchnocranium de tegenstelling nog scherper dan tusschen dezen en den tegenwoordigen Australiër; herinnerd zij hier nog aan de vormeigenschappen der uitwendige neusopening. Ook wordt aan het neurocranium van den proto-Australiër geen spoor van een torus supraorbitalis en geen platycephalie gevonden, ja menige tegenwoordige Australiër staat daarin iets minder ver van den Neandertal-Mensch. Blijkbaar heeft men met van den beginne af aan gescheiden typen te doen, en sedert men weet, dat de schedelcapaciteit van *Homo neandertalensis* niet geringer geweest is dan die van den tegenwoordigen Mensch, ja deze heeft overtroffen, gaat het ook niet meer aan, in zijne platycephalie en den daarmede gepaard gaanden torus supraorbitalis kenteekenen van nog lage en aapachtige hersenontwikkeling te zien. *Homo neandertalensis* was reeds volkomen menschelijk en die overeenkomst in vormeigenschappen met de Apen kan slechts als functioneele analogie verklaard worden.

De torus supraorbitalis van *Homo neandertalensis* is niet te verklaren door zijn krachtig kauwapparaat, want daarin doet hij voor *Homo wadjakensis* onder, die toch geen torus supraorbitalis bezit. Zulk een verklaring kan dan evenmin gelden voor de Apen, waar deze torus bijna algemeen gevonden wordt.

---

[1]) G. L. SERA, Sul significato della platicefalia con speciale considerazione della razza di Neanderthal. Archivio per l'Antropologia e la Etnologia. Vol. 40, p. 381—432 (1910); Vol. 41, p. 40—82 (1911). SERA beschouwt de platycephalie van den Neandertal-Mensch wel als een typische eigenschap, maar niet als aapachtig. Zij zou, zooals zij sporadisch bij den tegenwoordigen mensch voorkomt, constant bij dien diluvialen mensch, en wel pathologisch of semi-pathologisch, zijn voorgekomen, toen als een passieve adaptatie aan het glaciaal klimaat. Met deze voorstelling zijn de hier besproken eigenschappen van het kauwapparaat, die op den vorm van het neurocranium kunnen betrokken worden, niet in overeenstemming te brengen; ook dat het typische kauwapparaat van dien fossielen mensch in vroegeren diluvialen tijd juist meer volkomen was (*Homo heidelbergensis*).

Van groote beteekenis is het nu, dat aan den schedel van den Orangoetan de torus supraorbitalis ontbreekt, terwijl deze bij de overige Anthropoieden krachtig ontwikkeld is. Het neurocranium is ook betrekkelijk kort en rond en minder afgeplat. De primaire afwijking is blijkbaar het ontbreken van den torus supraorbitalis. Alweder kan dit niet aan verschil in de betrekkelijke grootte van de kaken liggen, want deze is zeker niet geringer dan bij den Chimpansé, evenaart bij groote exemplaren, van Sumatra, zeker wel die van den Gorilla.

Nu is bij den Orangoetan een orgaan zeer bijzonder ontwikkeld, geheel anders dan bij de overige Anthropoieden, en dit kan met het mechanisme der bewegingen, en, indirect, met den vorm van den schedel in verband gebracht worden. Bij alle orangoetans, vrouwelijke zoowel als mannelijke, is namelijk de keelzak, homologon van de kleine uitstulpingen van het slijmvlies van den larynx, die onder den naam van ventriculi Morgagni in de anatomie van den Mensch bekend zijn, niet begrepen tusschen de onderkaak en de trachea, als bij den Siamang, of (afgezien van axillaire en andere diepgelegen recessus en c. q. van dwarszakjes onder de onderkaak) toch nog slechts tot de mediane voorzijde van den hals beperkt, als bij den Chimpansé en den Gorilla, doch tot een groot luchtkussen ontwikkeld, dat, den hals omvattend, zich ver over de borst en op de schouders uitstrekt en waarop van voren en op zijde de kop rust[1]). Als steun voor den zwaren kop is, o.a. ook Heck geneigd den grooten keelzak van den Orangoetan te beschouwen[2]), want met de stem staat deze, waarschijnlijk niet in tegenstelling met de veel kleinere keelzakken der andere genoemde Anthropoieden, zeker niet in betrekking, daar de Orangoetan bijna stom is. Ook niet met buitengewone zwaarte van den kop; die van vele Chimpansés is niet minder zwaar, en de kop van den Gorilla zeker meestal zwaarder. De keelzak van den Orangoetan groeit met den algemeenen groei van het dier en is grooter bij mannelijke dan bij vrouwelijke, het grootst bij reusachtige oude mannelijke individuen. Naarmate de kop zwaarder wordt neemt de keelzak toe. Deze steunt den kop ook zijdelings en schijnt daarbij geholpen te kunnen

[1]) R. Fick (Vergleichend anatomische Studien an einem erwachenen Orang-Utang. Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte. (W. His), Jahrgang 1895, p. 76) bevond aan het lijk, dat, bij opzwellen van den keelzak, de kop sterk naar achteren werd opgeheven, zonder daarin een aanwijzing te zien van de vergeefs gezochte functioneele beteekenis van den keelzak.

[2]) Brehms Tierleben. Vierte Auflage. Säugetiere, Bd. IV, Primates. Bearbeitet von L. Heck, p. 630. Leipzig. 1916. Vergel.: Deniker en Boulart in Nouvelles Archives du Muséum d'histoire naturelle. Paris 1895. sér. 3, t. VII, p. 47—48.

worden door de wangkwabben, want waar deze voorkomen is de keelzak betrekkelijk minder groot. [1])

Maar bij de Anthropoieden en andere Apen wordt, anders dan bij *Homo sapiens*, de kop niet balanceerend op de wervelkolom gedragen, doch bij de meesten sterk voorover hangend; het zwaartepunt ligt dan ver voor de steunlijn der condylen en zeer krachtige nekspieren dragen dat overhangend gewicht. De nekspieren nu zijn bij den Orangoetan veel minder steil gericht, ten opzichte van de „horizontale vlakken" van den schedel, het planum nuchale is dienovereenkomstig steiler, dan bij de overige Anthropoieden, bijvoorbeeld den Chimpansé. De hoek van de basio-nasale lijn met de basio-inion-lijn is bij den Orangoetan ongeveer 30° kleiner en de hoek van het vlak door het midden der condylen en het nasion met het condylo-inion-vlak 22° kleiner dan bij den Chimpansé. Dat beteekent, dat eerst bij 22° opheffing van den kop van den Orangoetan, wanneer deze van voren zeker niet meer op het luchtkussen rust, de nekspieren in even gunstige richting aan het achterhoofd trekken en aldus den voorkop oplichten als bij den Chimpansé. Maar die spieren trekken dan bij den Orangoetan in de richting van den bovenoogkuilschen rand van het voorhoofdsbeen, terwijl door de opheffing de voorkop lang niet meer zoo zwaar aan het bovendien korter occipitaal schedelgedeelte hangt; zij trekken bij den Chimpansé in de richting van de schedelkruin, terwijl de voorkop nog met zijn vol gewicht aan het bovendien langer occipitaal schedelgedeelte hangt. Wanneer nu, zooals bij de locomotie, vooral het springen, telkens voorkomt, het lichaam met groote snelheid omhoog bewogen of in zijn door de zwaartekracht verkregen vaart gestuit wordt, zal de zware kop, door de traagheid, met geweldige kracht voorover vallen, tenzij hij wordt tegen gehouden. Dit geschiedt bij den Orangoetan van voren, door den veerkrachtigen keelluchtzak, bij de overige Anthropoieden en de meeste lagere Apen alleen door de nekspieren, die achter de draaias werkend, den schedel achterover trekken. De spanning, die aldus tusschen het voor- en het achtereind der calvaria ontstaat, is betrekkelijk gering bij den Orangoetan, geweldig groot bij de overige Anthropoieden, wier schedelgewelf zeker wel zou kunnen breken, ware er geen inrichting om dit te versterken, door de daarin opgewekte spanning over te nemen en te verdeelen. Bij den Mensch van het tegenwoordig type komt het hoofd, om de condylen draaiend, nooit zoo zwaar voorover te hangen, daar het bij de gewone opgerichte houding op de wervelkolom balanceert,

---

[1]) Vergel.: C. KERBERT, Reuzen-Orangoetans, in „Natuur- en Wetenschap". Eerste Jaargang, p. 7. Brugge 1914.

het planum nuchale zeer vlak ligt en de aldus bijna recht naar onder werkende nekspieren het hoofd achterover trekken, waardoor de tusschen het achterhoofd en het voorhoofd opgewekte spanning in alle houdingen veel geringer is. Evenwel zou ook bij den Mensch en den Orangoetan het schedelgewelf daartegen misschien niet altijd bestand zijn, zonder de bedoelde, wel hier minder sterke inrichting [1]).

De spanning wordt namelijk zeker niet geheel, waarschijnlijk slechts voor een zeer gering deel door de broze beenzelfstandigheid opgenomen, doch grootendeels door het zeer veerkrachtig apparaat van den *musculus epicranius* of *occipito-frontalis*, de tweebuikige platte spier, welker tusschenpees, de sterke, hoofdzakelijk uit overlangsche vezels bestaande *galea aponeurotica* of „peeshelm", los en verschuifbaar met het been, doch zeer vast met de behaarde hoofdhuid verbonden, over de schepelkap, tusschen de linker en de rechter fascia temporalis, waarin zij zich verliest, is uitgebreid. De achterste buik, gevormd aan weerskanten door den musculus occipitalis, ontspringt bij den tegenwoordigen Mensch, in verschillende uitbreiding en samenhang van het os occipitale, boven de linea nuchae superior, en zijwaarts tot de basis van den processus mastoideus van het temporale, dus boven de spieren die het hoofd achterover trekken. De voorste spierbuik, gevormd door de beide musculi frontales, ontspringt van de galea aponeurotica, en zijn vezels eindigen, bij den Mensch van het tegenwoordig type, behalve in de huid van den neuswortel en van de wenkbrauwen, over haar geheele lengte, aan het mediaal gedeelte van het voorhoofdsbeen en aan de buitenzijde van den orbitaalboog, doch hier in zeer variabele uitbreiding en samenhang; het meest bestendig is nog het lateraal gedeelte dezer aanhechting, namelijk nabij en aan den processus zygomaticus frontalis. Meer samenhangend is deze beenige oorsprong (direct of wel indirect door fascie) bij Apen, die een torus supraorbitalis bezitten [2]).

Dat apparaat moet een belangrijker beteekenis hebben en vooral (bij den Neandertal-Mensch) gehad hebben dan de wenkbrauwen op te trekken en het voorhoofd te rimpelen. Zijn voornaamste werking is wel, zoo als boven aangeduid, het verdeelen van de trekspanning, die door de nekspieren wordt opgewekt, door overbrenging op de

---

[1]) De voornaamste functioneele beteekenis der bij zoovele Apen aanwezige luchtzakken bestaat, in het algemeen, wel daarin, dat zij de nekspieren helpen om, bij den meestal zwaren voorkop en de ligging van het foramen occipitale onder het achtereind van den schedel, plotselinge uitrekking van het encephalon en het ruggemerg te voorkomen.

[2]) Over die spieren bij Apen en den Mensch: G. Ruge, Untersuchungen über die Gesichtsmuskulatur der Primaten, p. 37—51 en 84—93. Leipzig 1887.

frontale orbitaalbogen, en, als drukspanning, op de jukbeenderen en veerkrachtige jukbogen terug op het achterhoofdsbeen.[1])

De functioneele beteekenis van den torus supraorbitalis bij de meeste Apen, en zijn ontbreken bij den Orangoetan en *Homo sapiens*, wordt aldus duidelijk; ook kan zijne vorming, door toepassing van het betoog van Aichel, direct mechanisch verklaard worden.

De juistheid dezer beschouwing kan nog blijken uit hetgeen bij Amerikaansche Apen (Chrysothrix, Cebus, Apella) gevonden wordt. Hier maakt het planum nuchale, waaraan de spieren die den kop achterover trekken zijn vastgehecht, veel kleiner hoeken met het transversale glabella-inion-vlak, kunnen aldus in het schedelgewelf geen groote trekspanningen ontstaan en is geen torus supraorbitalis ontwikkeld.

De torus supraorbitalis van *Homo neandertalensis* moet dan wel op gelijke wijze, als mechanisch doelmatig en mechanisch-physiologisch ontstaan, verklaard worden, indien bij dezen het hoofd niet als bij *Homo sapiens* en *wadjakensis* „opgeheven", in evenwicht rustend op de wervelkolom, gedragen werd, doch voorovergebogen, hangend aan de nekspieren. En inderdaad zijn een aantal vormeigenschappen van eerstgenoemde, waarvan sommige reeds langer bekend waren, andere eerst door Marcellin Boule, van den fossielen mensch van La Chapelle-aux-Saints, beschreven werden, niet wel anders uit te leggen. De vormeigenschappen van het achterhoofd doen ons aannemen, dat de Neandertal-Mensch zeer sterke en het hoofd ook in den ruststand meer dragende nekspieren bezat. Dit laatste blijkt o.a. uit de steilheid van het planum nuchale. De glabella-inion-opisthion-hoek of onderste inion-hoek bedraagt namelijk aan de Neandertal-schedelkap 51.5°, aan den schedel van Spy I 54°, van Spy II 53°, van La Chapelle-aux-Saints 44.5° (Boule), bij *Homo sapiens* 31° tot 40°; bij Wadjak I is deze hoek niet nauwkeurig te bepalen, waarschijnlijk 40°, doch het planum nuchale wegens de ook van Australische schedels welbekende inknikking onder het inion, als geheel minder steil. Het foramen occipitale ligt iets verder naar achter bij den Neandertal-Mensch dan meestal bij den tegenwoordigen (en Wadjak-) Mensch en de hoek van het vlak van dat

[1]) Op analoge wijze als het apparaat van den musculus epicranius de calvaria beschermt tegen het geweld der nekspieren, beschermt haar de sterke, tusschen de crista temporalis, de linea temporalis superior en den jukboog uitgespannen, den musculus temporalis mede tot oorsprong dienende fascia temporalis tegen het geweld van laatstgenoemde spier en den jukboog tegen dat van den musculus masseter. Dit apparaat, hoewel bijzonder krachtig bij de Apen, draagt echter wel niet bij tot de vorming van het lateraal gedeelte van den torus supraorbitalis, doch slechts van de crista temporalis.

foramen met het vlak der orbitaalassen (Broca) is naar voren open, in gelijken zin, hoewel niet zoo sterk, als bij de Anthropoieden, in tegenstelling met den naar achteren open hoek van het tegenwoordig menschentype en van den Wadjak-Mensch (aan den schedel niet nauwkeurig te meten). Het vlak van het foramen occipitale moet dus sterk voorover draaien (16.5° in vergelijking met den Australischen, 22° met den Europeeschen schedel volgens Boule), opdat de oogassen dezelfde richting ten opzichte van de vertikaal aannemen. De doornuitsteeksels der twee onderste halswervels en eersten borstwervel zijn niet schuin naar beneden gericht, als bij *Homo sapiens*, doch ongeveer horizontaal, als bij de Anthropoieden, en de kromming der halswervelkolom is weinig geprononceerd. De gestalte is kort maar breed en gedrongen, de houding minder volkomen vertikaal, met in het dij- en het kniegewricht eenigszins gebogen beenen. De processus mastoidei zijn betrekkelijk klein, zoodat de musculi sternocleidomastoidei, die het hoofd draaien (bij gebogen hoofd niet wel doenlijk), betrekkelijk zwakke spieren waren. De oogkassen zijn (geheel anders dan bij den Wadjak-Mensch) zeer groot, diep en rond: de oogballen moeten groot geweest zijn. Gelijk in boomen levende en gelijk zeer snel bewegende dieren (Paard, Struisvogel) had *Homo neandertalensis* groote oogen, wel ten einde details in het gezichtsveld scherp te kunnen onderscheiden, zooals hij dat bij het zoeken van plantaardig voedsel op, in of nabij den grond, in ieder geval dichtbij, als de boomdieren, noodig had. Anders de jagende en visschende Wadjak-Mensch, voor wien het op de fijne details in zijn gezichtsveld zoo niet aankwam. Overeenkomstig zijn levenswijs was deze, te oordeelen naar de bewaard gebleven deelen van het femur en de tibia, even slank gebouwd als in den regel de Australische inboorling. Wel was hij grooter; daarom zijn de beenderen absolunt zwaarder (dikker). De diaphyse van het femur meet in het midden, sagittaal 30 mM. (Neandertal 30, Spy 31), transversaal 29 mM. (Neandertal en Spy 30); onder den trochanter minor, sagittaal 28 mM, (Neandertal 29, Spy 27), transversaal 33 mM. (Neandertal 34, Spy 35). Het caput femoris heeft een vertikale (Neandertal 52, Spy 53) en een transversale middellijn (Neandertal 50, Spy 52) van 47 mM. De proximale epiphyse der tibia is 75 mM. breed (Spy 81). De Wadjak-Mensch was derhalve veel slanker dan de Neandertal-Mensch (wiens beenen veel korter waren).

In al die punten stond de Neandertal-Mensch lijnrecht tegenover den Wadjak-Mensch. De andere, voor den eerst genoemde, voor *Pithecanthropus* en voor de Apen zoo karakteristieke vormeigenschap van den schedel, de platycephalie, die meestal gepaard gaat met den

torus supraorbitalis en bij den Wadjak-Mensch met dezen laatsten volkomen afwezig is, kan nu verklaard worden als mechanisch doelmatig: ten eerste, om, door het „chignon"-achtig uitsteken van het achterhoofd, te verkrijgen een langeren hefboom voor de trekkracht der nekspieren, bij het dragen van het voorover hangende, bijzonder zware hoofd; ten tweede, om gunstiger trekrichting van den musculus epicranius te verkrijgen, bij het overbrengen van de spanning van het achterhoofdsbeen naar het voorhoofdsbeen, in de richting van de lange as der calvaria en van de jukbogen; ten derde, om het steeds door spierkracht te dragen hoofd minder topzwaar te maken, door verplaatsing van hersenmassa naar beneden het transversaal glabella-inion vlak (hetgeen ik mij voorstel in eene volgende mededeeling nader aan te toonen). Ook kan als directe oorzaak der platycephalie de physiologische druk van den bijzonder sterk werkenden musculus epicranius beschouwd worden — op analoge wijze als bij de kunstmatige deformatie der Marker schedels, naar het onderzoek van Barge [1]).

Het staat aldus wel vast, dat *Homo neandertalensis* (met *Homo heidelbergensis*) en *Homo wadjakensis* tot twee, in ieder opzicht tegenovergestelde menschentypen behooren, en dat het onmogelijk is, bijzonder dezen — toch zeer onden — vorm van het type *Homo sapiens* uit het andere type af te leiden. Uit een gemeenschappelijken Hominiden-tak kunnen, ja moeten zij wel ontsproten zijn, in geologisch veel langer verleden tijd dan waarvan hun fossiele overblijfselen dateeren. Het behoeft wel nauwelijks gezegd te worden, dat de laatste niet gelijk te stellen is met den tijd van hun ontstaan, noch zonder meer met het optimum van hun bestaan, noch met het eind.

Homo heidelbergensis en *Homo wadjakensis* waren beiden optimale vormen van hun type. De beste tijd van bestaan van het eerste type had de eigenlijke Neandertal-Mensch zeker reeds lang achter den rug. Van den Tweeden of Mindel-Riss Interglaciaaltijd, uit welken de onderkaak van Mauer, *Homo heidelbergensis* is, tot den Derden of Riss-Würm Interglaciaaltijd, uit welken de meeste fossiele overblijfselen van den Neandertal-Mensch zijn, is het type, te oordeelen naar het kauwapparaat, sterk achteruit gegaan. Het verdwijnt dan spoedig, vermoedelijk in den laatsten of Würm-ijstijd (Spy), plaats makend, in Europa, voor verschillende reeds zeer gedifferentieerde vormen van het type *Homo sapiens* (Cro-Magnon, Combe-Capelle, Grimaldi). Een voor vegetarische levenswijs speciaal ingerichte Mensch moet in de gedurende het Plistocene tijdvak steeds verarmende planten-

[1]) J. A. J. Barge, Beiträge zur Kenntnis der niederländischen Anthropologie. II. Schädel der Insel Marken. Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie, Band 16, p. 465—524, met 1 tabel en 6 platen. Stuttgart 1914.

wereld al maar moeilijker zijn onderhoud hebben kunnen vinden, terwijl een carnivore Mensch steeds in de dierenwereld een rijkelijk bestaan had. De adaptatie aan de ongunst van het klimaat, door een meer omnivore levenswijs aan te nemen, kon bij zulk een bijzonder gespecialiseerd type als de Neandertal-mensch slechts zeer beperkt zijn; de geringe morphologische toenadering, in het kauwapparaat, tot het type van *Homo sapiens* is wel op die wijze te verklaren. In dit laatste type daarentegen was zulk een adaptatie aan een meer omnivore levenswijs wel mogelijk, waardoor de voeding vergemakkelijkt werd; deze werd vervolgens nog beter door het gebruik van vuur bij de bereiding der spijzen, hetgeen alles aanleiding gaf tot de ontwikkeling van het type *Homo sapiens* in zijn tegenwoordigen vorm.

Het behoeft geen verder betoog, dat het Neandertal-Heidelbergtype niet in het Plistocene tijdvak kan ontstaan zijn. Dit is dan ook onaannemelijk voor het *Homo sapiens*-type, omdat beider oorsprong toch zeker een gemeenschappelijke is, ten bewijze beider menschelijke lichaamsbouw en vooral, dat zij beiden in de voornaamste menschelijke eigenschap, de zeer bijzondere grootte van het encephalon, reeds de hoogte van den tegenwoordigen Mensch bereikt hadden, onaannemelijk bovendien wegens de bedoelde vroegtijdige differentieering van *sapiens*-vormen, die zich ook openbaart in den Wadjak-Mensch, waarschijnlijk wel de oudste, zeker de meest primitieve der tot heden bekende vormen van dit type.

Bestonden derhalve het Neandertal-type en het Wadjak (*sapiens*)-type reeds vóór het Plistocene tijdvak als echte Menschen, die een gemeenschappelijken menschelijken oorsprong hadden, dan moet het in nog vroegeren tijd geweest zijn, dat beider voorvader uit een bipeden, hoewel slechts mensch a c h t i g e n en een minder groot encephalon bezittenden stamvorm ontsproten is.

Palaeontologie. — De Heer Moll biedt, namens Mej. J. E. van Veen, eene mededeeling aan: *„De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en Kloedenella"*.

(Mede aangeboden door den Heer Schoute).

In het jaar 1896 verscheen van de hand van Prof. Dr. Gürich eene verhandeling over het Palaeozoïcum van het Poolsche Middelgebergte. Hierin stelde deze schrijver voor eenige schalen en kleppen van nog onbekende Ostracoden, afkomstig uit de middendevonische Ostracodenmergel van Dombrowa bij Kielce, het nieuwe geslacht *Poloniella* (4, p. 388) op. Deze resten bracht hij tot één soort n.l. tot *Poloniella devonica*.

Een twaalftal jaren later leverden de beide Amerikaansche palaeontologen Dr. Ulrich en Dr. Bassler eene bijdrage tot de kennis der *Beyrichiidae*. Bij deze gelegenheid werd ook het nieuwe geslacht *Kloedenella* (8, p. 317) opgesteld, waartoe zij minstens acht soorten meenden te moeten brengen.

In 1914 kon Prof. Dr. Bonnema (2, p. 1087; 3, p. 1105) als resultaat van zijn onderzoek over de Ostracode, welke Dr. Aurel Krause vroeger onder den naam van *Beyrichia hieroglyphica* had beschreven, de door Ulrich en Bassler gegeven kenmerken van het geslacht *Kloedenella* verbeteren.

Vergelijkt men nu hetgeen bovengenoemde schrijvers omtrent de geslachten *Poloniella* en *Kloedenella* meegedeeld hebben, dan blijkt het gemakkelijk, dat deze ident zijn. Men moet daarbij echter in aanmerking nemen, dat het door Bonnema — en mijns inziens terecht — als vooreinde genomen gedeelte der schaal door de andere schrijvers als het achtereinde wordt beschouwd. Dit heeft natuurlijk tengevolge, dat de klep, welke volgens Bonnema de linker is, door de andere schrijvers de rechter wordt genoemd.

Zoo vond Bonnema als het meest karakteristieke kenmerk van het geslacht *Kloedenella*, dat de rechterklep vóór het rechte gedeelte van den slotrand eene insnijding bezit, waarin een uitsteeksel van de linkerklep past. (Fig. 3)

Ook bij het geslacht *Poloniella* schijnt eene dergelijke verbinding van de kleppen aanwezig te zijn. Gürich vermeldt dit wel niet uitdrukkelijk, maar laar hij schrijft „Ganz am vorderen Ende jedoch

tritt der linke Saum wieder zurück und auf der hinteren Kantenhälfte springt der rechte Saum sogar stark über" meen ik te mogen besluiten, dat ze hier ook voorkomt.

Bovendien had BONNEMA gevonden, dat bij het geslacht *Kloedenella* aan den slotrand de rechterklep over de linker grijpt, terwijl bij de vrije randen het tegengestelde het geval is. In overeenstemming daarmee is, dat GÜRICH schrijft „ . . . . greift am Schlossrande die linke Klappe in einer gradlinigen Leiste vorspringend über den entsprechenden Rand der rechten Klappe" en „Längs des Bauch-, Vorder- und Hinterrandes greift die rechte Klappe über . . . ."

Veel beter echter blijkt de identiteit der beide geslachten uit de afbeeldingen, welke door GÜRICH van zijn *Poloniella devonica* en door BONNEMA van *Kloedenella hieroglyphica* zijn gegeven en welke op bijgaande plaat voor een gedeelte zijn overgenomen. Vergelijkt men Fig. 1 van *Poloniella devonica* met Fig. 2 van *Kloedenella hieroglyphica* en Fig. 7 van de eerste met Fig. 8 van de laatste, dan blijkt, dat zonder twijfel ook bij de eerste de rechterklep eene insnijding heeft, waarin een uitsteeksel van de linkerklep past. Het feit, dat GÜRICH van *Poloniella devonica* geheele schalen en van de andere Ostracoden derzelfde vindplaats losse kleppen afbeeldt, maakt het trouwens ook al waarschijnlijk, dat bij *Poloniella* de voor het geslacht *Kloedenella* zoo karakteristieke verbinding der kleppen aanwezig is.

Tevens ziet men dan gemakkelijk, dat de groeven op de zijvlakken der schalen van beide Ostracoden met elkaar overeenstemmen, wanneer men slechts aanneemt, dat bij *Poloniella devonica* de voorste en de achterste aan de buikzijde met elkaar in verbinding zijn gekomen, zoodat men hier niet de beide kleine groeven kan onderscheiden, welke bij *Kloedenella hieroglyphica* aanwezig zijn.

Vergelijkt men de figuren 7 en 9 van *Poloniella devonica* met elkaar, welke van GÜRICH afkomstig zijn, dan valt duidelijk op, dat de daar afgebeelde schalen zeer in dikte verschillen. Dit kan gemakkelijk verklaard worden door aan te nemen, dat de eerste van een mannelijk en de tweede van een vrouwelijk individu afkomstig is, gelijk bij vele andere Ostracoden reeds is gebeurd. (1, p. 79; 7, p. 66). De schaal van een wijfje wordt dan gerekend dikker te zijn dan die van een mannetje als gevolg van de sterkere ontwikkeling van het genitaal-apparaat.

Hetzelfde verschijnsel treedt ook op bij *Kloedenella hieroglyphica*. Onder het materiaal van deze Ostracode, dat in het Mineralogisch-geologisch Instituut te Groningen aanwezig is, bevinden zich ook twee soorten schalen n.l. dikkere, die ik afkomstig houd

van wijfjes (Fig. 10) en minder dikke afkomstig van mannetjes. (Fig. 8).

Men ziet dus, dat zoowel bij het geslacht *Poloniella* als bij het geslacht *Kloedenella* geslachtsdimorfisme, en wel op dezelfde wijze, optreedt.

Bij mij bestaat dan ook geen twijfel of de geslachten *Kloedenella* en *Poloniella* zijn ident. Daar het laatste eerder werd opgesteld dan het eerste, moet het geslacht *Kloedenella* vervallen.

De kenmerken van het geslacht *Poloniella* worden dan: schaal langgerekt en klein; de lengte meest kleiner dan $1^1/_2$ m.M. De dikte van de schaal bij de manlijke individuen ongeveer overal gelijk; bij de vrouwlijke vooral achter veel grooter. Bij de mannetjes de schaal vóór en achter even hoog; bij de wijfjes achter hooger. De dorsale rand recht; de ventrale convex of iets concaaf. De voorrand gelijkmatig sterk gebogen en bijna ongemerkt overgaande in den dorsalen rand, doordat hij daarmee een' zeer stompen hoek vormt; de achterrand minder gebogen, en met den dorsalen rand bijna een' rechten hoek vormend. Kleppen ongelijk; de rechter aan het vooreinde met eene halfcirkelvormige insnijding, waarin een uitsteeksel van de linkerklep past. Door deze eigenaardige verbinding der kleppen gewoonlijk veel geheele schalen bewaard gebleven. De scherpe slotrand van de linkerklep ligt in eene gootvormige groeve op den slotrand van de rechterklep. Deze laatste is langs den slotrand hooger dan de linker. De scherpe vrije randen der rechterklep liggen in eene gootvormige groeve op de vrije randen van de linker, zoodat bij de vrije randen de linkerklep buiten de rechter uitsteekt. De oppervlakte der schalen is verschillend. Op het voorste deel van elke klep bevinden zich twee min of meer verticale groeven, die door eene smalle verhevenheid zijn gescheiden. Ook op het achterste deel kan eene groeve voorkomen, die onder met de voorste in verbinding kan treden. Het oppervlak is verder meestal glad en zonder eenige versiering.

Resten van deze Ostracoden zijn gevonden in bovensilurische, devonische en misschien ook nog in carbonische lagen van de gematigde luchtstreken van het Noordelijk Halfrond.

Boven is reeds vermeld, dat *Poloniella devonica* gemakkelijk van de bovensilurische *Poloniella hieroglyphica* afgeleid kan worden door aan te nemen, dat de beide kleine groefjes, die zich onder de middelste der drie grootere bevinden, door het verdwijnen der tusschenliggende verhevenheden met elkaar en met de voorste en achterste groeve in verbinding zijn getreden.

Poloniella hieroglyphica zal op haar beurt wel weer ontstaan zijn

J. E. VAN VEEN: „De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en Kloedenella".

Fig 1.

Fig 2.

Fig 3.

Fig. 4.

Fig. 5.

Fig. 6.

Fig. 7.

Fig 8.

Fig. 9.

Fig. 10.

Fig. 11.

Fig. 12.

Fig. 13.

uit eene soort van dit geslacht, die min of meer geleek op de oudere, maar toch nog bovensilurische *Poloniella Hallii* Jones sp. (Fig. 12) (5 p. 15), waar de beide kleine groeven ontbreken, maar de drie groote reeds goed zijn ontwikkeld. Hierop wijst ook het voorkomen van kleppen met één kleine groeve bij *Poloniella hieroglyphica*. (Fig. 6.)

Verder laten zich de op *Poloniella Hallii* gelijkende vormen gemakkelijk afleiden van het type, dat wordt vertegenwoordigd door *Poloniella pennsylvanica* (Fig. 13) (6 p. 341), die in onderdevonische afzettingen voorkomt en waar slechts twee verticale groeven aanwezig zijn.

Ten slotte betuig ik mijn hartelijken dank aan Prof. Dr. J. H. Bonnema voor het ter mijner beschikking stellen van het materiaal van *Poloniella hieroglyphica* en aan Mej. A. J. Pott, leerares M.O., die de welwillendheid had de nog ontbrekende teekeningen te maken.

Mineral.-Geol. Instituut der Rijks-Universiteit te Groningen.

LITERATUUR.

1. Bonnema, J. H. „*Beitrag zur Kenntnis der Ostracoden der Kuckers'schen Schicht (C_2)*".
   Mitt. a. d. Mineral.-Geol. Institut d. R. Univ. zu Groningen, Bd. II, Heft 1., S. 1—84. Taf. I—VIII; 1909.
2. Bonnema, J. H. „*Bijdrage tot de kennis van het geslacht Kloedenella*, Ulrich en Bassler".
   Kon. Akad. v. Wet. te Amsterdam. Versl. v. d. gew. Verg. d. Wis- en Nat. Afd. v. 28 Maart 1914. Deel XXII blz. 1087—1092.
3. Bonnema, J. H. „*Contribution to the knowledge of the genus Kloedenella* Ulrich and Bassler."
   Kon. Akad. v. Wet. te Amsterdam, Proc. of the Sect. of Sc., Meeting of 24 April 1914. Vol. XVI, p. 1105—1109.
4. Gürich, G. *Das Palaeozoïcum im Polnischen Mittelgebirge.*
   Verhandl. der Russisch-Kaiserl. Mineral. Gesellsch. zu St. Petersburg. 2e Serie, 32ter Band. 1896.
5. Jones, T. R. *On some Palaeozoic Ostracoda from North America, Wales and Ireland.*
   Quarterly journal of the geol. society of London. Vol. XLVI p. 15. Pl. IV Nov. 6. 1889.
6. Jones, T. R. The American Geologist, Vol. IV., N°. 6, 1889. p. 337—342.
7. Moberg, J. C. och Grönwall, K. A. *Om Fyledalens Gotlandium.*
   Lunds Universitets Årsskrift, N. F. Afdl. 2. Bd. 5. N°. 1 Kongl. fysiografiska Sällskapets.
8. Ulrich, E. O. and Bassler, R. S. „*New American Palaeozoic Ostracoda. Preliminary revision of the Beyrichiidae with descriptions of new genera.*"
   Proc. of the U. S. Nat. Mus., Vol. XXXV, p. 227—340, with pl. XXXVII—XLIV, 1908.

VERKLARING DER PLAAT.

Fig. 1. Schaal van *Poloniella devonica* G. GÜRICH van de rechterzijde gezien. (Naar GÜRICH).

Fig. 2. Schaal van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. van de rechterzijde gezien. 40 ×. (Naar BONNEMA).

Fig. 3. Rechterklep van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. 40 ×.

Fig. 4. Schaal van *Poloniella devonica* G. GÜRICH van de linkerzijde gezien. (Naar GÜRICH).

Fig. 5. Schaal van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. van de linkerzijde gezien. 40 ×. (Naar BONNEMA).

Fig. 6. Linkerklep van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. 40 ×.

Fig. 7. Schaal van *Poloniella devonica* G. GÜRICH van een manlijk individu van de rugzijde gezien. (Naar GÜRICH).

Fig. 8. Schaal van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. van een manlijk individu van de rugzijde gezien. 40 ×. (Naar BONNEMA).

Fig. 9. Schaal van *Poloniella devonica* G. GÜRICH van een vrouwlijk individu van de buikzijde gezien. (Naar GÜRICH).

Fig. 10. Schaal van *Poloniella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. van een vrouwlijk individu van de rugzijde gezien. 40 ×.

Fig. 11. Dwarse doorsnede op de hoogte van het spierindruksel van een schaal van *Kloedenella hieroglyphica* A. KRAUSE sp. van achteren gezien. 35 ×. (Naar BONNEMA).

Fig. 12. Linkerklep van *Poloniella Hallii* JONES. sp. 15 ×. (Naar JONES).

Fig. 13. Schaal van *Poloniella pennsylvanica* JONES sp. van de rechterzijde, van voren en van de buikzijde gezien. 15 × (Naar JONES).

Physiologie. — De Heer HAMBURGER biedt, namens de Heeren S. VAN CREVELD en R. BRINKMAN, een mededeeling aan: „*Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose*".

(Mede aangeboden door den Heer WIERSMA).

1. *Inleiding.*

Het vraagstuk van de verdeeling der glucose tusschen roode bloedlichaampjes en bloedplasma, dat in de literatuur reeds zoo vaak behandeld is, is door onderzoekingen van recenten datum weder actueel geworden.

Einde 1919 heeft de eene van ons te zamen met Mej. E. VAN DAM een serie onderzoekingen gepubliceerd [1]), waarin duidelijk aangetoond werd, dat de doorlaatbaarheid der bloedlichaampjes voor glucose met het stollingsproces ten nauwste samenhangt en dat men de bloedlichaampjes van den kikvorsch en van den mensch impermeabel voor glucose vindt, wanneer men slechts het allereerste begin van de stolling heeft weten te verhinderen. Voor de kikkerbloedlichaampjes kon de physiologische impermeabiliteit door direct-chemische analyse worden aangetoond.

Voor de bloedlichaampjes van den mensch kon destijds zulk een direct chemisch bewijs nog niet geleverd worden. Bij osmotische proeven werden deze bloedlichaampjes echter bij nog niet stollend bloed steeds impermeabel gevonden en de meening werd uitgesproken, dat alle auteurs, die met de osmotische methode de bloedlichaampjes doorgankelijk voor suiker gevonden hadden, bloed hadden gebruikt, waarvan het allereerste begin der stolling niet was voorkomen.

Korten tijd na deze publicatie verscheen een artikel van W. FALTA en M. RICHTER-QUITTNER [2]) over de verdeeling van suiker, chloriden en reststikstof tusschen plasma en bloedlichaampjes in het stroomende bloed. Ook deze onderzoekers kwamen tot de conclusie, dat bij den mensch de suiker zich in het stroomende bloed alleen in het plasma bevindt. De door hen gebruikte methode was als een direct chemische te beschouwen. Zij bepaalden het suikergehalte

[1]) BRINKMAN en v. DAM. Arch. Intern. de Physiologie XV. 105. 1919.

[2]) FALTA en RICHTER—QUITTNER: Biochem. Zeitschr. **100**. 140. 1919.

van het totale bloed en van het plasma en berekenden uit deze beide waarden het volume der bloedlichaampjes, aannemende dat alle suiker zich in het plasma bevindt. Het aldus berekende bloedlichaampjesvolume kwam nu in een groot aantal gevallen met het in de haematokriet bepaalde, overeen.

De uitkomsten van de Oostenrijksche onderzoekers zijn nu echter in het afgeloopen jaar van verschillende zijden tegengesproken door anderen, die met dezelfde methode gewerkt hadden, doch tot tegengestelde resultaten gekomen waren [1]). Dat verwonderde ons niet, waar FALTA en RICHTER-QUITTNER ter verkrijging van het bloedplasma, het hirudine gebruikt hadden. Vóór hen hadden echter reeds meerdere onderzoekers met hirudinebloed gewerkt en de bloedlichaampjes permeabel gevonden.

De verklaring hiervan meenden wij te mogen zoeken in het feit, dat het hirudine de allereerste phasen der stolling niet verhindert. Slechts wanneer men dit op andere wijze voorkomen heeft, werd in de osmotische proeven ook voor hirudine-bloed de impermeabiliteit der bloedlichaampjes voor suiker gevonden [2]). Indien FALTA en RICHTER-QUITTNER desniettegenstaande bij gebruik van hirudine-bloed tot dezelfde uitkomst gekomen zijn, dan meenden wij dit niet aan het gebruik van hirudine, maar aan het scheiden van plasma en bloedlichaampjes door direct en snel centrifugeeren te moeten toeschrijven. Of men, wanneer men op die manier te werk gaat, de bloedlichaampjes inderdaad constant impermeabel voor suiker vindt, moet echter na de vele mislukte proeven met hirudine-bloed van anderen, zeer betwijfeld worden.

De groote theoretische en practische beteekenis van de onderhavige vraag vereischt echter, dat eventueel direct chemische bewijzen als afdoende kunnen worden beschouwd. Dat meenen ook wij van de proeven van FALTA en RICHTER-QUITTNER niet te kunnen zeggen.

In onzen gedachtengang konden zulke directe bewijzen slechts gegeven worden door plasma te onderzoeken, dat vrij van bloedlichaampjes direct uit de vaten was genomen, of buiten het lichaam uit bloed verkregen was dat nog geheel vloeibaar was gebleven, zonder dat één der onstolbaar makende middelen, die de eerste phasen der stolling toch niet tegengaan, was toegevoegd. Het suikergehalte van het plasma zou, indien de bloedlichaampjes impermeabel waren, ongeveer berekend moeten kunnen worden uit de totale bloedsuiker en het bloedlichaampjesvolume [3]).

[1]) Zie o.a. Biochem. Zeitschr. 107. 246 en 248. 1920.

[2]) BRINKMAN en v. DAM l.c.

[3]) We zeggen „ongeveer", omdat we voor het oogenblik willen aannemen, dat

Het is ons gelukt, eerst bij het konijn en daarna bij den mensch, plasma op beide genoemde wijzen te verkrijgen en daarna de impermeabiliteit der bloedlichaampjes voor glucose ook langs direct chemischen weg aan te toonen.

II. *Bepaling van het suikergehalte van het bloedplasma van het konijn, uit een buiten het lichaam geisoleerde vena verkregen.*

Om bloedplasma direct uit een bloedvat te verkrijgen dachten we aanvankelijk gebruik te kunnen maken van de eigenschap der sterke bezinkingssnelheid, die de bloedlichaampjes van vrouwelijke dieren (vooral zwangere) ten opzichte van die van manlijke dieren vertoonen[1]). We hebben hiertoe eenige keeren bij het vrouwelijke konijn, dat op een konijnenplank vastgebonden was, een oor verticaal bevestigd en een deel van een randvena zonder zichtbare anastomosen afgeklemd. Het is ons echter niet gelukt op die manier sedimentatie te verkrijgen, waarschijnlijk omdat er toch nog kleine anastomosen bestonden, waardoor in het afgeklemde stuk vena het bloed toch nog kon circuleeren.

Een andere methode voerde bij dezelfde dieren echter snel tot het gewenschte doel.

ARTHUS[2]) heeft gevonden, dat wanneer men bloed bewaart in een uit het lichaam genomen vena die aan beide zijden afgebonden is, dat dan het bloed in deze vena vloeibaar blijft en, wat voor de onderhavige vraag ook van groote beteekenis is, geen glycolyse vertoont. Deze methode om onstolbaar plasma te verkrijgen, is practisch gesproken, tot nu toe alleen aan de vena jugularis van het paard uitgevoerd en staat daardoor bekend als de jugularis-methode.

Wij hebben haar twee keeren bij konijnen aangewend om zuiver plasma te verkrijgen. Op de volgende wijze werd hierbij te werk gegaan. De v. jugularis werd aan één kant over een lengte van minstens 4 cM. bloot gelegd, van het omgevende weefsel los gepraepareerd en het grootste stuk dat tusschen twee inmondende venae te verkrijgen was, aan beide einden dubbel onderbonden. Dan werd het stuk, dat in de beide gevallen een lengte van ± 2½ cM. had, uit het lichaam genomen en verticaal gehouden. Waar het wachten op de bezinking der bloedlichaampjes te lang zou duren

de bloedlichaampjes wel een aandeel hebben aan de zoogenaamde restreductie. Met de door ons gebruikte BANG'sche methode bepaald, is deze echter blijkens het onderzoek van R. EGE (Biochemische Zeitschrift **107**, 229, 1920) zeer gering.

[1]) FÄHRAEUS. Biochem. Zeitschr. **89**. 355. 1918.

[2]) ARTHUS. Arch. de Physiologie 1891—1892.

wanneer de vena opgehangen werd, hebben we haar in een klein centrifugebuisje, waarin de vena juist tot aan den bodem reikte, snel gecentrifugeerd. Na eenige minuten was dan door den venawand heen, een duidelijke scheiding van donkere bloedlichaampjesmassa en lichtgeel doorschijnend plasma te zien. Het bloedvat werd dan in de onderste plasmalaag afgeklemd, het bovenste stuk direct hierop aangeprikt en het uitdruppelende vloeibare plasma op twee Bangsche papiertjes opgevangen. In beide proeven verkregen we voldoende plasma om een betrouwbare dubbelbepaling van den plasmasuiker te verrichten. Bij hetzelfde konijn werd ongeveer tegelijkertijd bloed uit een oorvena genomen en hierin het totale bloedsuikergehalte en het relatieve volume der bloedlichaampjes bepaald. Het resultaat der beide proeven was het volgende:

	a. Plasmasuiker.	*b.* Totale Bloedsuiker.	*c.* Bloedlichaampjes-volumen.	*d.* Berekend Plasmasuikergehalte uit *b* en *c.*
Proef I.	0.266 %	0.194 %	27	0.2657 %
» II.	0.255 »	0.1935	27	0.265

We zijn dus met een bijna verrassende nauwkeurigheid en overeenstemming met de jugularismethode tot het resultaat gekomen, dat de bloedsuiker zich bij het konijn bijna uitsluitend in het plasma bevindt. Opgemerkt kan hier nog worden, dat beide konijnen, die in een lichte aethernarcose geopereerd werden, een duidelijke *hyperglycaemie* vertoonden. Deze hyperglycaemie was dus geheel op een hyperglucoplasmie terug te brengen.

III. *Aantoonen der impermeabiliteit der roode bloedlichaampjes van den mensch voor suiker met de paraffine-methode.*

Om ook voor den mensch de permeabiliteit der bloedlichaampjes voor suiker langs direct chemischen weg te onderzoeken, hebben wij aanvankelijk ook de Vena-methode ter verkrijging van plasma aangewend. Op raad van Prof. Hamburger werd als menschelijke vena de navelstreng gebruikt. Dank zij de welwillendheid van Prof. Nyhoff en de assistenten der obstetrische kliniek te Groningen, konden wij gedurende eenige weken de beschikking krijgen over geheel versche navelstrengen. In stukjes hiervan hebben wij herhaalde

malen getracht in de steeds duidelijk te vervolgen dikke Vena, een scheiding tusschen plasma en bloedlichaampje te weeg te brengen, daar deze Vena zelf door sterke vergroeiing met de omgeving moeilijk vrij te praepareeren was. Noch door centrifugeeren in passende buisjes, noch door verticaal ophangen van afgebonden stukjes navelstreng, is ons dit echter meer dan een paar keeren gelukt. De sterke kronkelingen der meeste navelstrengen en de sterk optredende samenschrompelingen waren hier wel de voornaamste oorzaken van. Eén keer hebben we tot nu toe in een abnormaal weinig gekronkelde navelstreng de scheiding te weeg kunnen brengen en het bloedplasma-suiker- met het suikergehalte van het totale navelstrengbloed en het relatieve volume der bloedlichaampjes kunnen vergelijken. Het suikergehalte van het plasma werd toen belangrijk hooger gevonden dan dat van het totale navelstreng-bloed.

Gemakkelijker te isoleeren en dan te centrifugeeren bleken enkele dikke venae die geregeld over de oppervlakte van den foetalen kant der placenta verloopen. Het bloed bleef hierin opvallend lang vloeibaar. Ook hierbij hebben we echter tot nu toe slechts één keer een betrouwbare vergelijkende bepaling van plasma en totale bloed uitgevoerd, die echter ook ten gunste van het plasma uitviel. Een voldoend aantal bepalingen hebben we met deze methode nog niet kunnen doen, om hieruit een conclusie te maken over het al of niet doorgankelijk zijn der menschelijke bloedlichaampjes voor suiker.

Dit laatste is ons intusschen wel gelukt bij gebruik van een andere methode, n.l. de paraffine-methode. Eén der middelen om bloed onstolbaar te houden zonder dat één der bekende stoffen wordt toegevoegd, is het opvangen in goed gereinigde en door paraffineeren volkomen glad gemaakte buisjes. Door nu kleine geparaffineerde smalle buisjes te gebruiken, kan het hierin opgevangen bloed door snel centrifugeeren worden gescheiden in bloedlichaampjes en plasma, zonder dat stolling intreedt. In grootere buisjes trad bij centrifugeeren vrij geregeld toch stolling op. De wijze waarop nu plasma voor de suikerbepaling verkregen werd, was zeer eenvoudig.

Uit een zorgvuldig gereinigden vingertop lieten we door een flinken prik met een snepper, eenige druppels bloed in twee korten tijd voor de proef geparaffineerde buisjes vallen. Deze werden dan snel gecentrifugeerd gedurende één of twee minuten en het plasma met een geparaffineerde pipet afgezogen en op Bang'sche papiertjes gedaan. Tegelijk werd bloed opgevangen voor een totale bloedsuikerbepaling en een bepaling van het relatieve volume der bloedlichaampjes.

In een aantal van deze proeven bij eenige personen, op wille-

keurige tijdstippen van den dag verricht, werden de volgende uitkomsten verkregen:

Suiker in het totale bloed.	Suiker in het plasma.	Volume van de bloedlichaampjes.	Suiker in het plasma (berekend).
0.117 %	0.178 %	38 %	0.188 %
0.103	0.161	39	0.169
0.110	0.165	38	0.180
0.135	0.223	43	0.237
0.137	0.192	38	0.221
0.111	0.188	41	0.190

Naar onze meening leveren deze uitkomsten het direct chemische bewijs, dat de bloedlichaampjes van den mensch suikervrij zijn.

Met deze vaststelling zal men bij het klinisch bloedsuikeronderzoek rekening moeten houden, zoodat naast een bepaling van het bloedsuikergehalte altijd een bepaling van het volume der bloedlichaampjes moet worden gedaan.

De tegenstrijdigheid, welke men bij de talrijke auteurs over dit onderwerp vindt [1]), heeft ons inziens zijn oorzaak in de volgende feiten, op welke wij later in extenso zullen terug komen:

1. Alleen in bloed, waarin geen stollingsverschijnselen zijn opgetreden, vindt men de bloedlichaampjes glucose-vrij (hirudine en andere zoogenaamd onstolbaar makende middelen, remmen niet de allereerste phasen van het stollingsproces).

2. Het bestaan van een glucose-colloid-verbinding moet in rekening worden gebracht.

3. Proeven, welke de permeabiliteit der bloedlichaampjes voor glucose met behulp van nieuw toegevoegd glucose willen onderzoeken, moeten met groote voorzichtigheid worden beoordeeld, daar de permeabiliteits-verhoudingen der bij de oplossing ontstaande α en β modificaties der d-glucose, volstrekt niet gelijk zijn [2]).

[1]) Zie o.a. FALTA en RICHTER-QUITTNER. l.c.
R. EGE. Biochem. Zeitschr. **111**. 189. 1920.
BÖNNIGER. „ „ **103**. 306. 1920.
BRINKMAN en v. DAM. Biochem. Zeitschr. **105**. 93., **108**. 74. 1920.
HAGEDORN. „ „ **107**. 248. 1920.
FEIGL. „ „ **112**. 54. 1920.
M. B. WISHART. Journ. Biol. Chemistry. **44**. 563. 1920.

[2]) Zie o.a. HAMBURGER. Verslagen Kon. Akad. van Wetensch. XXI. N°. 4, XXVIII bl. 318 en 327.

Groningen, December 1920. *Physiologisch Laboratorium.*

Physiologie. — De Heer HAMBURGER biedt, namens den Heer R. BRINKMAN en Mej. E. VAN DAM, een mededeeling, aan: *„De beteekenis der Calciumionen-concentratie voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus"*.

(Mede aangeboden door den Heer WIERSMA).

De groote beteekenis van het Calcium-ion als antagonist der Na- en K-ionen is sedert de fundamenteele proeven van RINGER en LOEB door talrijke nieuwe onderzoekingen in het licht gesteld [1]). De physisch-chemische verklaring van de Calcium-ionen-werking moet gezocht worden in het balanceerende effect, dat dit ion bezit tegenover de eenwaardige Na- en K-ionen, zooals dit bijv. zeer fraai geïllustreerd wordt door de onlangs verschenen onderzoekingen van NEUSCHLOSZ [2]) over den invloed van zout-equilibreering op de oppervlaktespanning van lecithine-solen in water. Uit de onderstaande tabel kan men zich een beeld van deze werking vormen. In deze tabel is aangeven, hoe de sterk-verhoogende invloed, welke bepaalde

TABEL I.

Totale concentratie van het mengsel.	1 NaCl.	1 NaCl/ 1 $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_5$ $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_{10}$ $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_{20}$ $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_{30}$ $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_{50}$ $CaCl_2$	1 NaCl/ $^1/_{100}$ $CaCl_2$
1 mol.	90.3	89.4	83.8	80.3	**76.3**	77.5	82.7	88.8
$^1/_2$ mol.	90.7	90.3	84.4	80.8	**76.6**	78.4	83.6	90.6
$^1/_4$ mol.	92.9	90.8	85.6	81.7	**76.8**	79.4	84.4	91.5
$^1/_8$ mol.	94.5	91.7	86.1	82.1	**76.4**	80.0	85.2	92.4
$^1/_{16}$ mol.	92.9	89.7	84.4	81.2	**76.0**	79.8	84.9	91.0
$^1/_{32}$ mol.	87.6	89.0	84	80.5	**75.9**	79.6	83.3	90.3
$^1/_{64}$ mol.	83.6	88.3	83.6	80.1	**75.7**	78.5	82.5	89.4
$^1/_{128}$ mol.	80.1	87.5	82.7	78.5	**75.9**	77.5	81.9	88.1

[1]) Samenvatting bij HÖBER: Physikalische Chemie der Zelle und Gewebe, Kap. VIII (1914); v. TSCHERMAK: Allgemeine Physiologie, p. 120 (1916); BAYLISS: Principles of General Physiology, p. 215 (1915); HÖBER: Pflüger's Archiv. **166**, 531, 1917.

[2]) NEUSCHLOSZ: Pflüger's Archiv. **181**, 17, 1920.

(physiologische) NaCl-concentraties op de oppervlaktespanning van lecithinsolen hebben, door een bepaalde calciumionen-concentratie bijna totaal wordt opgeheven.

De oppervlaktespanning van een zuivere 1% lecithine-sol bedroeg **75,9** [1]).

Uit deze tabel blijkt dus, dat de werking, welke een bepaalde concentratie eener niet-gebalanceerde NaCl-oplossing op de oppervlakte-spanning van een lecithine-sol heeft, door toevoeging van $Ca^{\cdot\cdot}$-ionen zoo goed als opgeheven kan worden, maar tevens blijkt ook, dat hiervoor slechts één bepaalde $[Ca^{\cdot\cdot}]$ geschikt is, en dat een te groote $[Ca^{\cdot\cdot}]$ evenmin balanceerend kan werken als een te kleine. De grootte dezer balanceerende $[Ca^{\cdot\cdot}]$ hangt af van het aanwezige ionensysteem.

Hoe men deze balanceering moet opvatten, is niet met zekerheid bekend; het schijnt dat door LOEB [2]) e. a. de theorie der electrochemische ion-proteid-binding ten gunste van een verdringing uit het oppervlak gewijzigd is. In biologisch opzicht zijn in den laatsten tijd ook voorbeelden bekend geworden, waarnit blijkt, dat het, ook bij de physiologische ionen-balanceering, zeer nauwkeurig op de grootte der $[Ca^{\cdot\cdot}]$ aankomt en dat geringe wisselingen dezer $[Ca^{\cdot\cdot}]$ een physiologisch belangrijk gevolg kunnen hebben [3]).

Het is daarom begrijpelijk, dat deze $[Ca^{\cdot\cdot}]$ in het bloedplasma evengoed constant moet worden gehouden als bijv. de $[H^{\cdot}]$. Het buffersysteem, waarmede dit voornamelijk geschiedt, is aangegeven door RONA en TAKAHASHI [4]). Volgens deze auteurs bestaat voor de vrije calciumionen-concentratie in het bloed de betrekking $[Ca^{\cdot\cdot}] = = K. \frac{[H']}{[HCO'_3]}$ $(K = \pm 350)$ een betrekking, die wij door directe meting der $[Ca^{\cdot\cdot}]$ geheel konden bevestigen [5]). Daar de $[H']$ practisch zeer weinig verandert in physiologische en ook in pathologische gevallen, zal dus de $[Ca^{\cdot\cdot}]$ voornamelijk beheerscht worden door de bicarbonaationen-concentratie. Een vergrooting der $[Ca^{\cdot\cdot}]$ zal in de eerste plaats afhankelijk zijn van een daling der $[HCO'_3]$, m. a. w. van een acidosis.

---

[1]) Gemeten met den stalagmometer naar TRAUBE: Handbuch der Biochemische Arbeitsmethoden V, Bd. 2. 1912.

[2]) LOEB: Journal of General Physiology, Vol. I en II.

[3]) HAMBURGER en BRINKMAN: Biochemische Zeitschrift **38**, 97, 1918; BRINKMAN: Biochem. Zeitschr. **95**, 101, 1919.

[4]) RONA en TAKAHASHI: Biochemische Zeitschrift **49**, 370, 1913.

[5]) BRINKMAN en mej. VAN DAM, Verslagen Kon. Akad. v. Wetenschappen, Zitting van 25 Oct. 1919.

Het doel van deze mededeeling is nu, aan te toonen, welke invloed de [Ca$^{\cdot\cdot}$] en de grootte-wisselingen daarvan hebben op de prikkelbaarheid van den N. vagus. Als proeforgaan hebben wij de doorstroomde, overlevende kikvorschmaag gekozen, waaraan men den invloed der N. vagus op de motiliteit gemakkelijk kan nagaan.

De algemeene beteekenis der calcium-ionen voor de prikkelbaarheid van het cerebro-spinale en het autonome, centrale en perifere zenuwstelsel is reeds geruimen tijd bekend.

Locke [1]) toonde aan, dat het calcium-ion voor de prikkelgeleiding van zenuw op willekeurige spier noodzakelijk is, Overton [2]) bewees, dat het eveneens onmisbaar was voor de instandhouding der synapsis tusschen zenuw-uiteinde en gangliencel.

Busquet en Pachon [3]) toonden aan, dat de prikkelbaarheid van den N. vagus, die bij doorstrooming van het hart met zuivere NaCl-oplossing spoedig verdwijnt (Howell [4]), door kleine hoeveelheden Ca terugkeert. Zij vonden verder, evenals Sabbatani [5]), door vele calciumzouten met sterk verschillenden dissociatiegraad te onderzoeken, dat het hier een zuiveren ionen-invloed betrof, en dat niet-gedissocieerde Ca-zonten voor de balanceering van geen beteekenis waren.

De verklaring dezer calciumionenwerking moet, naar de overeenstemmende meening van alle onderzoekers, weer in den, aan den Na- en Ka-antagonistischen invloed op de synapsiscolloiden gezocht worden. Uit de hierboven aangehaalde proeven van Neuschlosz [6]), zoowel als uit de genoemde physiologische experimenten [7]) bleek echter eveneens, dat *deze* [*Ca*$^{\cdot\cdot}$] *een zeer bepaalde constante waarde moet hebben*, en dat kleine variaties der physiologische [Ca$^{\cdot\cdot}$] van grooten invloed kunnen zijn. Een totale afwezigheid van Ca$^{\cdot\cdot}$-ionen zal in vivo wel nooit voorkomen, maar het zijn juist deze kleine schommelingen der [Ca$^{\cdot\cdot}$], die physiologisch belangrijk zijn.

---

[1]) Locke: Zentralblatt f. Physiologie **8**, 166, 1894. Zie verder
Cushing: American Journal of Physiology, **6**, 77, 1902;
Mines: Journal of Physiology, **42**, 251, 1911.

[2]) Overton: Pflüger's Archiv. **105**, 261 en 280, 1904.

[3]) Busquet et Pachon: Journal de Physiologie et de Pathologie Gén. **11**, 807 en 851, 1909.
Mines l.c.; Loewi: Archiv. f. Exp. Pathol. **70**, 343, 1912.
Haggan and Ormond: Amerc. Journ. o. Physiol. **30**, 105, 1912.
Cazzola: Archivio di Fisiol. **11**, 88, 1913.

[4]) Howell: Americ. Journ. o. Physiol. **15**, 280, 1906.

[5]) Sabbatani: C. r. Soc. Biol. **54**, 716, 1902.

[6]) Neuschlosz: l.c.

[7]) Hamburger en Brinkman: l.c.

Men vindt in de literatuur wel aanwijzingen, dat een te groote hoeveelheid calcium even schadelijk is als een te kleine[1]), maar een nauwkeurige studie, die het verband tusschen grootte der [$Ca^{\cdot\cdot}$] en vagusprikkelbaarheid direct aantoonde, is ons niet bekend. Om deze reden trachtten wij dit verband na te gaan, zooals het ook aan de overlevende kikvorschnier[2]), en bij de haemolyse[3]) geschied is.

De doorstroomingen geschiedden op de volgende wijze:

Buikwand, borstwand en schoudergordel van den kikvorsch (♂) worden voorzichtig weggeknipt, ook de extremiteiten worden verwijderd, en het praeparaat op een plankje vastgespijkerd. Men kan, voor een beter overzicht ook den darm voorzichtig verwijderen tot aan het duodenum, mits men zorg draagt het mesogastrium niet te beschadigen. De canule wordt gebracht in de a. coeliaca; de a. mesenterica wordt afgebonden. Op deze wijze worden maag + lever en galblaas (art. hepatica) doorstroomd. Den druk kan men regelen door de hoogte van het vloeistofreservoir en de wijdte der uitstroomcanule.

Wenscht men den geheelen darm + portaalcirculatie te doorstroomen, dan wordt de a. mesenterica niet afgebonden; dan worden doorstroomd: lever (arterieel en veneus), galblaaswand, maag en darm. Het proximale stuk der v. abdominalis moet worden afgebonden.

De n. vagus wordt geprikkeld door electroden in de tubae Eustachii te brengen; het eenvoudigst geschiedt dit door 2 koperen spijkers door de tubae in het plankje te slaan.

Bij deze methode van prikkelen ziet men altijd bij zeer constanten rolsafstand van het inductorium de vaguseffecten optreden aan hart en maag-darm.

De duur van elke proef was $\pm 1^1/_2$ uur.

Wij hebben nu ongeveer 75 doorstroomingen gedaan, waarin de invloed der calciumionen-concentratie werd nagegaan. Vooraf werd de prikkelbaarheid en de maagwand-motiliteit bij den pas-gedooden, niet-doorstroomden kikvorsch vastgesteld, die zooveel mogelijk onder physiologische omstandigheden verkeerde.

Daarna werd met de volgende oplossingen doorstroomd:

1. NaCl 0,6%.
2. NaCl 0,6%, daarna NaCl 0,5%, $NaHCO_3$ 0,20%, $CaCl_2$.6 aq. 0,040%, KCl 0,020% $P_H = \pm 8{,}6$ [4]).
3. NaCl 0,6% + KCl 0,02%.
4. NaCl 0,6 % + KCl 0,02 % $CaCl_2$. 6 aq. 0,005 %, 0,010 %, 0,012%, 0,014% enz., 0,020%, 0,025% enz.
5. NaCl 0,5%, $NaHCO_3$ 0,28%, $CaCl_2$.6 aq. 0,040%, KCl 0,02%, P_H sterk wisselend, nl. van 8,6 tot 7,2.

---

[1]) Joseph E. Meltzer: Americ. Journ. o. Physiol. **29**, 1, 1911. Benda: Zeitschr. f. Biol. **63**, 11, 1914.

[2]) Hamburger u. Brinkman, l.c.

[3]) Brinkman: l.c.

[4]) Colorimetrisch volgens Sörensen.

6. NaCl 0,6%, $CaCl_2$.6 aq 0,040%, KCl 0,02, $P_H = 8,6$, $NaHCO_3$ 0,05%, 0,010%, 0,0015% enz.

1. *Invloed van een zuivere NaCl-oplossing op de motiliteit en de vagus-prikkelbaarheid der maagspierwand.*

Wanneer men den maag van een pas-gedooden niet-doorstroomden kikvorsch beziet, ziet men vaak spontane plaatselijke contracties of peristaltische golfbewegingen in beide richtingen. Vagusprikkeling, verricht op de boven beschreven wijze, heeft tengevolge het optreden van sterke peristaltische golven, vooral in het pylorusgedeelte ; tevens kan men herhaaldelijk ook een samentrekking in de lengterichting waarnemen. De prikkeling heeft een vrij lange nawerking (5 minuten), Constant werd gevonden, dat de minimum prikkelsterkte, die effect had, lag bij een rols-afstand van 7-8 cM. van een slede-inductorium.

Wordt nu de maag met een 0,6 % NaCl-oplossing ($P_H = 8,6$) doorstroomd, dan ziet men, dat de spontane peristaltiek na 5—10 minuten is verdwenen en dat de maag na 15—10 minuten een slappe zak is geworden; de mechanische prikkelbaarheid is geheel verdwenen.

De vagus-prikkelbaarheid gedraagt zich als volgt : vóór de doorstrooming ziet men vagus-effect bij een rols-afstand van 7-8 cM; na 5 minuten doorstrooming bij 5 cM. na 10 minuten bij 4—3 cM., na 15—20 minuten heeft de sterkste vagusprikkeling geen effect meer.

Deze opheffing der vagus-prikkelbaarheid is reversibel. Wanneer nl, nadat ½ uur met de zuivere NaCl-oplossing doorstroomd is, de vloeistof wordt vervangen door een goed geequilibreerde zoutoplossing (NaCl 0,5 %, $NaHCO_3$ 0,28 %, $CaCl_2$. 6 aq 0,040 %, KCl 0,020 %, $P_H = 8,6$), dan ziet men na 5 minuten reeds weer spontane contracties optreden; na 10 minuten ontstaat vagus-effect bij 1 c.M. rolsafstand, na 25 minuten is bij 7 cM. afstand duidelijk vagus-effect waar te nemen.

Het is dus duidelijk, dat na ½ uur doorstrooming met zuivere NaCl-oplossing de schadelijke werking nog volkomen reversibel is.

2. *Invloed van NaCl + KCl.*

Wij hebben nu getracht na te gaan, welke ionen der physiologische oplossing in dit opzicht de balanceerende werking uitoefenden. Het bleek spoedig, dat toevoeging van K-ionen, waaraan men bij de hart-doorstrooming zulk een belangrijke werking moet toekennen, hier geen effect van beteekenis heeft. Een kaliumionen-concentratie,

die de eenmaal verdwenen vagusprikkelbaarheid kan doen terugkeeren is niet te vinden.

3. *Invloed van NaCl + KCl + $CaCl_2$. 6 aq.*

Toevoeging van een zekere calciumionen-concentratie aan het op zichzelf onvoldoende systeem NaCl 0,6 % + KCl 0,02 % ($P_H = 8{,}6$), is in staat, den vagus-invloed weer tot stand te brengen. De volgende proefvoorbeelden geven daarvan een overzicht:

a. Maag niet doorstroomd, vagus-effect bij 8 cM. afstand. Daarna NaCl 0,6 % + KCl 0,02 %; na 10 minuten is de vagus onprikkelbaar, de maag slap. Daarna NaCl 0,6 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$.6aq 0,002 %: vagus-effect blijft weg, maag blijft slap, hoewel iets minder slap dan bij doorstrooming met zuivere NaCl-oplossing.

b. Niet-doorstroomde maag, vagus-effect bij 7,5 cM. Dan NaCl 0,6 %, KCl 0,02 %; na 15 minuten is de maag slap, vagusprikkeling heeft geen effect. Daarna NaCl 0,6 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$.6aq 0,004 %. Terwijl aan het doorstroomde hart reeds duidelijk de invloed zichtbaar is van deze Ca-concentratie, blijft aan de maag elk effect nog uit, behalve een geringe tonische contractie.

c. Bij talrijke doorstroomingen waarbij aan de NaCl 0,6 % + KCl 0.02 % werd toegevoegd resp. 0,006 %, 0,008 %, 0,010 % enz. $CaCl_2$.6aq kon evenmin een terugkeer der vagus- prikkelbaarheid worden vastgesteld. *Echter deed*

d. toevoeging van 0,015 % *$CaCl_2$.6aq aan NaCl* 0,6 % + *KCl* 0,02 % *de verdwenen vagus-prikkelbaarheid weer geheel terugkeeren.* We moeten er echter nadruk op leggen, dat men om dit resultaat te bereiken, bijzondere voorzorgen dient te nemen. Daar n.l. de vloeistof in het geheel geen buffersysteem tegen H-ionen bezit, komen schommelingen der [H^+] zeer licht voor. Het is noodzakelijk, dat de P_H van deze doorstroomingsvloeistof 8,6 is, en gedurende de proef constant blijft. Het gebruik van gummislang is bij deze proef zeer gevaarlijk, daar dit bijna altijd de vloeistof te zuur maakt.

Neemt men deze voorzorgen in acht, dan kan men altijd aantoonen, dat een concentratie van 0,015 % $CaCl_2$.6aq (en ook 0,016 %) in staat is, de alcali-ionenconcentratie te balanceeren; deze concentratie komt overeen met een vrije [Ca^{++}] van ± 9 mgr. per L.

Het is interessant, dat precies dezelfde calcium-ionenconcentratie noodig bleek voor de instandhouding der impermeabiliteit van de glomerulusmembraan voor physiologische hoeveelheden glucose [1]).

e. Een concentratie van $CaCl_2$.6aq van 0,020 % en hoogere con-

[1]) Hamburger en Brinkman: l.c.

centraties zijn niet in staat de vagus-prikkelbaarheid in stand te houden of terug te roepen; ook de tonische samentrekking van de maagwand verdwijnt hierbij weer geheel.

4. *Invloed der waterstofionen-concentratie.*

Door het totale calciumgehalte der doorstroomingsvloeistof zoo te kiezen, dat een te hooge vrije [$Ca^{\cdot\cdot}$] niet ontstaan kan, is het mogelijk den invloed der [$H^{\cdot}$] afzonderlijk te onderzoeken.

Reeds bij de zooeven besproken doorstroomingen met NaCl 0,6 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$.6aq 0,015 %, bleek het, dat de [$H^{\cdot}$] binnen vrij enge grenzen constant moet worden gehouden.

Is een buffersysteem aanwezig ($NaHCO_3$ + CO_2), dan kan de [$H^{\cdot}$] binnen de grenzen van dit systeem varieeren, zooals blijkt uit de volgende proefvoorbeelden:

a. Doorstrooming met NaCl 0,5%, $NaHCO_3$ 0,28%, KCl 0,020%, $CaCl_2$.6 aq 0,015%, $P_H = 8,6$; er is sterke spontane peristaltiek; vagusprikkelbaarheid bij 7,5 cM. rolafstand. Daarna dezelfde vloeistof maar nu CO_2 doorgeleid tot $P_H = 7,1$; de maag wordt in 10 minuten slap en is niet meer door vagusprikkeling te beïnvloeden.

b. Doorstrooming met NaCl 0,5%, $NaHCO_3$ 0,28%, KCl 0,02%, $CaCl_2$.6 aq 0,015%, $P_H = 8,6$; prikkelbaarheid bij 8 cM. afstand; spontane contracties. Daarna $P_H = 8,3$; constante prikkelbaarheid bij 10 cM. afstand, spontane maagbewegingen. Daarna $P_H = 7,7$; prikkelbaarheid bij 14 cM., spontane snelle peristaltiek. Daarna $P_H = 7,3$; prikkelbaarheid bij 14 cM., maag spastisch gecontraheerd. Daarna $P_H = 7,1$; maag onprikkelbaar, spontane bewegingen verdwenen. Daarna $P_H = 8,6$; na 10 minuten vagusprikkeling bij 8 cM. afstand, spontane maagbewegingen.

Dit laatste proefoverzicht is een voorbeeld van vele dergelijke experimenten, waaruit blijkt, dat de geringe schommelingen der [$H^{\cdot}$] de vagusprikelbaarheid niet opheffen, maar wel de prikkelbaarheid beïnvloeden.

De werking der $H^{\cdot}$ en der $Ca^{\cdot\cdot}$-ionen is hier niet te scheiden, omdat hunne grootten direct afhankelijk van elkaar zijn en omdat in het algemeen de colloïd-werking der calciumionen afhangt van de aanwezige waterstofionen-concentratie. Het balanceerende effect van $Ca^{\cdot\cdot}$-ionen kan slechts bij één bepaalde waterstofionen-concentratie worden aangegeven.

Dat een concentratie-verandering der $Ca^{\cdot\cdot}$-ionen alléén reeds aanleiding geeft tot wijziging der vagusprikkelbaarheid, wordt aange-

geven door de laatste serie experimenten, die het meest met physiologisch en pathologisch voorkomende toestanden overeenkomen.

5. *Invloed der $NaHCO_3$-concentratie.*

Wanneer, bij constante waterstofionen-concentratie, het $NaHCO_3$-gehalte der vloeistof systematisch wordt gewijzigd, bereikt men, doordat $[HCO'_3]$ en $[Ca^{\cdot\cdot}]$ omgekeerd evenredig zijn, eveneens een verandering der calciumionen-concentratie. De invloed van deze variatie is groot, zooals blijkt uit de volgende voorbeelden.

a. Doorstrooming met NaCl 0,6%, KCl 0,02%, $CaCl_2$.6 aq 0,04%, $NaHCO_3$ 0,05, $P_H = 8{,}6$. Na 5 minuten zijn de spontane contracties verdwenen en is de maag *spastisch* gecontraheerd; van vagusprikkeling is geen effect zichtbaar.

b. Doorstrooming met NaCl 0,6 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$.6 ac. 0,04%, $NaHCO_3$ 0,10 %. $P_H = 8{,}6$. Na 10 minuten is de maag in sterk spastische contractie, vooral in het pylorusdeel. De vagus is zeer prikkelbaar: bij 15 cM. rolsafstand ontstaan diepe golven in den maagwand, die zeer lang blijven bestaan (15—20 minuten) en zich zeer weinig verplaatsen; ten slotte ontstaat een sterk spastisch gecontraheerde maag (pylorospasmus).

c. Doorstrooming met NaCl 0,5 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$. 6 aq 0,04 %, $NaHCO_3$ 0,15 %, $P_H = 8{,}6$. Na 10 minuten vertoont de maag geringe spontane peristaltiek met sterk spastische contracties in het pylorusgedeelte. Vagusprikkelbaarheid bij 12 cM. zeer langdurige tonische contracties.

d. Doorstrooming met NaCl 0,5 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$. 6 aq. 0,04 %, $NaHCO_3$ 0,20%, $P_H = 8{,}6$. Bij deze vloeistof treden de spontane peristaltische golven weer op; de vagus is prikkelbaar bij 9 cM. rolsafstand en geeft een reeks peristaltische golven; de spastische contracties zijn nog in geringe mate aanwezig.

e. Doorstrooming met NaCl 0,5 %, KCl 0,02 %, $CaCl_2$. 6 aq 0,04 %, $NaHCO_3$ 0,28 %, $P_H = 8{,}6$. Bij deze vloeistof is de vagus prikkelbaar bij 7 cM. rolsafstand; er is normale peristaltiek en geen spastische contractie. De toestand is geheel als bij de niet-doorstroomde maag.

Uit deze proeven blijkt duidelijk de groote invloed, die een wisseling der bicarbonaat-concentratie op de prikkelbaarheid van den n. vagus en op de spontane rhytmiek van den maagwand heeft. Deze laatste werking berust waarschijnlijk toch ook op invloed op de autonome plexus van Auerbach. Of men hier nu ook speciaal

aan directen invloed der HCO_3 ionen moet denken [1]) of alleen aan den invloed die deze op de $[Ca^{\cdot\cdot}]$ heeft, is niet met zekerheid uit te maken, maar in verband met de proeven met zuivere $NaCl + CaCl_2$ oplossingen, lijkt ons de primaire beteekenis der calciumionen verreweg het waarschijnlijkst.

Het feit, dat een verlaging der $[HCO'_3]$, dus een acidosis, een spastische maagconcentratie en een verhoogde prikkelbaarheid van den n. vagus (vagotonie) kan veroorzaken, lijkt ons wel van beteekenis. Of een verlaagde $[Ca^{\cdot\cdot}]$ dergelijke verschijnselen kan veroorzaken, is nog niet door ons nagegaan.

Physiologisch Laboratorium der Rijksuniversiteit te Groningen.

December 1920.

[1]) Rona u. Neukirch: Pflüger's Archiv **148**, 285, 1912.

Voor de boekerij der Akademie wordt ten geschenke aangeboden:

1. door den Heer H. J. HAMBURGER, namens den Heer E. BEMELMANS, een overdruk van zijne in het „Tijdschrift voor diergeneeskunde", Deel 47, verschenen verhandeling: „De aetiologie van de griep. Vergelijkende studiën over het „wegen" van de „griep" van den mensch en de zoogenaamde „besmettelijke borstziekte" (griep) van het paard."

2. door den Heer C. WINKLER een exemplaar van zijn „Handboek der neurologie", 1e gedeelte, Deel II.

De vergadering wordt gesloten.

ERRATA:

Zittingsverslagen, Deel XXVI, p. 491, r. 13 van beneden: *lees* in de formule: „$-0{,}00003219\ T^4$" *in plaats van* „$-0{,}00005102\ T^4$".

In het Verslag van 27 November 1920:

p. 718, r. 19 v. b.: *in plaats van* „termen", *leze men* „kernen".

---

12 Maart 1921.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 29 JANUARI 1921.

DEEL XXIX.

N°. 7.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.
Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 910.
Den Heer P. ZEEMAN, afgetreden Secretaris der Afdeeling, wordt door den Voorzitter dank gezegd voor het vele, dat hij gedurende zijn secretariaat voor de Afdeeling heeft gedaan, p. 911.
De Heer C. PH. SLUITER wordt benoemd tot lid der Commissie van Toezicht op het Centraal Instituut voor hersenonderzoek, ter vervulling van de vacature, ontstaan door het bedanken van den Heer P. ZEEMAN, p. 911.
De Heer L. BOLK als Secretaris der Afdeeling door den Voorzitter welkom geheeten, p. 912.
W. H. JULIUS: „Wederzijdsche invloed van naburige Fraunhofer-lijnen", p. 913.
H. ZWAARDEMAKER: „Seizoenverschil bij proefdieren", p. 919.
JAN DE VRIES: „Twee afbeeldingen van het cirkelveld op de puntenruimte", p. 920.
J. BÖESEKEN en H. COUVERT: „De bepaling van de configuratie van eenige mono-sacchariden en van de saccharose volgens de boorzuur-methode", p. 924.
E. MATHIAS, C. A. CROMMELIN en H. KAMERLINGH ONNES: „De rechtlijnige diameter van waterstof", p. 935.
H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN: „Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C.", p. 945.
J. M. BURGERS: „Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht". II. (Aangeboden door de Heeren P. EHRENFEST en J. P. KUENEN), p. 952. (Met één plaat).
PAUL S. EPSTEIN: „Beschouwingen op het gebied van de theorie der quanta". (Aangeboden door de Heeren P. EHRENFEST en J. P. KUENEN), p. 965.
N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. II. Beschouwing van een bizonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van LANDÉ". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST). p. 980.
EUG. DUBOIS: „De beteekenis der groote schedelcapaciteit van Homo neandertalensis", p. 987.
H. A. BROUWER: „De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika". (Aangeboden door de Heeren G. A. F. MOLENGRAAFF en C. E. A. WICHMANN), p. 1005.
EUG. DUBOIS: „Over beweging van grondwater bij vorst en dooiweder", p. 1021.
NIL RATAN DHAR: „Catalysis. Part XII. Some induced reactions and their mechanism". (Aangeboden door de Heeren ERNST COHEN en P. VAN ROMBURGH), p. 1023.
K. LANDSTEINER: „Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende diersoorten". (Aangeboden door de Heeren C. H. H. SPRONCK en C. EYKMAN), p. 1029.
J. M. VAN VUGT: „De Homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der Zoogdieren". (Aangeboden door de Heeren L. BOLK en C. PH. SLUITER), p. 1035.
L. RUTTEN: „Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biri-stroomgebied", p. 1043.
Aanbieding van een boekgeschenk, p. 1043.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van den Heer S. Hoogewerff dat hij verhinderd is de vergadering bij te wonen.

2°. Missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen d.d. 18 Januari 1921, N°. 103 Afd. K.W., met bericht dat de benoeming van den Heer L. Bolk tot Secretaris der Afdeeling door H.M. de Koningin is bekrachtigd.

3°. Missive van denzelfden Minister d.d. 23 December 1920, N°. 3801 Afd. K.W., met bericht dat Zijne Exc. bereid is te overwegen of er termen gevonden kunnen worden om bij suppletoire begrooting voor het jaar 1921 een bedrag van *f* 1200.— aan te vragen als buitengewone subsidie voor medische lezingen en ten vervolge hierop eene missive van denzelfden Minister dd. 25 Januari 1921 N°. 63 Afd. K.W. aan den Voorzitter der Afdeeling, met bericht dat de Minister bij suppletoire begrooting voor dit dienstjaar een bedrag van *f* 1200.— voor de medische lezingen zal aanvragen.

4°. Missive van denzelfden Minister, d.d. 23 December 1920, N°. 4156, Afd. K.W., waarin door Zijne Exc. afwijzend wordt beschikt *a.* op eene aanvraag tot toekenning van een buitengewoon subsidie van *f* 1500.— over het jaar 1919 ten behoeve van het Centraal Bureau voor Schimmelculturen; *b.* op eene verhooging van het subsidie voor dit Bureau over 1921. Mocht echter vóór 1 Mei 1921 een verzoek om verhooging van subsidie worden ingezonden dan zal de Minister dit bij de samenstelling der begrooting voor 1922 in overweging nemen.

5°. Missive van denzelfden Minister, d.d. 23 December 1920, N°. 4664 Afd. K.W., waarin Zijne Exc. bericht bereid te zijn om te overwegen of er termen zijn om bij suppletoire begrooting voor 1921 gelden aan te vragen ten behoeve van het voortbestaan van den Internationalen Catalogus voor natuurwetenschappelijke literatuur, zoowel voor deelneming in het waarborgfonds (maximum £ 850.—) als voor een jaarlijksche bijdrage (maximum £ 476.—) en voor een bedrag vereischt tot het inhalen van den achterstand.

Alvorens hiertoe te kunnen overgaan, verzoekt de Minister nader te worden ingelicht omtrent het bedrag, dat noodig zal zijn voor het inhalen van den achterstand en over welke jaren dit bedrag dan zal zijn om te slaan.

Deze inlichtingen zijn den Minister bij Afdeelingsschrijven van 31 December 1920 gegeven.

6°. Een bij renvooi van denzelfden Minister d.d. 27 December

1920 N°. 4833 Afd. K.W. aan de Afdeeling met verzoek om bericht en raad doorgezonden request van Prof. F. J. J. Buijtendijk te Amsterdam, waarin deze een Rijkssubsidie van *f* 10.000.— verzoekt voor het doen van dierenpsychologische onderzoekingen in zijn Laboratorium, nu de Pruisische Akademie van Wetenschappen genoodzaakt is geweest het Anthropoïden-station te Teneriffe op te heffen.

Dit verzoek werd bereids door den Voorzitter gesteld in handen van de Heeren C. Winkler, H. Zwaardemaker en J. F. van Bemmelen ter fine van prae-advies, uit te brengen in een volgende vergadering.

7°. Kennisgeving van den Heer J. P. van der Stok, dat hij den 14en Januari 1921 den 70-jarigen leeftijd had bereikt en dus tot de rustende leden is overgegaan.

8°. Schrijven van de Commissie van Toezicht op het Centraal Instituut voor hersenonderzoek d.d. 27 Januari 1921, met de mededeeling dat de Heer P. Zeeman bedankt heeft als lid en Voorzitter dier commissie en het verzoek aan den Voorzitter om in deze vacature te willen voorzien.

Op voorstel van den Voorzitter wordt de vacature aangevuld door het benoemen van den Heer C. Ph. Sluiter, die verklaart de benoeming aan te nemen.

9°. Mededeeling namens het „*Second International Congress of Eugenics*", dat dit Congres gedurende 22—28 September 1921 te New-York zal samenkomen en eene uitnoodiging doet ook aan onze Akademie om daarheen een afgevaardigde te zenden.

Naar aanleiding van de ingekomen bekrachtiging der benoeming van den Heer Bolk tot Secretaris (onder N°. 2 der bovengenoemde ingekomen stukken vermeld) richt de Voorzitter het woord tot den afgetreden Secretaris, den Heer P. Zeeman, om hem in hartelijke en van waardeering getuigende woorden dank te zeggen voor alles wat hij als Secretaris, zoowel van de Afdeeling als van de Akademie in haar geheel, voor hare belangen en haar bloei heeft gedaan in de periode (1912—1921) dat hij het Secretariaat heeft waargenomen.

De bloei der Akademie, waartoe de Heer Zeeman zooveel heeft bijgedragen, heeft, naast voldoening, toch ook een schaduwzijde voor hem gehad, daar het werk, aan het Secretariaat verbonden, steeds vermeerderde en daarbij de zorgen, die het finantieel beheer medebracht, steeds grooter werden. Maar desondanks heeft de Heer Zeeman nooit opgezien tegen de vele beslommeringen van het Secretariaat, zijn taak altijd vervullend met opgewektheid, omdat hij veel over had voor de Akademie en steeds hulpvaardig was, waar zijn diensten

als Secretaris gevraagd werden. Toen de Heer ZEEMAN het besluit tot het neerleggen van het Secretariaat kenbaar maakte, is dit besluit geëerbiedigd moeten worden, omdat de Afdeeling ervan overtuigd is, dat alleen plichtsgevoel tegenover de wetenschap hem dit besluit heeft doen nemen. Nu dit aftreden dan ook zal voldoen aan zijn wensch om zich voortaan geheel te wijden aan de meer uitgebreide werkzaamheid, die de inrichting van het nieuwe natuurkundig Laboratorium der Amsterdamsche Universiteit van hem als hoogleeraar zal vorderen, wenscht de Voorzitter hem ten afscheid toe, dat het hem vergund zal zijn in zijn volgende levensperiode nog veel en vruchtbaar werk in dienst der wetenschap te kunnen verrichten.

Door krachtig applaus geeft de vergadering hare instemming te kennen met de woorden van den Voorzitter.

Vervolgens heet de Voorzitter den Heer L. BOLK, thans opgetreden als Secretaris der Afdeeling, welkom met eenige vriendelijke woorden, daarbij uiting gevend aan de door hem gekoesterde verwachting dat het Secretariaat van den Heer BOLK in het belang van de Afdeeling en van hare werkzaamheden zal zijn en de hoop uitsprekend dat de Heer BOLK zelf in de vervulling van het Secretariaat die voldoening zal erlangen, welke hij meent daarvan te mogen verwachten.

Ook met deze woorden geeft de vergadering door applaus hare instemming te kennen.

Natuurkunde. — De Heer JULIUS doet een mededeeling over: *„Wederzijdsche invloed van naburige Fraunhofer-lijnen"* [1]).

Indien de duisterheid der Fraunhofer-lijnen niet uitsluitend — zooals nog vrij algemeen wordt aangenomen — een absorptieverschijnsel is, doch in hoofdzaak moet worden toegeschreven aan anomale dispersie (bij moleculaire diffusie en onregelmatige straalkromming), kan men op theoretischen grond verwachten [2]) dat in den regel naburige Fraunhofer-lijnen elkander schijnbaar zullen afstooten. Wordt een dergelijke wederzijdsche invloed werkelijk gevonden, dan is daarin een zeer krachtige steun gelegen voor de genoemde uitlegging van het zonnespectrum, zoolang het niet gelukt, zulk een invloed ook op grond van de gangbare interpretatie te verklaren.

In eene mededeeling over „de algemeene relativiteitstheorie en het zonnespectrum" [3]) hebben wij gebruik gemaakt van de reeds zeer duidelijk sprekende uitkomsten, die verkregen waren bij een voorloopig onderzoek naar het bestaan van wederzijdschen invloed in het waarnemingsmateriaal van ADAMS [4]) (Mount Wilson) betreffende rand—centrum verplaatsingen van Fraunhofer-lijnen. Op mijn verzoek zijn dezelfde gegevens door Dr. P. H. VAN CITTERT en Dr. M. MINNAERT nogmaals met de grootste zorgvuldigheid geschift naar eenigszins strenger omschreven kenmerken, ten einde willekeur en vooroordeel bij de keuze der lijnen zooveel mogelijk buiten te sluiten. Tevens werd het onderzoek uitgestrekt over de waarnemingen omtrent rand—centrum verschuivingen door EVERSHED, NARAYANA AYYER en ROYDS [5]) in de jaren 1914—1916 gepubliceerd. Het zal blijken dat deze uitbreiding van het onderzoek geleid heeft tot eene belangrijke versterking van de conclusies.

Men heeft zorg gedragen, tijdens het uitkiezen van de lijnen die vermoedelijk geinfluenceerd zouden zijn, niet bekend te zijn met de gevonden verplaatsingen. Op grond van de voorstelling, hoe volgens

[1]) Hetgeen volgt is een uittreksel uit een meer uitvoerige verhandeling, die verschijnen zal in het Astrophysical Journal.

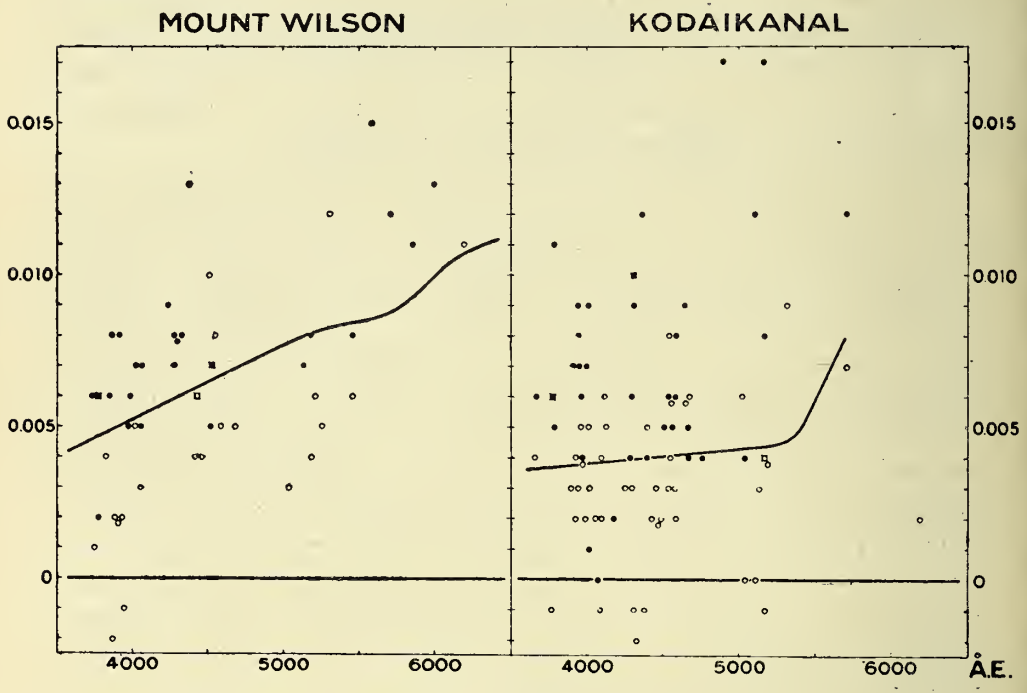
[2]) Zie o.a. Versl. Nat. Afd. **24**, 684—689 (1915).

[3]) W. H. JULIUS en P. H. VAN CITTERT, Versl. Nat. Afd. **29**, 106 (1920), waar ook naar literatuur over dispersielijnen verwezen wordt.

[4]) W. S. ADAMS, Astroph. Journal **31**, 30 (1910); Mt. Wilson Contrib. No. 43.

[5]) EVERSHED and ROYDS, Kodaik. Bull. **39** (1914); NARAYANA AYYER, Kodaik. Bull. **44** (1914); ROYDS, Kodaik. Bull. **53** (1916).

de dispersietheorie de asymmetrie der Fraunhofer-lijnen ontstaat, werd vooruit vastgesteld aan welke kenmerken een lijn en hare naaste omgeving moesten voldoen opdat men een vermeerdering of een vermindering van hare roodverschuiving onder den invloed van buurlijnen zou mogen verwachten. Voor elke lijn zijn zoowel de overwegingen die wij hebben laten gelden, als de zin van den verwachten invloed opgegeven in de tabellen (die in het Astrophysical Journal zullen worden afgedrukt). Tevens vindt men daarin de werkelijk waargenomen roodverschuivingen, onder een der hoofden δ_v of δ_r naar gelang afstooting van den violetten of van den rooden kant (m. a. w. vergrooting of verkleining van de roodverschuiving) verwacht was.



In het diagram stellen de abscissen golflengten, de ordinaten roodverschuivingen voor. De waarden van δ_v zijn gekenmerkt door volle zwarte stippen, de waarden van δ_r door cirkeltjes.

Wij hebben de gegevens van Mount Wilson en van Kodaikanal Observatory afzonderlijk behandeld om te zien of deze beide, van elkander geheel onafhankelijke waarnemingsreeksen gelijke uitkomsten zouden opleveren.

Het resultaat is zeer overtuigend: gemiddeld liggen in beide gevallen de zwarte stippen zonder eenigen twijfel hooger dan de cirkeltjes, hetgeen beteekent, dat van lijnen met een begeleider aan den violet-

ten kant de roodverschuiving in het algemeen grooter is dan van lijnen met een begeleider aan den rooden kant.

Dat niettemin sommige zwarte stippen laag en sommige cirkeltjes hoog liggen, kan ons niet verwonderen. Immers voor elke dispersielijn, afzonderlijk genomen, hangt de grootte der roodverschuiving niet uitsluitend af van de ligging en de intensiteit der naaste buurlijnen, doch wordt mede bepaald door de waarde n_0 die de brekingsindex van de middenstof hebben zou voor licht uit het beschouwde kleine deel van het spectrum, indien daar geen lijnen aanwezig waren. Daar nu n_0 langs het spectrum wisselende waarden heeft, zal er een correspondeerende variatie van het bedrag der roodverschuiving zijn, waarop zich de wederzijdsche invloed van buurlijnen superponeert. Zoo wordt het duidelijk dat de beide zwermen van zwarte stippen en cirkeltjes elkander gedeeltelijk moeten doordringen.

Wij kunnen gemakkelijk nagaan in welke mate gemiddeld de roodverschuiving gewijzigd wordt door den invloed van buurlijnen.

Daartoe maken wij gebruik van de twee kromme lijnen in ons diagram die het verloop der roodverschuiving met de golflengte aangeven. Zij zijn gevonden voor Mt. Wilson [1]) uit 450, voor Kodaikanal uit 392 gemeten verplaatsingen. (Dat de tweede kromme lager ligt dan de eerste is vermoedelijk een gevolg van de toevallige omstandigheid, dat in het materiaal van Kodaikanal een grooter aantal zeer zwakke lijnen met kleine verplaatsingen opgenomen is). Deze krommen bepalen voor iedere plaats van het spectrum een gemiddelde of normale verschuiving δ_m. Wij hebben nu voor elke geïnfluenceerde lijn de waarde der uitdrukking

$$\frac{\delta_v - \delta_m}{\delta_m} = D_v \quad \text{of} \quad \frac{\delta_r - \delta_m}{\delta_m} = D_r$$

berekend, die wij de „relatieve afwijking" kunnen noemen.

Voor lijnen met begeleider aan den violetten kant zijn die afwijkingen meerendeels positief, voor lijnen met begeleider aan den rooden kant meerendeels negatief, zoodat de eerste groep een positieve, de tweede een negatieve afwijkingssom oplevert.

Men vindt namelijk voor Mount Wilson (na het aanbrengen van een correctie die in de uitvoerige verhandeling wordt toegelicht):

$\Sigma D_v = +\ 7{,}09$ (25 lijnen) en $\Sigma D_r = -\ 7{,}09$ (23 lijnen) , (1)

en voor Kodaikanal

$\Sigma D_v = +\ 19{,}15$ (36 lijnen) en $\Sigma D_r = -\ 19{,}16$ (44 lijnen) . (2)

Daaruit volgt als gemiddelde waarde van een relatieve afwijking (hetzij die positief of negatief moge zijn):

[1]) Zie Julius en van Cittert, l.c.

$$\overline{D} = \frac{7{,}09 + 7{,}09 + 19{,}15 + 19{,}16}{128} = 0{,}410,$$

hetgeen beduidt, dat de rand—centrum-verschuiving van een lijn *gemiddeld* met $^2/_5$ van haar normaal bedrag vermeerderd of verminderd wordt als zich een andere lijn in hare nabijheid bevindt (op door ons willekeurig begrensden afstand).

Deze betrekkelijk groote invloed kan slechts verklaard worden als voortvloeiende uit de verandering die de buurlijn brengt in het lichtbrekend vermogen van het medium. Maar dan geeft het verschijnsel ook sterken steun aan de opvatting, dat de rand—centrum-verplaatsingen in haar geheel berusten op den vorm der dispersiekromme van het gasmengsel. En dit is wederom slechts mogelijk indien de lichtverdeeling in de Fraunhofer-lijnen beheerscht wordt door anomale dispersie.

Beschouwen wij deze interpretatie van het zonnespectrum als de juiste, dan moeten wij verder verwachten dat de Fraunhofer-lijnen in het spectrum van het midden der zonneschijf óók gemiddeld naar rood verschoven zijn ten opzichte van de plaatsen der lijn*kernen* (die door de waarden der vrije perioden op de zon worden bepaald), en dat die verschuivingen in grootte vergelijkbaar zullen zijn met de rand—centrum-verschuivingen.

De waargenomen centrum—lichtboog-verplaatsingen zullen dus misschien geheel, maar *althans* voor een belangrijk deel moeten worden toegeschreven aan anomale dispersie — een opvatting trouwens, die gesteund wordt door het feit dat de voornaamste eigenaardigheden van deze verplaatsingen veel overeenkomst vertoonen met die der rand—centrum-verplaatsingen. (Zie: Versl. Nat. Afd. **29**, blz. 114).

Denkt men zich nu de waargenomen zonnecentrum—lichtboog-verschuivingen verminderd met de roodverschuivingen die volgens de voorlaatste alinea door de dispersietheorie worden geeischt, dan is hetgeen er eventueel mocht overblijven in ieder geval zóó gering, dat het bestaan eener *gravitatie*verschuiving (groot 0,008 Å tot 0,014 Å in het zichtbare spectrum) uitgesloten schijnt.

Ten slotte willen wij nog in getalmaat trachten uit te drukken met hoeveel recht men beweren kan, dat de waarnemingen inderdaad wijzen op het bestaan van een wederzijdschen invloed van Fraunhofer-lijnen.

Het zou namelijk kunnen zijn, dat in ons diagram door louter toeval de zwarte stippen gemiddeld zooveel hooger liggen dan de cirkeltjes. Hoe groot de kans op dat toeval is, kan worden uitgerekend volgens de regelen der waarschijnlijkheidsleer.

Uit de vergelijkingen (1) volgt, dat bij de waarnemingen van Mount Wilson de relatieve afwijking voor een lijn met begeleider aan den violetten kant gemiddeld bedraagt

$$\overline{D_v} = \frac{+ 7{,}09}{25} = + 0{,}284,$$

en voor een lijn met begeleider aan den rooden kant

$$\overline{D_r} = \frac{- 7{,}09}{23} = - 0{,}308.$$

Hadden wij echter uit de 48 gevallen er 25 uitgekozen *zonder* leiddraad, geheel naar 't toeval, dan zou de waarschijnlijke afwijking voor het gemiddelde van die 25 gevallen geweest zijn $r_0 = \frac{r}{\sqrt{25}} = 0{,}066$ (waarin r, de waarschijnlijke afwijking voor één enkele lijn, was af te leiden uit de „precisie" van de geheele groep en $= 0{,}329$ bleek te zijn).

De werkelijk gevonden gemiddelde relatieve afwijking $\overline{D_v}$ is derhalve $\frac{0{,}284}{0{,}066} = 4{,}30$ maal grooter dan de „waarschijnlijke" r_0 bij toevallige keuze zou zijn geweest.

Op overeenkomstige wijze vindt men voor een lijn met begeleider aan den rooden kant (waarbij $r'_0 = 0{,}068$)

$$\overline{D_r} = - 0{,}308 = - 4{,}50\, r'_0.$$

De waarschijnlijkheid nu dat een gemiddelde afwijking $\overline{D}$ (opgemaakt *zonder* leiddraad) gelegen is tusschen $+ 4{,}30\, r_0$ en $-4{,}50\, r'_0$ of, wat ongeveer op 't zelfde neerkomt, tusschen $+ 4{,}40\, r_0''$ en $-4{,}40\, r_0''$ (waarin $r_0'' = 0{,}067$ gesteld wordt), bedraagt [1])

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{4{,}4\rho} e^{-t^2}\, dt = 0{,}997,$$

zoodat slechts 0,003 overblijft voor de waarschijnlijkheid, dat door bloot toeval $\overline{D}$ buiten die grenzen zou liggen.

Dezelfde redeneering toepassende op de gegevens (2) van Kodaikanal Observatory, die een grooter aantal geinfluenceerde lijnen omvatten, vinden we een nog veel kleinere waarde voor de kans, dat de waargenomen aanmerkelijke scheiding der beide zwermen stippen en cirkeltjes op louter toeval zou berusten, namelijk 0,00001.

En daar deze laatste gegevens verkregen zijn onafhankelijk van de metingen, op Mount Wilson verricht, mogen wij de waarschijnlijkheid voor het *samentreffen* van die twee toevalligheden op $0{,}003 \times 0{,}00001$ stellen.

[1]) Zie bijv. Chauvenet, Spherical and practical astronomy, Vol. II, Table IX A.

Men kan derhalve bewezen achten met een waarschijnlijkheid van meer dan 10^7 tegen 1 dat de leiddraad, bij de keuze gebezigd, een physischen zin had en dat dus werkelijk naburige Fraunhofer-lijnen elkander schijnen af te stooten.

Natuurlijk is gedacht aan de mogelijkheid dat dit verschijnsel, hoewel het in de waarnemingsresultaten ongetwijfeld opgesloten ligt, veroorzaakt zou kunnen zijn door stelselmatige fouten in de methoden, gevolgd bij het maken, of het beoordeelen, of het uitmeten van de fotografieën.

De kans nu, dat zulke fouten een invloed van eenige beteekenis op het resultaat zouden hebben uitgeoefend, is juist bij de rand—centrumverplaatsingen uiterst gering, omdat ter bepaling van deze verplaatsingen steeds met elkander vergeleken werden opnamen, die in fotografische dichtheid en algemeen uiterlijk zooveel mogelijk aan elkander gelijk waren. Mocht derhalve bij de beoordeeling van den afstand van twee naburige lijnen een systematische fout gemaakt worden als gevolg van die nabijheid, dan zal zulk een fout nagenoeg dezelfde grootte hebben in 't rand-spectrum als in 't centrum-spectrum en dus wegvallen in de rand—centrum-verschillen.

Waar niettemin de onderlinge afstand van naburige lijnen grooter gevonden wordt in het spectrum van den rand dan in dat van 't centrum, moet men hier wel te doen hebben met een wezenlijke eigenschap der Fraunhofer-lijnen. Slechts uit het oogpunt der dispersie-theorie is deze eigenschap verklaarbaar.

Bij dit onderzoek is de kritische medewerking van de Heeren VAN CITTERT en MINNAERT van zeer groote waarde geweest.

Heliophysisch Observatorium.

Utrecht, Januari 1921.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER spreekt over: *„Seizoenverschil bij proefdieren"*.

Dit technisch onderwerp blijkt zeer algemeene strekking te hebben. In vroegere mededeelingen is aan J. LOEB's balanceering van ionen der circulatie-vloeistoffen, welke door de formule $\frac{Na + K}{Mg + Ca} =$ constant weergegeven wordt, door schrijver en zijne medewerkers de balanceering $\frac{K + (UO)_2 + Th}{Ca + Sr + Ba} =$ constant toegevoegd. In deze laatste formule behoeft het radio-physiologisch antagonisme tusschen K eenerzijds en $(UO)_2 + Th$ anderzijds niet in rekening te worden gebracht [1]).

Bovendien is in vroegere voordrachten de vervangbaarheid van het natuurlijke kalium, door de andere radio-actieve elementen *Rb*, $(UO)_2$, *U*, *Th*, *Io*, *Ra*, *Em* reeds herhaaldelijk ter sprake gekomen [2]).

Nu wil schrijver er op wijzen, dat de doseeringen, waarin deze elementen moeten worden toegepast, zal de functie der organen in stand blijven, 's zomers veel kleiner dan 's winters moeten worden genomen. De oorzaak ligt begrijpelijkerwijs niet in de radio-actieve elementen als zoodanig, maar in de organen, die door bepaalde stoffen 's zomers in verhoogde mate gevoelig zijn gemaakt [3]).

Deze stoffen zijn uitwaschbaar, zoodat in de overgangstijden eenige uren functioneeren van een zomerorgaan tijdens voortdurende doorstrooming met een kunstmatige, overigens doeltreffende circulatievloeistof voldoende is om van een zomerorgaan een winterorgaan te maken.

De uitgewasschen stoffen gelijken in haar sensibiliseerd vermogen op adrenaline.

De organen op welke de proeven plaats hadden, waren de harten van kikvorsch en aal.

De uitvoerige publicatie zal elders verschijnen.

---

[1]) C. R. des Séances de la Soc. de Biologie 7 Juin 1919.

[2]) Journal of Physiology Vol. 53 p. 273 1920.

[3]) Zittingsverslag dezer Acad. 25 Sept. 1920.

Wiskunde. — De Heer JAN DE VRIES biedt een mededeeling aan over: *„Twee afbeeldingen van het cirkelveld op de puntenruimte".*

1. In 1917 werd in de „Verslagen" (deel 25, bl. 960) een mededeeling van Dr. K. W. WALSTRA opgenomen handelend over een afbeelding van de cirkels van een vlak op de punten der ruimte. In die afbeelding wordt een cirkelbundel door een puntenreeks, een cirkelnet door een puntenveld vervangen, terwijl twee orthogonale cirkels worden vertegenwoordigd door twee punten, die harmonisch zijn gescheiden door een omwentelingsparaboloide, waarvan de punten de beelden zijn van de puntcirkels van het cirkelveld.

Deze afbeelding werd onlangs nader onderzocht en toegepast door Dr. J. SMIT in zijn proefschrift getiteld: „Een afbeelding van het cirkelveld op de puntenruimte" (Utrecht 1920). Tot die afbeelding geraakt men trouwens ook op de volgende wijs. Zij A een punt buiten het vlak Φ der cirkels c; door c en A wordt een bol gelegd. Beschouwt men zijn middelpunt als beeld van c, dan vertoont de hierdoor bepaalde afbeelding alle de bovengenoemde eigenaardigheden.

2. Om tot een andere afbeelding van het cirkelveld te komen, zet ik vooreerst het vlak Φ door inversie, met centrum N, om in een bol β; de cirkels c worden dan vervangen door cirkels c' van β. En nu beschouw ik de pool C van het vlak γ' van c' als *beeld* van den cirkel c. De *puntcirkels* P van Φ worden blijkbaar afgebeeld door de punten P' van β. Een *rechte* l van Φ gaat door de inversie over in een cirkel λ door N, wordt dus afgebeeld door een punt L van het vlak ν dat β in N aanraakt. Blijkbaar is N het beeld van de oneindig verre rechte van Φ.

3. Een *cirkelbundel* (c) gaat door inversie over in een „bundel" (c'), d. w. z. in een stelsel, waarvan door een willekeurig punt van β één exemplaar gaat, zoodat de vlakken γ' der cirkels c' een bundel vormen, dus door een rechte r' gaan. Maar dan liggen de polen C in een rechte r (de poollijn van r' t. o. v. β). Ook bij deze afbeelding wordt een *cirkelbundel* dus omgezet in een *puntenreeks.*

Heeft (c) de basispunten B_1 en B_2, dan gaan ook de cirkels c' door twee vaste punten en het beeld r van (c) ligt buiten β.

Heeft (c) daarentegen twee puntcirkels P_1 en P_2, dan is r' de

doorsnede der vlakken, die β in P'_1 en P'_2 aanraken, terwijl het beeld r den bol snijdt.

Het beeld van een *bundel concentrische cirkels* is blijkbaar een rechte r door het punt N.

Een *parabolische cirkelbundel* wordt afgebeeld door een raaklijn van β. Elke twee cirkels van zulk een bundel raken elkaar in een punt P; de beelden van twee elkaar rakende cirkels worden dus door een raaklijn verbonden.

4. Een *cirkelnet* $[c]$ gaat door inversie over in een „net" $[c']$; de vlakken γ' gaan door een vast punt S, de beelden C liggen bijgevolg in een *vlak* σ, het poolvlak van S.

Het beeld van een net met basispunt P is het vlak, dat β in P' aanraakt.

Alle cirkels c, die een cirkel c_0 *loodrecht* snijden, vormen een net $[c]$; hiertoe behooren de punten P van c_0. Daar deze punten kunnen worden beschouwd als cirkels die c_0 raken, hebben zij hun beelden in de raakpunten der raaklijnen van β, die in het beeldpunt C_0 samenkomen. Bijgevolg wordt het net afgebeeld door het poolvlak van C_0. De beelden van twee *orthogonale cirkels* worden dus *harmonisch* gescheiden door β. De bol β speelt hier dezelfde rol als de paraboloide bij de bovengenoemde afbeelding.

Alle cirkels, die c_0 *diametraal* snijden vormen ook een net, $[c^*]$. Daar $[c^*]$ geen cirkel gemeen heeft met het net der cirkels, welke c_0 loodrecht snijden, zal het beeld σ^* evenwijdig zijn met het poolvlak σ van C_0. Tot $[c^*]$ behoort ook de cirkel c_0; derhalve gaat σ^* door het punt C_0.

5. Een willekeurige kegelsnede δ^2 bevat de beelden van een *stelsel* $(c)_2$, met *index twee*; immers het raakvlak ϱ van een punt R' heeft twee punten met δ gemeen, en deze zijn de beelden van twee cirkels c door het punt R. Het stelsel $(c)_2$ behoort tot het net $[c]$, dat door het vlak van δ^2 wordt vertegenwoordigd. [1])

Wordt het vlak ϱ, dat β in R' aanraakt, tevens door δ^2 aangeraakt, dan is R' de centrale projectie van een punt R der door

[1]) De orthoptische cirkels van een bundel kegelsneden vormen een stelsel $(c)_2$. Immers door een punt der oneindig verre rechte gaan de ontaarde cirkels, die uit l_∞ en de richtlijnen der beide parabolen bestaan. De puntcirkels van het stelsel vindt men in de dubbelpunten der drie lijnenparen en in het centrum der orthogonale hyperbool; deze vier punten liggen dus in een cirkel (orthogonaalcirkel van het net, waartoe $(c)_2$ behoort), die zijn centrum heeft in het snijpunt der beide richtlijnen.

$(c)_2$ omhulde kromme. Zij nu L het beeld van de in Φ gelegen rechte l; de omhullingskegel van β, waarvan L de top is, heeft vier raakvlakken ϱ gemeen met den kegel, welke δ uit L projecteert. Hieruit volgt dat het stelsel $(c)_2$ door een *kromme van den vierden graad wordt omhuld.*

De snijpunten van δ^2 met β zijn de beelden van vier tot $(c)_2$ behoorende puntcirkels; de snijpunten van δ^2 met het vlak r vertegenwoordigen de twee rechten van $(c)_2$.

6. Een kubische ruimtekromme δ^3 is het beeld van een stelsel $(c)_2$, met *index drie.* Tot zulk een stelsel kan men op de volgende wijs geraken. In Φ beschouwe men drie projectieve cirkelbundels $(c)_1, (c_2), (c_3)$; zij c de cirkel, die de homologe cirkels c_1, c_2 en c_3 loodrecht snijdt. Het beeld C van c is het snijpunt van de poolvlakken $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ der beeldpunten C_1, C_2, C_3. Deze vlakken wentelen om de poollijnen r_1, r_2, r_3 der rechten r_1^*, r_2^*, r_3^* welke de beeldpunten C_1, C_2, C_3 bevatten; het punt C heeft dus tot meetkundige plaats een kubische ruimtekromme, δ^3. Blijkbaar kan men, omgekeerd, voor r_1, r_2, r_3 drie willekeurige koorden van een gegeven kromme δ^3 kiezen; hun poollijnen t. o. v. β bepalen dan in Φ drie projectieve cirkelbundels, welke op hun beurt het stelsel $(c)_2$ bepalen, dat δ^3 tot beeld heeft.

7. Een vlakke kromme δ^3 is het beeld van een $(c)_3$, waarvan de exemplaren tot het net behooren, dat afgebeeld wordt door het vlak δ van δ^3. Een raakvlak ϱ van β snijdt δ^3 in drie punten van de rechte $\delta\varrho$; daar men door deze rechte een tweede raakvlak aan β kan leggen, is het stelsel $(c)_2$ gekenmerkt door de eigenschap, dat de drie cirkels door een punt P nog een tweede punt P^* gemeen hebben. Is $\delta\varrho$ raaklijn aan β, dan zullen de drie cirkels elkaar in een punt P raken; dit raakpunt ligt blijkbaar op den orthogonaalcirkel (diametraalcirkel) van het net. In het bijzonder kan de orthogonaalcirkel door een rechte worden vervangen, die dan de middelpunten der cirkels van het stelsel $(c)_2$ bevat.

8. Zij O het centrum van den bol β. Liggen de beelden C_1 en C_0 van twee cirkels c_1 en c_0 zoo, dat $\angle OC_0C_1$ recht is, dan wordt c_0 diametraal door c_1 gesneden (§ 4). Houdt men C_1 vast, dan blijft C_0 op den bol Γ, die OC_1 tot middellijn heeft. Deze bol is blijkbaar het beeld van het tweevoudig oneindig stelsel der cirkels c, welke door den vasten cirkel c_1 diametraal worden gesneden. De doorsnede van twee raakvlakken van β heeft twee punten met Γ

gemeen; door twee punten gaan dus in het algemeen twee cirkels van het stelsel. Een cirkelbundel bevat ook twee cirkels van het stelsel.

9. Tot een *andere afbeelding* van het cirkelveld geraakt men op de volgende wijze. In het vlak Φ van het veld worden drie willekeurige punten K, L, M aangenomen; de machten van een cirkel c t.o.v. die punten worden beschouwd als de coördinaten x, y, z van een punt C t.o.v. een orthogonaal assenkruis.

Het vlak $x = 0$ bevat de beelden der cirkels, die door K gaan. Daar een *cirkelbundel* (c) één cirkel door K zendt heeft het beeld van (c) één punt met $x = 0$ gemeen, is dus ook nu een *rechte*. Omdat verder een bundel (c) één cirkel met een net $[c]$ gemeen heeft, wordt een *net* door een *vlak* afgebeeld.

Een bundel (c) heeft twee *puntcirkels*; de meetkundige plaats van de beelden der puntcirkels P is dus weer een *quadratisch oppervlak* Φ^2. Zijn vergelijking vindt men door gebruik te maken van de bekende betrekking tusschen de zijden van den volledigen vierhoek $PKLM$[1]). Stelt men daarin $KL^2 = h$, $LM^2 = f$, $MK^2 = g$, dan vindt men, na eenige herleiding,

$$fx^2 + gy^2 + hz^2 + (h-f-g)(xy + hz) + (f-g-h)(yz + fx) + \\ + (g-h-f)(zx + gy) + fgh = 0.$$

Het vlak $x = 0$ bevat slechts het beeld van den puntcirkel K; hieruit volgt, dat Φ^2 de coordinaatvlakken aanraakt.

Elke cirkel, die concentrisch is met den cirkel KLM, heeft gelijke machten t. o. v. K, L en M, wordt dus afgebeeld door een punt der rechte $x = y = z$; daar een concentrische bundel slechts één eindigen puntcirkel bezit, moet Φ^2 een *elliptische paraboloide* zijn, waarvan de middellijnen gelijke hoeken maken met de drie coördinaatassen.

Kiest men K, L, M in de hoekpunten van een gelijkzijdigen driehoek, waardoor $f = g = h$ wordt, dan wordt Φ^2 blijkbaar een *omwentelingsparaboloide*.

---

[1]) Zie b.v. Salmon-Fiedler, Anal. Geom. des Raumes I (1879) bl. 74.

Scheikunde. — De Heer J. Böeseken biedt, mede namens den Heer H. Couvert, een mededeeling aan over: *„De bepaling van de configuratie van eenige mono-sacchariden en van de Saccharose volgens de boorzuur-methode"*.

1. De kortheidshalve met boorzuur-methode aangegeven wijze van bepaling van de ligging van de hydroxylgroepen in de ruimte berust op de vorming van complexe-verbindingen met sterker zuur karakter dan de componenten, hetgeen vooral dan het geval bleek te zijn, wanneer er minstens twee hydroxylgroepen aan vicinale koolstofatomen waren gebonden en deze groepen, zooals in de ortho-diphenolen en in de cis-1-2 cyclodiolen aan dezelfde zijde van de verbindingsas der koolstofatomen waren gelegen. Zijn er meerdere OH-groepen in het molekuul, dan zal deze methode minder geschikt worden. Een onzer heeft er echter reeds eenige jaren geleden op gewezen [1]), dat, ondanks het betrekkelijk groot aantal hydroxylgroepen in de monosacchariden en vooral in enkele poly-sacchariden toch deze methode kon worden toegepast, omdat het cyclische verbindingen zijn, waardoor er slechts een zeer beperkt aantal (en soms geen) hydroxylgroepen overblijven, welke aan aangrenzende koolstofatomen gebonden zijn en tevens gericht zijn naar de zelfde zijde van het ringvlak.

Inderdaad kon op deze wijze worden aangetoond, dat in de α-glucose de hydroxylgroepen aan C-atomen 1 en 2 aan dezelfde zijde van het hydrofuraan-vlak gelegen zijn, in de β-glucose terweerszijde en was daarmede de cis- resp. trans-configuratie dezer beide isomeren vastgesteld.

Op dezelfde wijze kon worden aangetoond, dat de gewone of α-galactose de cis-configuratie bevat, terwijl aan de bekende α-fructose de trans-configuratie toekwam [2]).

Wat de α- en β-glucose aangaat zijn deze deducties door de onderzoekingen van A. Pictet [3]) langs een geheel onafhankelijken weg, nml. uit het verband dezer suikers met hunne geheel verschillend samengestelde anhydriden, bevestigd.

Irvine [4]) heeft gemeend, dat het bewijs gegeven door de boorzuurmethode niet afdoende was, ten eerste, omdat het aantal hydroxyl-

[1]) Berichte **46**, 2612 (1913).
[2]) Versl. K. Ak. v. Wet. **24**, 1626 – 1627 (1916).
[3]) Helv. chim. Acta **3**, 640 en 645 (1920).
[4]) Soc. **107**, 1221 en 1230 (1915).

groepen te groot is, waardoor de mogelijkheid van de vorming van meer dan een boorzuur-complex niet uitgesloten was, ten tweede, omdat z.i. rekening moest gehouden worden met de vorming van oxonium-hydraten aan het ring-O-atoom, waardoor nog een hydroxylgroep in het suikermolekuul wordt ingevoerd en het boorzuur een nieuw aangrijpingspunt vindt.

Deze bedenkingen schenen bevestigd te worden door metingen van het geleidingsvermogen van mengsels van de tetramethyl α- en β-methylglucosiden en van de tetramethylglucose met boorzuur (IRVINE en STEELE l.c.). Zoowel bij de glucosiden als bij de tetramethylglucose werd een vermeerdering van het geleidingsvermogen van boorzuur geconstateerd.

Wat den positieven invloed op de glucosiden betreft, werd dit toegeschreven aan de vorming van het oxonium-hydraat, omdat er anders geen hydroxylgroepen aanwezig zouden zijn om het boorzuur te binden. Uit het verloop der verandering van het geleidingsvermogen van het mengsel H_3BO_3 + tetramethylglucose tijdens de mutarotatie van deze suiker werd een theorie over dit laatste proces afgeleid, waarbij de vorming van het oxonium-hydraat een belangrijke rol speelt.

Het is duidelijk, dat, wanneer deze positieve beïnvloedingen inderdaad bestonden, de boorzuur-methode voor de configuratie-bepaling der suikers ongeschikt was, daar de waargenomen veranderingen van het geleidingsvermogen bij de glucosen, de α-galactose en de α-fructose evengoed door verschuivingen aan het oxonium-hydraat als elders in het molekuul konden veroorzaakt zijn.

Bij de herhaling van de metingen van IRVINE *en* STEELE *bleek het ons, dat er geen sprake was van een positieven invloed, noch bij de tetramethyl-methylglucosiden noch bij de tetramethylglucose.*

De bijzonderheden over de bereiding dezer verbindingen zal een onzer elders [1]) mededeelen. De praeparaten werden zorgvuldig in vacuo gefractionneerd. De door ons gevonden constanten zijn:

	$[\alpha]_D^{25}$	*Smp*	n_D^{25}
tetramethyl α methylglucoside	+ 152°32	—	1.4464
„ β „	— 17°6	41°—42°	1.4440
„ glucose.	na 4′ + 105.05 na 24u + 79.82	90°—91°	—

[1]) Proefschrift H. COUVERT dat spoedig verschijnen zal.

De metingen van het geleidingsvermogen met en zonder boorzuur geven wij volledig weer:

TABEL I.

Geleidingsvermogen van tetramethyl-α-methylglucoside.
temp. = 25°; Capac. Vat = 0.453.

$C_6H_7O(OCH_3)_5$. 1/2 mol. in H_2O			$C_6H_7O(OCH_3)_5$. 1/2 mol. in 1/2 mol. H_3BO_3 ($\mu = 27.5 \times 10^{-6}$)				
Ω	Aflezing	$K \times 10^6$	Ω	Aflezing	$K \times 10^6$	Berekend	Δ
1000	15	6.9	1000	33.6	15.7		
4000	55	6.6	4000	115.5	14.8		
6000	82	6.7	6000	165.8	15.0		
8000	109.8	6.9	8000	211.	15.1		
10000	131.8	6.9	10000	250.5	15.1		
Gemiddeld 6.8			Gemiddeld 15.1			34.3	— 19.2

TABEL II.

Geleidingsvermogen van tetramethyl-β-methylglucoside.
temp. = 25°; Capac. Vat = 0.453.

$C_6H_7O(OCH_3)_5$. 1/2 mol. in H_2O			$C_6H_7O(OCH_3)_5$. 1/2 mol. in 1/2 mol. H_3BO_3 (z. b.)				
Ω	Aflezing	$K \times 10^6$	Ω	Aflezing	$K \times 10^6$	Berekend	Δ
1000	43	20.3	1000	68	33.0		
4000	141.5	18.6	4000	225.5	33.4		
6000	200.5	18.9	6000	300.8	32.5		
8000	250	18.9	8000	365	32.5		
10000	300	19.4	10000	422.4	33.1		
Gemiddeld 19.2			Gemiddeld 32.9			46.7	— 13.8

TABEL III.

Mutarotatie van tetramethylglucose.

t in min.	0.5 mol. tetramethylglucose in water		$K + K_1 = \frac{1}{t} \log \frac{r_\alpha - r_\infty}{r_t - r_\infty}$	t in min.	0.5 mol. tetramethylglucose + 0.5 mol. H_3BO_3		$K + K_1 = \frac{1}{t} \log \frac{r_\alpha - r_\infty}{r_t - r_\infty}$
	Aflezing	Spec. Rot.			Aflezing	Spec. Rot.	
0	12.40	105.05	—	0	12.42	105.25	—
1	12.32	104.41	0.01116	1	12.35	104.62	0.01094
2	12.27	103.98	0.00941	3	12.21	103.47	0.01053
5	12.08	102.11	0.01076	5	12.06	102.20	0.01114
6	11.99	101.61	0.01061	10	11.71	99.24	0.01176
10	11.69	99.06	0.01177	15	11.36	96.27	0.01272
15	11.54	97.79	0.00982	20	11.15	94.49	0.01200
20	11.32	95.92	0.00976	25	11.05	93.64	0.01064
25	11.11	94.15	0.00983	30	10.90	92.37	0.01027
30	10.85	91.95	0.01060	35	10.67	90.42	0.01091
35	10.65	90.25	0.01094	40	10.59	89.74	0.01029
40	10.56	89.49	0.01041	50	10.32	87.45	0.01053
45	10.40	88.13	0.01071	60	10.21	86.52	0.00973
50	10.28	87.11	0.01078	∞	9.43	79.91	—
55	10.19	86.35	0.01067				
60	10.17	86.19	0.00996			Gemiddeld	0.01095
∞	9.42	79.82	—				
		Gemiddeld	0.01048				

Metingen, alle bij 25° en steeds werd begonnen met de metingen 4 minuten, nadat de vloeistof aan de stof was toegevoegd.

$$K_{H_3BO_3} = 27.5 \times 10^{-6}$$

TABEL IV.

Verandering van het geleidingsvermogen 0.5 mol. tetramethylglucose + 0.5 mol. H_3BO_3 Cap. vat = 0.453			$K + K_1 = \frac{1}{t} \log \frac{K_\alpha - K_\infty}{K_t - K_\infty}$	R	Verandering van het geleidingsvermogen 0.5 mol. tetramethylglucose in water			$K + K_1 = \frac{1}{t} \log \frac{K_\alpha - K_\infty}{K_t - K_\infty}$
t in min.	a	$K \times 10^6$			t in min.	a	$K \times 10^6$	
0	223.0	43.3	—	3000 Ω	0	232.3	45.7	—
1	223.5	43.5	0.00934		1	233.3	45.9	0.01010
2	225.7	44.0	0.10120		2	234.5	46.2	0.01285
3	226.1	44.1	0.01287		3	234.6	46.3	0.01034
4	226.8	44.2	0.01093		4	235.7	46.6	0.01186
5	227.4	44.4	0.01081		5	236.2	46.7	0.01061
10	229.9	45.1	0.00923		6	237.2	46.9	0.01074
15	233.6	46.0	0.00980		7	237.4	47.0	0.01004
20	236.0	46.6	0.00937		8	238.2	47.2	0.01027
25	238.5	47.3	0.00963		10	239.2	47.4	0.00944
30	241.0	47.9	0.00973		11	239.6	47.6	0.00973
35	244.3	48.8	0.01091		12	241	47.9	0.01055
40	245.2	49.0	0.01012		14	241.3	48.0	0.00952
45	246.0	49.3	0.00981		15	241.4	48.1	0.00934
50	248.1	49.8	0.01021		20	244.2	48.7	0.00918
∞	257.6	52.7	—		25	246.4	49.3	0.00928
					30	248.4	49.9	0.00954
					40	251.4	50.6	0.00999
					45	252.3	51.1	0.00936
					∞	265.0	54.4	—
			Gemiddeld 0.01029					Gemiddeld 0.00959

Uit de tabellen I en II zien wij, dat de beide glucosiden het geleidingsvermogen van het boorzuur niet onbelangrijk *verminderen*, hetgeen mag toegeschreven worden aan de verandering van het medium. In plaats van water hebben wij een vrij geconcentreerde glucoside-oplossing.

Vergelijken wij in tabel IV de bij elkander behoorende getallen voor het geleidingsvermogen van de mutaroteerende tetramethylglucose in water en in $^1/_2$ molair boorzuur, bijv. na 1′, 10′, 20′, 30′ enz. tot ∞' dan zien wij, dat in boorzuur slechts een constante vermeerdering van 2×10^{-6} intreedt, terwijl deze 27.5×10^{-6} (eigen geleidingsverm. van H_3BO_3) had moeten zijn, d. w. z. er is wederom een constante *vermindering* van ruim 25×10^{-6} eenheden.

Hiermede vervallen derhalve alle bedenkingen tegen de toepassing van de boorzuurmethode ter opheldering van de configuratie der mutaroteerende suikers.

Wij hebben haar nu aangewend op de *l-xylose*, *l-arabinose*, *l-rhamnose* en *d-mannose*, terwijl, met het oog op de gewijzigde inzichten over de configuratie van de saccharose, de vroeger verrichte voorloopige metingen werden herhaald en uitgebreid.

2. Vóórdat wij de resultaten hiervan in het kort mededeelen, willen wij een enkele opmerking maken over het verloop der mutarotatie van de tetramethylglucose (tabel III) in verband met een duidelijke verandering van het geleidingsvermogen (tabel IV eerste kolom).

Vooreerst is het duidelijk, dat deze verschijnselen volkomen parallel gaan, de constanten zijn gelijk en, zooals boven opgemerkt is, hun verloop is onafhankelijk van de aanwezigheid van boorzuur.

Aangezien het geleidingsvermogen van de suiker toeneemt, moeten wij aannemen, dat de tetramethylglucose van Smp. 90°-91° zwakker zuur is dan zijn muta-isomeer.

De oorspronkelijke suiker heeft blijkens de vermindering van de rotatie een aanzienlijk hooger draaiingsvermogen dan zijn isomeer. Daar zoowel de α-glucose als het α-methylglucoside en het tetramethyl α-methylglucoside zeer sterk rechtsdraaiend zijn en de β-isomeren links- of veel zwakker rechtsdraaiend, mogen wij het waarschijnlijk achten, dat de tetramethylglucose Smp. 90°—91° de α-modificatie is.

In verband met de vermeerdering van het geleidingsvermogen zoude daaruit volgen, dat de β-modificatie sterker zuur is dan de α-modificatie en dat dus de verwijdering van de OH- en de OCH_3-groepen aan C-atomen 1 en 2 van elkander een versterking van den zuurgraad van de suiker zoude meebrengen.

Dit is nu geheel in overeenstemming met hetgeen L. MICHAELIS [1]) heeft gevonden voor de dissociatie-constanten der beide niet gesubstitueerde methylglucosiden. Ook hier bleek de α-modificatie zwakker zuur te zijn dan de β-modificatie. Hoewel de hooge rotatie van de bij 90°—91° smeltende tetramethylglucose en de door IRVINE [2]) waargenomen verschijnselen bij de hydrolyse der beide methylglucosiden de α-configuratie reeds waarschijnlijk maakten, is de geringere zuurgraad tegenover haar muta-isomeer een welkome bevestiging.

3. Over de configuratie-bepaling der bovengenoemde monosacchariden kunnen wij kort zijn. Deze werd uitgevoerd geheel volgens de wijze, die meermalen beschreven is [3]).

Voor de constanten der mutarotatie en der verandering van den invloed op het geleidingsvermogen van 0.5 molair H_3BO_3 werden de volgende getallen verkregen :

TABEL V.

$t = 25°$; $K_{H_3BO_3} = 27.5 \times 10-6$

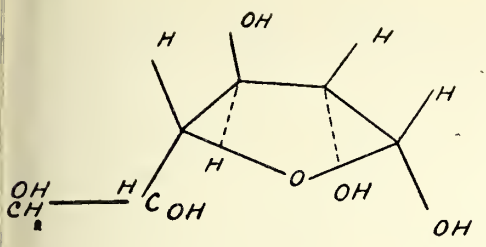
Suiker	Conc.	Mutarotatie Conc $= \frac{1}{t} \log \frac{r_0 - r_\infty}{r_t - r_\infty}$	Constante van de Mutatie van het geleidingsvermogen $= \frac{1}{t} \log \frac{K_0 - K_\infty}{K_t - K_\infty}$	Configuratie van de α-suiker	Opmerkingen
α d-glucose	0.5 m.	0.0108	— 0.0091	cis	
α-d-galactose	„	0.0145	— 0.015	cis	vroegere waarn. [3])
α-l-arabinose	„	0.0582	— 0.0561	cis	
α-l-xylose	„	0.0343	— 0.0328	cis	
α-d-mannose	„	0.0309	+ 0.0314	trans	
α-l-rhamnose	„	0.0785	+ 0.0758	trans	
α-d-fructose	0.1 m.	0.1563	+ 0.1685	trans	conc. H_3BO_3 0.1 m.

Wanneer wij, op grond van de nu verkregen gegevens, de ruimteformules der α-suikers ontwerpen, dan zien wij, dat de in de natuur het meest voorkomende aldopentosen en -hexosen nauw verwant zijn :

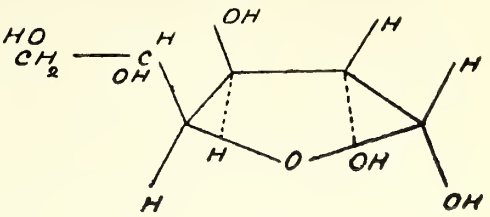
[1]) Bericht **46**, 3683 (1913).

[2]) Soc. **83**, 1034 (1903), **85**. 1066 (1904).

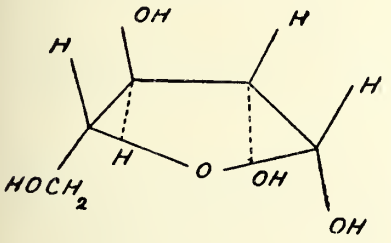
[3]) Recueil **30**, 392 (1911)), Berichte **46**, 2614 (1913), Versl. Kon. Ak. Wet. **24**, 1626 (1916) enz. Bijzonderheden zullen in het proefschrift van den heer H. COUVERT worden medegedeeld.



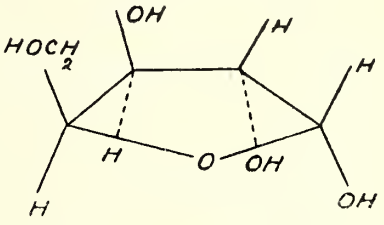
α-d-glucose



α-d-galactose



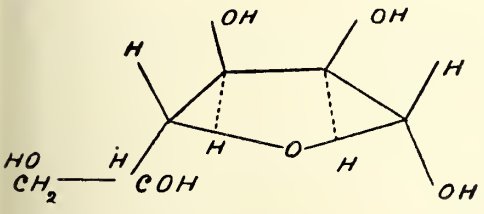
α-l-xylose



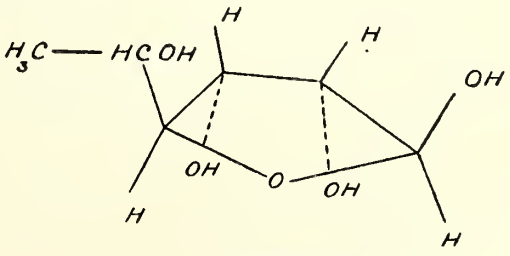
α-l-arabinose

Zij hebben het hydrofuraanring-systeem gemeen met uitzondering van de groepeering om het C-atoom 4. Met het oog op den overwegenden invloed ven een ring op het bedrag der rotatie is het niet te verwonderen, dat deze vier suikers alle sterk rechts-draaiend zijn. Ook is het begrijpelijk, dat de mutarotatie-constante van de *glucose* weinig verschillend is van die der *galactose* en de constanten van *xylose* en *arabinose* onderling evenmin veel uiteenloopen; deze paren suikers verschillen toch alleen in den stand van den staart van het molekuul ten opzichte van het ringvlak.

Deze constanten zijn voor de beide pentosen belangrijk grooter dan voor de hexosen, hetgeen ongetwijfeld samenhangt met het kleiner zijn van den staart, aangezien de mutarotatie bij de disacchariden lactose en maltose, waar deze staart veel grooter is dan bij de hexosen, zeer veel langzamer verloopt.



α-d-mannose



α-l-rhamnose

De *rhamnose* en de *mannose* vormen een bijeenhoorende groep, omdat het ringsysteem onderling gelijk is, met dien verstande, dat

de rhamnose optisch tegengesteld is aan de mannose, maar er overigens alleen van verschilt, doordat de eindstandige OH door H is vervangen. Men kan haar dan ook hydro-l-mannose noemen. Het verschil in stand der groepen vergeleken bij de suikers der glucose-groep betreft de ligging van H en OH aan het C-atoom 2; dit veroorzaakt blijkbaar een zeer sterke vermindering van de specifieke rotatie.

Verder is de mutarotatie-constante van de rhamnose ruim tweemaal grooter dan van de mannose, hetgeen wederom met den minderen omvang van den staart samen kan hangen. De *fructose* staat wederom apart; dit blijkt uit de snelheid der mutarotatie en den grooten invloed, dien het geleidingsvermogen van boorzuur er van ondervindt.

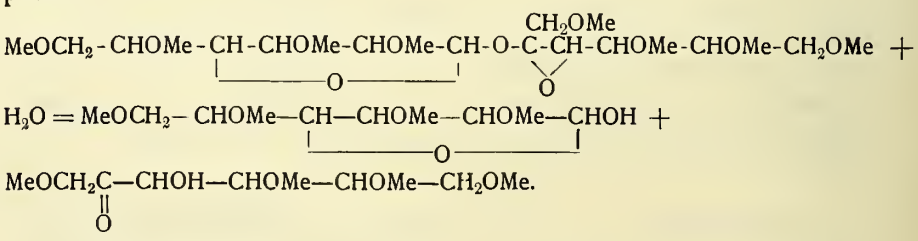
Configuratie der saccharose.

4. Bij de discussie over de configuratie van de rietsuiker en van de raffinose [1]) werd er op gewezen, dat de toenmaals aanvaarde formule van TOLLENS-FISCHER geen verhooging van het geleidingsvermogen door boorzuur deed verwachten, omdat alle hydroxylgroepen ongunstig gelegen waren. Inderdaad werd slechts een geringe negatieve invloed vastgesteld, hetgeen als een bevestiging van deze formule kon worden opgevat.

Intusschen is door HAWORTH en LAW [2]) bewezen, dat deze formule niet juist kan zijn, daar bij de hydrolyse van octo-methyl-saccharose wèl de verwachte tetramethylglucose met den vijfring werd gewonnen, daarnaast echter, in ongeveer gelijke hoeveelheid, een tetramethylfructose met $[\alpha]_D^{20} = +29°.3$, die niet identisch bleek met de tetramethylfructose $[\alpha]_D^{20} = -121°$, waarvan bewezen was, dat zij een vijfring bezat.

Daar zij gemakkelijk $KMnO_4$ ontkleurde en bij oxydatie met verdund salpeterzuur een semilactonzuur gaf, meende HAWORTH [3]) dit te kunnen verklaren, door in het fructose-gedeelte van de saccharose een aethyleen-oxydring aan te nemen.

De hydrolyse van de octo-methyl-saccharose heeft dan als volgt plaats:



[1]) Berichte **46**, 2621 (1913).
[2]) Soc. **109**, 1314 (1916).
[3]) Soc. **117**, 199 (1920).

Bij oxydatie van de laatste zou dan een α-oxyzuur ontstaan, dat zich met een tweede molekuul tot een semi-lactonzuur zou kunnen vereenigen.

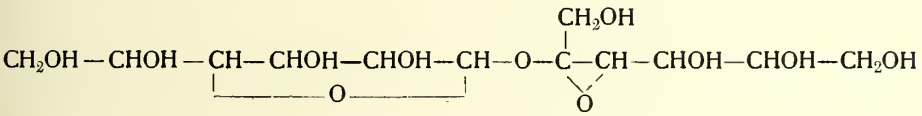
Afgezien van de omstandigheid, dat het bewijs van de samenstelling van dit zuur door HAWORTH niet afdoende is gegeven, kan de suiker en dan ook de octo-methyl-saccharose, evengoed een oxopropaanring bezitten. Er zoude dan een tetramethylfructose uit gevormd worden van de samenstelling

$$MeOCH_2C(=O)-CHOMe-CHOH-CHOMe-CH_2OMe,$$

die bij oxydatie met HNO_3 een gemethyleerd β-oxyzuur zou leveren, dat evengoed zoo niet beter in een semi-lactonzuur zou overgaan [van een α-oxyzuur kan eerder een lactide verwacht worden].

Er is echter een gewichtig bezwaar tegen de formule van HAWORTH.

Nemen wij een driering in het fructose-deel van de suiker aan, dan zouden daarin *drie* hydroxylgroepen voorkomen aan vicinale koolstofatomen gebonden, het zoude dus een glycerinederivaat moeten zijn.



Van een dergelijke stof is te verwachten, dat ze een positieven invloed uit zou oefenen op het geleidingsvermogen van het boorzuur.

Wij hebben daarom de metingen van mengsels van rietsuiker en boorzuur herhaald en uitgebreid, waarbij wij tot de conc. $^3/_2$ n. saccharose zijn gegaan.

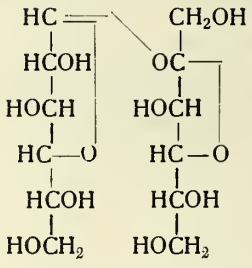
TABEL VI.

$t = 25°$; $K_{H_3BO_3} = 27.5 \times 10^{-6}$

Conc. Saccharose	$K \times 10^6$	Geleidingvermogen $0.5\ H_3BO_3$ + suiker		Δ
		gevonden	berekend	
0.5 mol.	14.6	23.6	42.1	— 18.5
1.0 „	7.7	18.4	35.2	— 16.8
1.5 „	7.2	11.2	34.7	— 23.5

Er is van een positieven invloed geen sprake, waaruit volgt, dat in de saccharose een dergelijke opeenvolging van hydroxylgroepen zeer onwaarschijnlijk is.

Wanneer wij de resultaten van de onderzoekingen van HAWORTH en LAW met dit resultaat combineeren, dan moet aan de rietsuiker



nevenstaande configuratie, met een vierring in het fructose-deel toekomen.

De stabiliteit van rietsuiker tegenover ammoniak en aminen, de ongevoeligheid voor boorzuur naast de snelle hydrolyse worden in deze formule tot uitdrukking gebracht.

Het verder bewijs moet door de bepaling van de configuratie van de door HAWORTH afgezonderde tetramethylfructose worden gegeven.

Delft-Deventer, Januari 1921.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan: Mededeeling N°. 154*b* uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden: E. MATHIAS, C. A. CROMMELIN en H. KAMERLINGH ONNES: „*De rechtlijnige diameter van waterstof.*"

§ 1. *Inleiding.* Deze mededeeling vormt eene voortzetting van de reeks van bijdragen tot de kennis der dichtheidskrommen van de vloeistof en den verzadigden damp en der diameters van stoffen met lage kritische temperatuur en van eenvoudige moleculaire structuur. Het onderzoek van genoemde grootheden met behulp van de dilatometer-methode is reeds geruimen tijd geleden in het Leidsche Natuurkundige Laboratorium begonnen en heeft achtereenvolgens betrekking gehad op de stoffen: zuurstof [1]), argon [2]) en stikstof [3]). De uitbreiding ervan tot waterstof was van belang te achten voor de kennis van de toestandsvergelijking van die stof, vooral in verband met de reeds bestaande bepalingen van de vloeistofdichtheden tusschen kookpunt en smeltpunt [4]), van het kritische punt [5]) en van de verschillende berekeningen van de kritische dichtheid, [5]) [6]).

Het kon echter eerst ondernomen worden toen het gelukt was de experimenteele moeilijkheden wat betreft het verkrijgen van een doorzichtig bad van constante en gelijkmatige temperatuur tusschen het kritische punt en het kookpunt, dus ongeveer tusschen — 240° C. en — 253° C. te overwinnen.

§ 2. *De toestellen,* die dienden tot het samenpersen van de waterstof, tot het meten van de vloeistof- en dampvolumina, tot het bepalen van de dampdrukkingen en tot het meten van de volumina gas onder normale omstandigheden waren geheel dezelfde, die bij het onderzoek van stikstof gebruikt zijn. Wij kunnen daarvoor dus

[1]) E. MATHIAS en H. KAMERLINGH ONNES, Zittingsversl. Jan. 1911, Comm. N°. 117.

[2]) E. MATHIAS, H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN, Zittingsversl. Oct. en Nov. 1912, Comm. N°. 131*a*.

[3]) E. MATHIAS, H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN, Zittingsversl. Dec. 1914, Comm. N°. 145*c*,

[4]) H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN, Zittingsversl. Juni 1913, Comm. N°. 137*a*.

[5]) H. KAMERLINGH ONNES, C. A. CROMMELIN en P. G. CATH, Zittingsversl. Mei 1917, Comm. N°. 151*c*.

[6]) J. J. VAN LAAR, Chemisch Weekblad 16 (1919). pg. 1557.

naar de reeds aangehaalde mededeeling over den diameter van stikstof verwijzen.

Wat den cryostaat betreft, zoo zou slechts voor een klein deel van het gebied, waarover de metingen zich uitstrekken van een vloeibaar gemaakt gas, n.l. neon (kookpunt — 245°.92 C., tripelpunt — 248°.67 C. [1]) gebruik kunnen worden gemaakt. Gelijkmatige en constante temperaturen zijn voor het overige gebied slechts te verkrijgen met behulp van oververhitte damp zooals in den reeds beschreven waterstofdamp-cryostaat [2]). Deze laatste toestel kon echter zonder meer niet gebruikt worden, daar hij ondoorzichtig is, terwijl wij den stand van den meniscus in den dilatometer hadden af te lezen.

Eene beschrijving van de gewijzigde inrichting, waarmede het gelukt is een doorzichtig bad van oververhitte waterstofdamp te verkrijgen, dat aan al onze eischen voldeed, zal in eene volgende verhandeling [3]) gegeven worden.

De waterstof was door uitvriezen in vloeibare waterstof [4]) van alle onzuiverheden gereinigd en kon derhalve als absoluut zuiver beschouwd worden.

§ 3. *De proeven* geschieden ook weer op dezelfde wijze, als dit bij het onderzoek betreffende de diameters van argon en stikstof het geval is geweest.

De hoeveelheid vloeistof of damp werd gemeten in den dilatometer, door aflezing van den stand van den meniscus op de schalen van de steel of van de appendix van den dilatometer; vervolgens werd de waterstof in den vooraf zorgvuldig geëvacueerden voluminometer afgeblazen, en ten slotte werd de afgeblazen hoeveelheid waterstof onder normale omstandigheden in den voluminometer gemeten.

Hoewel wij ten behoeve van de aan te brengen correcties beschikten over een aantal dampspanningsbepalingen van waterstof tusschen het kritische punt [5]) en het kookpunt kwam het ons toch gewenscht voor gedurende de proeven regelmatig drukbepalingen te verrichten. Wij gebruikten daarvoor den open standaard-manometer [6]),

---

[1]) H. Kamerlingh Onnes en C. A. Crommelin, Zittingsversl. Juni 1915, Comm. N°. 147*d*. In deze Comm. staat op pg. 52, regel 10 van onder 76.00 in plaats van 75.95 (de atmospheer te Leiden). De temperatuur van het kookpunt —245°.92 is juist.

[2]) H. Kamerlingh Onnes, Zittingsversl. Febr. 1917, Comm. N°. 151*a*.

[3]) H. Kamerlingh Onnes en C. A. Crommelin, dit Zittingsverslag, Comm. N°. 154*c*.

[4]) H. Kamerlingh Onnes, Zittingsversl. Maart 1909. Comm. N°. 109*b*.

[5]) P. G. Cath en H. Kamerlingh Onnes, Zittingsversl. Juni en Sept. 1917, Comm. N°. 152*a* en P. G. Cath, Proefschrift, Leiden, 1917, pg. 103.

[6]) H. Kamerlingh Onnes, Zittingsversl. Oct. 1898, Comm. 44.

daar de hoogste dezer drukkingen beneden 12.80 atmospheren (den kritischen druk) lag en bij onzen gesloten waterstof-manometer, die anders eenvoudiger in het gebruik is, het kwik eerst bij 20 atmospheren zichtbaar wordt.

Op de uitkomsten van deze metingen en op de wijze waarop zij voor het aanbrengen van correcties zijn gebruikt, komen wij terug bij de bespreking der berekeningen.

De temperatuur werd bepaald en terzelfder tijd constant gehouden door middel van 2 platina-weerstandsthermometers Pt_{22} en Pt_{44}, die beide kort na de metingen onder volkomen dezelfde omstandigheden, dus in denzelfden cryostaat en bij dezelfde temperaturen als bij de diameter-bepalingen gebruikt waren, met een heliumthermometer zijn vergeleken. De overeenstemming van de beide thermometers liet niets te wenschen over.[1])

De in rekening te brengen temperatuur van de glazen capillair van den dilatometer werd ditmaal afzonderlijk bepaald met een eenvoudigen gasthermometer in den vorm van een buis, die naast de capillair van den dilatometer in het deksel van den cryostaat gemonteerd was en die ook reeds op deze wijze bij vroegere metingen gebruikt is[2]). Men meet op deze wijze, bij iedere bepaling afzonderlijk, de temperatuur van de capillair, in plaats van die te schatten of af te leiden uit vroegere bepalingen; bovendien levert deze methode nog een groot voordeel bij de berekening der correcties; men heeft nl. met slechts één temperatuur te doen, terwijl vroeger de capillair in den regel in 3 gedeelten met 3 verschillende gemiddelde temperaturen verdeeld moest worden[3]).

Eenige dagen voor den aanvang der eigenlijke metingen begonnen wij met het houden van een „generale repetitie", voornamelijk om te oordeelen over de mate van standvastigheid en gelijkmatigheid van temperatuur, die met den nieuwen cryostaat te verkrijgen was en over den invloed van de verschillende wijzen van verlichting op de temperatuur. De vulling van den dilatometer met vloeibare waterstof bleek zonder stoornis te geschieden.

Bij de eigenlijke proeven werden gedurende de eerste dagen de verlichtingsproeven nog voortgezet: een metaaldraadlamp achter een

---

[1]) Zie fig. 2 van de mededeeling over den waterstofdampcryostaat, dit Zittingsverslag.

[2]) Zie b.v. P. G. Cath en H. Kamerlingh Onnes, Zittingversl. Juni en Sept. 1917, Comm. N°. 152*a* en P. G. Cath, Proefschrift. Leiden 1917, teekening op pg. 101.

[3]) F. Henning. Die Grundlagen, Methoden und Ergebnisse der Temperaturmessung (1915) p. 46 en 47.

bakje met aluinoplossing gaf geenerlei stoornis; bij helder weer werd ook wel diffuus daglicht gebruikt.

De eerste zes meetdagen werden nu besteed aan het bestudeeren van éénzelfde temperatuur, n.l. 243°.10, ten einde zooveel mogelijk routine en ervaring op te doen, zoowel in het behandelen van den cryostaat, (die zoo principieel van onze gewone vloeistofbaden afwijkt), als in het instellen van het evenwicht en het verrichten der aflezingen. Wij besteedden bovenal groote zorg aan de controle van het evenwicht tusschen damp en vloeistof. Dat er evenwicht is blijkt hieruit, dat niet alleen de waterstofmeniscus in den dilatometer, maar ook het kwik in de steel van de persbus, na dikwijls lang wachten, op volkomen constante hoogte blijft staan. Driemaal werd de vloeistofdichtheid bepaald en eveneens driemaal de dampdichtheid, terwijl bovendien een aantal dampspanningsbepalingen onder verschillende omstandigheden (meniscus in appendix, bol of steel) werden verricht.

Bij de discussie der dichtheidsbepalingen zal blijken, dat zich in een bepaald gedeelte van het temperatuurgebied omstandigheden voordoen, die op de dampdichtheidsbepalingen van invloed zijn en die nog nader onderzocht dienen te worden.

Voor de berekening der proeven is een nauwkeurige kennis van den druk in den dilatometer een vereischte en hiertoe werden (zooals reeds vermeld is) gedurende de metingen een groot aantal drukbepalingen verricht, die dus betrekking hebben op een vloeistofmeniscus, nu eens in den appendix, dan weer in den steel, terwijl bovendien een aantal drukbepalingen gedaan werden met den waterstof-meniscus midden in den bol van den dilatometer, in welk laatste geval beter op een goed evenwicht tusschen vloeistof en damp gerekend kon worden. Tevens moesten de metingen met den meniscus in appendix en steel, dus met weinig en veel vloeistof en beneden en boven in den cryostaat dienen om een oordeel te vormen over eventueele afwijkingen van de temperatuur boven en beneden in den cryostaat; de zuiverheid van den waterstof toch mocht als vaststaand aangenomen worden. „Dampspanningsbepalingen" willen wij deze drukmetingen liever niet noemen, aangezien bij geheel naar den eisch uitgevoerde dampspanningsbepalingen roeren absoluut noodzakelijk is. Wij stellen ons echter voor in denzelfden cryostaat binnenkort dampspanningen van waterstof te bepalen in een piezometer met een electromagnetisch bewogen roerder.

Het resultaat van onze drukmetingen is nu als volgt: de bolmetingen laten zich goed door een vloeiende kromme vereenigen, deze kromme zal, naar het ons voorkomt, niet belangrijk van de

werkelijke dampspanningskromme afwijken; de appendix-waarnemingen zijn iets minder regelmatig maar vertoonen geen systematische afwijkingen van de vorige; de steel-waarnemingen geven echter systematisch bij dezelfde temperaturen iets hoogere waarden te zien.

Wij hebben hieruit te besluiten, dat de temperatuur boven in den cryostaat iets hooger moet geweest zijn, dan middenin en beneden. Wij zullen dit besluit binnenkort door afzonderlijke proeven in den cryostaat nader controleeren. Maar al blijkt er een klein verschil van temperatuur onder en boven te bestaan, dan veroorzaakt dit toch in onze dichtheidsbepalingen slechts een zeer geringe onnauwkeurigheid. Het midden van de weerstandsthermometers, die parallel aan den dilatometer gemonteerd waren, bevond zich ongeveer ter hoogte van het midden van den dilatometer, zoodat de temperatuur, die de thermometers aangaven, vrijwel gelijk is aan de gemiddelde temperatuur van den dilatometer, en dit is de essentieele grootheid.

Bij het reduceeren der schadelijke volumina zijn natuurlijk de direct gemeten drukkingen zonder eenige correctie gebruikt.

Vermeld zij ten slotte nog, dat voor de geheele serie metingen niet minder dan ± 170 L. vloeibare waterstof en 400 L. vloeibare lucht noodig zijn geweest.

§ 4. *De berekeningen.* Voor deze kunnen wij wederom in vele opzichten verwijzen naar de vorige mededeelingen. Het reduceeren van de gasvolumina in de schadelijke ruimten op lage temperatuur tot hunne waarde in normalen toestand leverde geen bezwaar op, aangezien het gedrag van waterstof bij de temperaturen en drukkingen die gebruikt werden, nauwkeurig bekend is.[1]) Een groot gemak leverde het op, dat de bepalingen verwerkt zijn in de speciale gereduceerde toestandsvergelijking van waterstof VII. H_2.3.[2]); door gebruik te maken van de coëfficiënten van deze vergelijking konden de noodige reducties met groote zekerheid worden uitgevoerd.

De inhouden der waterstof-menisci werden berekend met gebruikmaking van vroegere metingen uit het Leidsche Natuurkundige Laboratorium betreffende de capillaire constanten van waterstof[3]). Voor de wijze waarop deze berekeningen uitgevoerd werden, verwijzen wij in de eerste plaats naar onze verhandeling over den diameter van argon.

---

[1]) H. Kamerlingh Onnes en C. Braak, Zittingsversl. Dec. 1906, Juni 1907, Nov. 1907, Comm. N°. 97*a*, 99*a*, 100*a*.

[2]) Medegedeeld door J. P. Dalton, Zittingsversl. Maart 1909, Comm. N°. 109*a*.

[3]) H. Kamerlingh Onnes en H. A. Kuypers, Zittingsversl. Juni 1914, Comm. N°. 142*d*.

Voor de dichtheid van waterstof onder normale omstandigheden, dus het gewicht van 1 L. waterstof bij 0° en 1 atmospheer hebben wij aangenomen de waarde van MORLEY[1]), n.l. 0.089873, aangezien het ons voorkwam, dat deze waarde het meeste vertrouwen verdiende.

Wat de nauwkeurigheid onzer metingen betreft valt op te merken, dat met de aflezing van $^1/_{10}$ m.m. op den steel van den dilatometer het vloeistofvolume bepaald werd met een nauwkeurigheid van ongeveer $^1/_{3000}$; met deze nauwkeurigheid komt overeen $^1/_{100}°$ in de temperatuur, en tot op dit bedrag kon de temperatuur in den cryostaat onder gunstige omstandigheden gedurende langen tijd constant gehouden worden. De nauwkeurigheid van de metingen in den voluminometer kon zonder moeite veel hooger opgevoerd worden. Wanneer men de bijzonder gunstige omstandigheden, waaronder onze bepalingen geschiedden, in aanmerking neemt, meenen wij de nauwkeurigheid van onze uitkomsten voor de vloeistofdichtheden op $^1/_{2000}$ te mogen stellen. Wat de dampdichtheden betreft, daarover is moeilijk te oordeelen, daar er nog niet-opgehelderde afwijkingen over blijven.

§ 5. *Uitkomsten.*

De uitkomsten zijn graphisch voorgesteld in fig. 1 en samengevat in de volgende tabel. Volledigheidshalve zijn zoowel in de teekening als in de tabel ook opgenomen de vroegere Leidsche metingen van de vloeistofdichtheden van waterstof tusschen het kookpunt en het tripelpunt, en de daarbij behoorende berekende dampdichtheden. Deze waarden zijn ook in de berekening van den diameter verwerkt.

Uit deze waarden van y (W) werd de vergelijking van den diameter berekend volgens de methode der kleinste quadraten, waarbij echter de eerste 3 waarden, (het dichtst bij het kritische punt) buiten beschouwing gelaten werden omdat deze punten eene eenigszins belangrijke afwijking van de rechte lijn te zien gaven, zooals uit eene voorloopige graphische voorstelling reeds gebleken was. Op deze wijze komt het rechtlijnige karakter van den diameter tot zijn recht en krijgt men eene rationeeler berekening van de kritische dichtheid.

Schrijft men de vergelijking van den diameter in den vorm

$$y = a + bt,$$

dan worden de coëfficienten:

$$a = -0{,}063510$$
$$b = -0{,}000\,39402.$$

[1]) E. W. MORLEY, Zeitschr. f. phys. Chemie 20 (1896), pg. 68, 242, 417, en Smithsonian Contr. to knowledge 1895.

De 6de, 7de en 8ste kolom van de tabel hebben betrekking op deze berekening; $y(R)$ zijn de berekende waarden van y, $W-R$ de afwijkingen, absotuut en in % van $y(R)$.

	θ	T	$\varrho_{Tliq.}$	$\varrho_{Tvap.}$	$y(W)$	$y(R)$	$W-R$ abs.	$W-R$ in %
Mathias, Crommelin en Kamerlingh Onnes, Comm. No. 154b.	−240°.57	32°.52	0.04316	0.01922	0.03119	0.03128	−0.00009	−0.29
	241.83	31.26	5001	1366	3184	3178	+ 6	+ 19
	243.03	30.06	5402	1081	3241	3225	+ 16	+ 49
	244.30	28.79	5740	806	3273	3275	− 2	− 6
	245.73	27.36	6050	613	3332	3331	+ 1	+ 3
	247.79	25.30	6416	405	3411	3412	− 1	− 3
	249.89	23.20	6724	264	3494	3495	− 1	− 3
Kamerlingh Onnes en Crommelin, Comm. No. 137a.	−252.68	20.41	0.07081	0.00135	0.03608	3605	+ 3	+ 8
	253.24	19.85	7137	116	3627	3627	0	0
	253.76	19.33	7192	101	3647	3648	− 1	− 3
	255.19	17.90	7344	64	3704	3704	0	0
	255.99	17.10	7421	49	3736	3735	+ 1	+ 3
	256.75	16.34	7494	38	3766	3765	+ 1	+ 3
	257.23	15.86	7538	31	3784	3784	0	0
	258.27	14.82	7631	20	3826	3825	+ 1	+ 3

θ = de temperatuur op de Kelvin-schaal in graden Celsius.

$\varrho_{Tliq.}$ en $\varrho_{Tvap.}$ zijn de dichtheden resp. van vloeistof en verzadigden damp in grammen pro cm³.

$y(w)$ is de waargenomen ordemaat van den diameter (dus het rekenkundig gemiddelde der beide vorige kolommen).

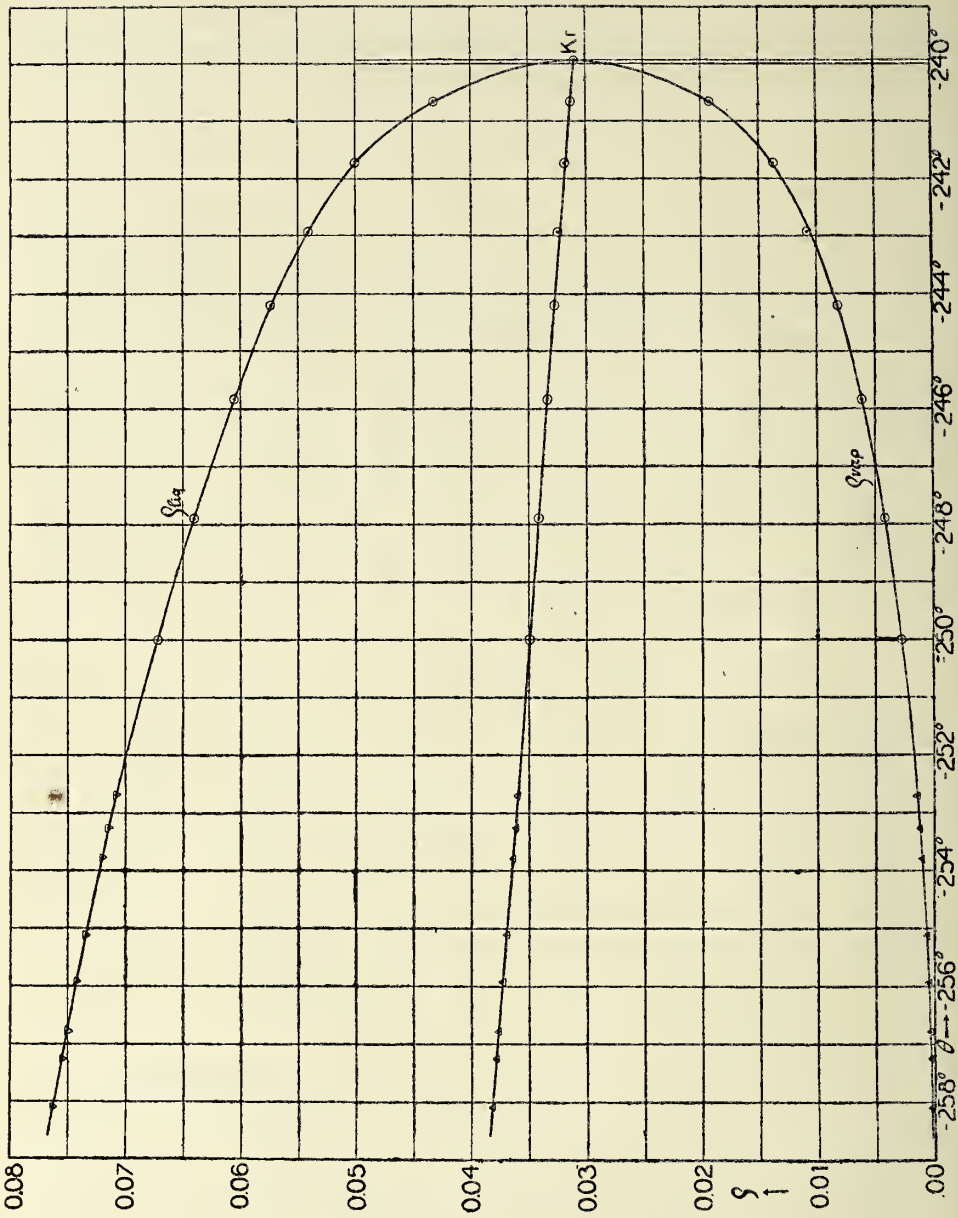


Fig. 1.

§ 6. *Discussie.*

Uit de laatste kolom ziet men, dat de afwijkingen van de rechtlijnigheid meestal klein zijn, minder dan $^1/_{1000}$, behalve in de buurt van het kritische punt, waar de grootste afwijking bijna $^1/_{200}$ bedraagt. De experimenteele diameter vormt daar wat men zou kunnen noemen een „heuveltje". Een dergelijk heuveltje is vroeger ook, hoewel zeer weinig geprononceerd bij argon gevonden, zeer sterk geprononceerd

daarentegen bij stikstof. Bij deze laatste stof bedroeg de grootste afwijking bijna $^1/_{50}$. Deze afwijking verraste ons toen door hare grootte en wekte de verdenking op, dat zij misschien te wijten was aan de een of andere onregelmatigheid, in de wijze van waarnemen of van berekenen. Nu wij echter een heuveltje van volkomen hetzelfde karakter (hoewel maar 4 maal zoo laag) bij waterstof hebben waargenomen, meenen wij te mogen besluiten, dat het bestaan van zoo'n heuveltje misschien aan een nog niet opgehelderde systematische fout zou kunnen te wijten zijn, waardoor op een of andere wijze (condensatie tegen den wand?) niet de juiste dampdichtheid wordt waargenomen.

De *helling van den diameter* wordt aangegeven door den coëfficiënt:

$$b = -0{,}000\,39402$$

de kleinste waarde, die tot dusver bij eenige stof gevonden is.

Voor de uit den diameter afgeleide *kritische dichtheid* vindt men, wanneer men voor de kritische temperatuur de waarde —239°.91 [1]) gebruikt:

$$\varrho_{kd} = 0{,}03102$$

in volkomen overeenstemming met onze vroegere voorloopige berekening n.l. 0.0310.

Eene vergelijking van deze waarden met de waarde van de uit de isothermen afgeleide kritische dichtheid, die men zou kunnen berekenen uit de vergelijking:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_{v.k.} = \left(\frac{dp}{dT}\right)_{coëx.k.}$$

(zooals die voor argon uitgevoerd is) kon bij waterstof niet worden verricht, omdat er geen isothermen in de buurt van het kritische punt beschikbaar zijn.

De *kritische coëfficiënt* is

$$K_{4d} = \frac{p_k v_k}{RT_k} = 3.276$$

de kleinste waarde, die bij eenige stof gevonden is.

Om de vergelijking met andere stoffen met eenvoudige moleculaire structuur te vergemakkelijken geven wij ten slotte nog een tabel van de verschillende thans nauwkeurig bekende waarden van de kritische dichtheid, de hellings-constante van den diameter en den kritischen coëfficient van die stoffen.

De getallen betreffende xenon zijn afkomstig van de metingen van

[1]) Comm. N°. 151c.

PATTERSON, CRIPPS en GRAY [1]), die betreffende de overige gassen van de reeds geciteerde Leidsche metingen.

	θ_k	ϱ_{kd}	b	K_{4d}
X	+ 16.6	1.155	0.003055	3.607
O_2	—118.82	0.4299	2265	3.419
Ar	—122.44	0.5308	2623[5]	3.424
N_2	—147.13	0.3110	1958	3.421
H_2	—239.91	0.03102	03940	3.276

De verkregen gegevens, gecombineerd met de dampspanningen van waterstof, maken het mogelijk de verdampingswarmte L en de grootheid:

$$\frac{d}{d\,log\,T}\left(\frac{L}{T}\right)=\frac{dL}{dT}-\frac{L}{T}=m'-m$$

(m' en m zijn de specifieke warmten van den verzadigden damp en de vloeistof) te berekenen.

In eene volgende verhandeling zullen wij de uitkomsten van deze berekeningen niet alleen voor waterstof, maar ook voor zuurstof, stikstof en argon mededeelen.

Het in deze verhandeling beschreven onderzoek is verricht met steun van een door de Académie des Sciences te Parijs verleend subsidie uit het fonds Bonaparte. Voor dit subsidie betuigen wij onze groote erkentelijkheid.

Gaarne zeggen wij onzen hartelijken dank aan allen, die ons bij het verrichten van deze metingen terzijde hebben gestaan, in de eerste plaats aan den heer F. M. PENNING, die de geheele temperatuurregeling en meting benevens de calibratie van de weerstandsthermometers voor zijn rekening had genomen en die tevens alle berekeningen daarop betrekking hebbende heeft uitgevoerd, dan aan Mej. H. VAN DER HORST, die haar hulp verleend heeft bij de temperatuurmeting en die de helium-thermometerwaarnemingen voor een groot deel heeft uitgevoerd en berekend en ten slotte aan de Heeren G. J. FLIM, bedrijfschef van het cryogeen laboratorium, L. en A. OUWERKERK, amanuenses 1ste klasse, bij wie de lang niet eenvoudige bediening van den dampcryostaat in bekwame handen was.

[1]) H. S. PATTERSON, R. S. CRIPPS en R. W. GRAY, Proc. R. S. 86 (1912) pg. 579.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan Mededeeling N°. 154*c* uit het Natuurkundig Laboratorium te Leiden: H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN: „*Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen* — 217° C. *en* — 253° C."

§ 1. *Inleiding.* In eene vorige mededeeling is door een van ons een waterstofdampcryostaat voor de temperaturen tusschen het smeltpunt van zuurstof en het kookpunt van waterstof beschreven [1]). Bij gelegenheid van de voorloopige bepalingen van de kritische punten van neon [2]) en van waterstof [3]), die in dezen cryostaat verricht werden, konden wij er ons van overtuigen, dat deze toestel in beginsel goed werkte maar tevens leerden wij daarbij naast de desiderata eenige gebreken kennen. Toen dus de wijziging noodig werd waarop van den aanvang af gerekend was en die het mogelijk zou maken, op in den cryostaat geplaatste toestellen aflezingen te doen, besloten wij om met de hulp van den Heer FLIM, bedrijfschef van het cryogeen laboratorium, de constructie in alle onderdeelen te herzien en liever dan de oorspronkelijk ontworpen wijzigingen uit te voeren een nieuwen toestel van iets grootere afmetingen te doen construeeren. Deze nieuwe toestel, die bij verscheidene bepalingen slechts zeer weinig te wenschen heeft overgelaten en waarvan men dan ook kan zeggen, dat hij nu wel tot zijn definitieven vorm genaderd is, zal in deze verhandeling beschreven worden.

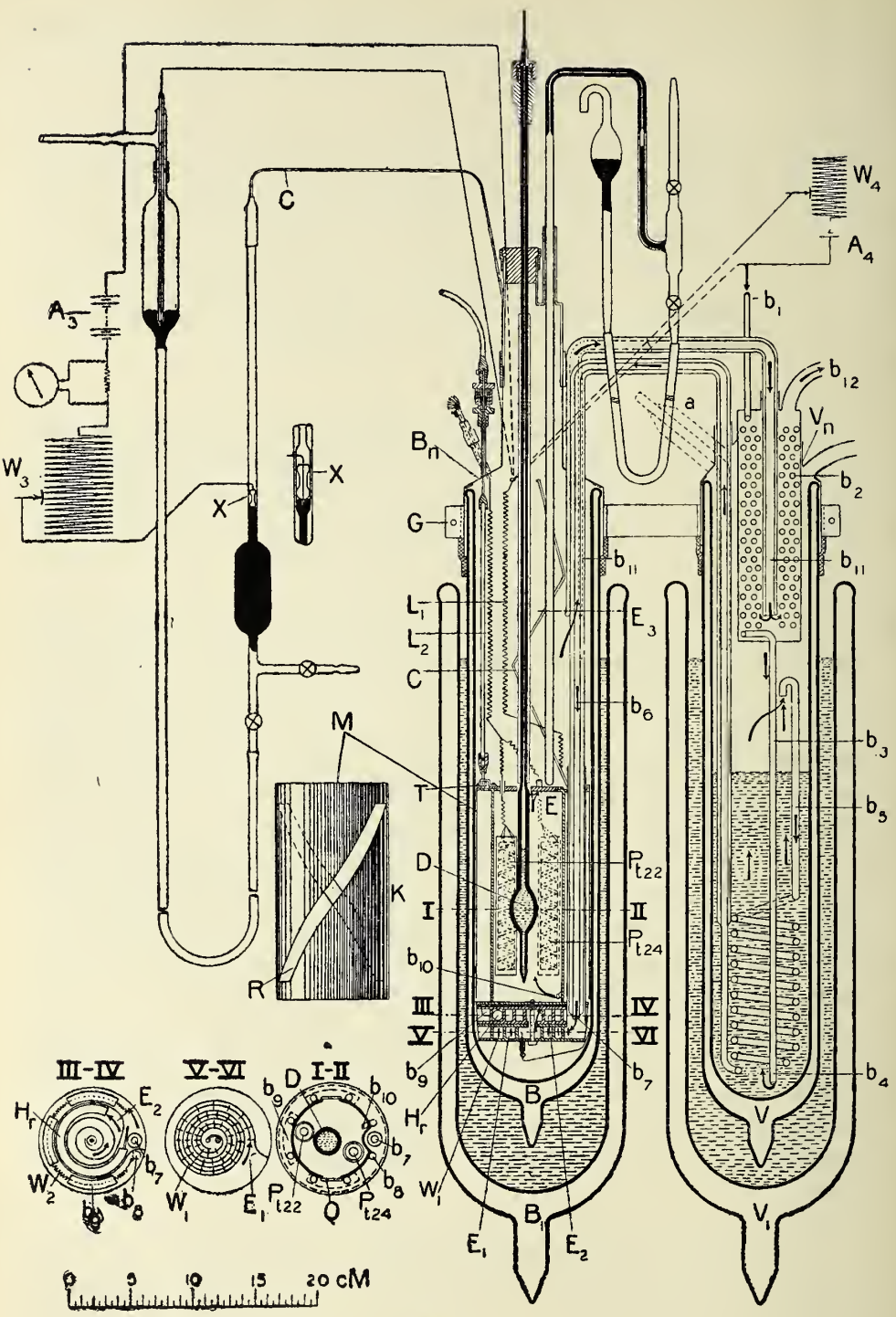
Op figuur 1 is de toestel afgebeeld, gedeeltelijk in doorsnede, gedeeltelijk in aanzicht, zooals gemakkelijk uit de verschillende détails blijkt. Bovendien zijn er bij gegeven 3 doorsneden op verschillende hoogten, een aanzicht van den draaibaren trommel en schematisch de electrische schakelingen. Wij komen hierop nader terug.

---

[1]) H. KAMERLINGH ONNES, Zittingsversl. Febr. 1917, Comm. N°. 151*a*.

[2]) H. KAMERLINGH ONNES, C. A. CROMMELIN en P. G. CATH, Zittingsversl. Febr. 1917, Comm. N°. 151*b*.

[3]) H. KAMERLINGH ONNES, C. A. CROMMELIN en P. G. CATH, Zittingsversl. Mei 1917, Comm. N°. 151*c*.



C
A3
W3
X
X
Bn
G
L1
L2
C
M
T
E
D
K
R
I
II
III
IV
V
VI
b10
b9
b7
Hr
B
W1
E1
B1
E2
W4
A4
b1
b12
a
Vn
b2
b11
b11
E3
b6
b3
b5
Pt22
Pt24
b4
V
V1
III-IV
V-VI
I-II
Hr
E2
W2
b7
b8
W1
E1
D
b9
b10
b7
b8
Pt22
Q
Pt24
0 5 10 15 20 cM

Fig. 1.

§ 2. *Beschrijving van den cryostaat.* [1])

De cryostaat bestaat uit twee vacuumglazen, een evaporatorglas V en een cryostaatglas B, beide omhuld door vacuumglazen met vloeibare lucht, V_1 en B_1, en gesloten door middel van nieuw-zilveren deksels of kappen V_N en B_N.

Het beginsel van den toestel berust hierop, dat de experimenteerruimte E op een constante temperatuur gehouden wordt door een stroom gasvormige waterstof, waarvan de temperatuur door automatische regeling van den electrischen stroom door een strookdraad op een bepaalde waarde gehouden wordt.

Wij zullen nu den weg nagaan, dien de gasvormige waterstof door den toestel neemt en die door pijlen is aangegeven. Bij b_1 treedt de waterstof onder geringen overdruk in. Voor de wijze waarop deze gasstroom constant gehouden of geregeld wordt, verwijzen wij naar fig. 6 van de vorige verhandeling. Het gas passeert nu de koperen spiraal b_2, gekoeld (zooals later zal blijken) door de afgewerkte waterstof en de buis b_3 (van nieuw-zilver, teneinde de warmtetoevoer naar de vloeibare waterstof gering te maken) om aan het einde daarvan bij b_4 te ontsnappen en in bellen door de vloeibare waterstof, die den evaporator vult, naar boven te stijgen.

Hierdoor wordt nu een vrij sterke en regelbare verdamping van de vloeibare waterstof verkregen; deze waterstofdamp treedt in buis b_5, die zich spiraalsgewijs tot onder in de vloeibare waterstof voortzet, en vervolgens in de vacuum buis b_6, die het op ongeveer — 253° afgekoelde gas bij b_7 onder in het cryostaatglas brengt. Hier treedt het gas in de spiraalvormige verwarmingsruimte E_1, (zie ook de doorsnede V—VI) en strijkt langs een stookdraad W_1, die door middel van een automatisch geregelden stroom het gas tot ongeveer de verlangde temperatuur verwarmt. De ruimte E_1 staat in zijn centrum door een opening in verbinding met eene daarboven gelegen ruimte E_2. Door deze opening stroomt de waterstof en strijkt nu in E_2 eerst langs het koperen thermometerreservoir H_r (dat voor de temperatuur-regeling zorgt — wij komen hierop nader terug) en vervolgens langs den weerstand W_2, om ten slotte door b_8 op te stijgen en zijn weg te nemen door een 4 maal op en neer gaande dikwandige koperen buis, waarvan men de horizontale stukken in doorsnede III—IV ziet, nl. b_9 en waarvan de verticale stukken gesoldeerd zijn buiten tegen den zeer dikken

[1]) Wij verwijzen hiervoor tevens naar Comm. N°. 151*a* waar veel constructieve details vermeld en eene uiteenzetting van het beginsel gegeven worden, doch hebben deze beschrijving toch zoo ingericht, dat zij ook afzonderlijk gelezen en begrepen kan worden.

koperen mantel (ter bevordering van eene gelijkmatige temperatuur) van de experimenteerruimte E; deze heen- en weer-gang dient er voor, om den koperen mantel de verlangde temperatuur mede te deelen. Eindelijk treedt nu het gas door b_{10} onder in de proefruimte E waarin zich de meetinstrumenten (op de teekening een dilatometer D en twee platina-weerstandthermometers Pt_{23} en Pt_{24} gebruikt voor de bepalingen van den diameter van waterstof[1])) bevinden, doorstroomt deze en treedt door eenige openingen in den deksel van E in de daarboven gelegen ruimte E_3, wordt daarna door de vacuum buis b_{11} gevoerd naar de ruimte om de spiraal b_2, koelt deze vóór, om eindelijk door b_{13} naar een gashouder weg te stroomen.

De *half-automatische temperatuurregeling* is in beginsel zeer eenvoudig. Het gas wordt tot de verlangde temperatuur verwarmd door den weerstand W_1; de stroom hiervoor wordt geleverd door de accumulatoren A_3 (36 volt) en geregeld door den regelweerstand W_3. De boven reeds genoemde gasthermometer H_7, door middel van de capillair C met den manometer verbonden, zorgt voor de automatische in- en uitschakeling van den stroom, zooals gemakkelijk uit de figuur na te gaan is. Zoolang de temperatuur te laag is, wordt (bij behoorlijke instelling van den manometer) bij X contact gemaakt; stijgt de temperatuur echter boven de verlangde waarde, dan wordt het contact verbroken. Wanneer de cryostaat in werking en alles goed geregeld is, werkt deze automaat natuurlijk voortdurend en wordt de stroom met regelmatige intervallen (b.v. 10 of 20 seconden) geopend en gesloten.

Toen deze automatische regeling beproefd werd bleek het echter uit de aanwijzingen van de platina-weerstandsthermometers, dat er ten gevolge van een zekere traagheid in de werking van de automaat nog kleine temperatuurschommelingen van 0°,02 à 0°,03 in de experimenteerruimte overbleven. Voor eene nòg fijnere regeling is toen de weerstand W_3 in de ruimte E_3 aangebracht.

De stroom door dezen kleinen weerstand, die door één accumulator A_4 wordt geleverd, wordt met de hand geregeld door den waarnemer aan den galvanometer, door middel van den regelweerstand W_4. Deze waarnemer ziet n.l. aan de uitslagen van den galvanometer de kleine temperatuurschommelingen veel eerder, dan de automaat er op kan reageeren en is dan in staat om door regeling van W_4 onmiddellijk de temperatuur weer op de verlangde waarde terug te brengen. Op deze wijze gelukt het de temperatuur somtijds gedurende uren op minder dan 0°.01 constant te houden.

[1]) E. Mathias, C. A. Crommelin en H. Kamerlingh Onnes, dit Zittingsverslag, Comm. N°. 154*b*.

Zooals men op de figuur ziet, zijn de verbindingsdraden der verschillende weerstanden geheel schematisch weergegeven. Zoo stelt L_1 voor de 4 draden van de automaat en van den regelweerstand W_4, L_2 de acht draden van de beide platina weerstandsthermometers Pt_{23} en Pt_{24}.

Een van de groote desiderata, die de vorige, meer eenvoudige cryostaat liet bestaan, was om in de ruimte E ook verschijnselen visueel te kunnen waarnemen. De openingen, die hiervoor oorspronkelijk in den koperen mantel waren gemaakt, waren later zekerheidshalve weder met koperen plaatjes dichtgeschroefd om temperatuur-schommelingen tengevolge van het aanwezig zijn dier openingen en van de geringe warmtecapaciteit van de gasvormige waterstof te vermijden. In dit opzicht eischt deze dampcryostaat natuurlijk veel meer voorzorgen dan een gewone vloeistofcryostaat en bij de eerste proeven werd dus elke, toen noodelooze, complicatie vermeden. Aan het bezwaar, dat toen (zooals later bleek terecht) gevreesd werd, is bij het nu beschreven model tegemoet gekomen door den koperen mantel te voorzien van 2 diametraal gelegen smalle glazen vensters en rondom den mantel een tweede nieuwzilveren mantel M aan te brengen (ook in aanzicht afgebeeld). Uit deze zijn 2 schroefvormige reepen gesneden. Het veld K biedt dus gelegenheid tot verlichting van achteren en tot waarneming van voren.

Draait men de trommel M nu (hetgeen door middel van de glazen staaf G en het tandraadje T, dat in een uitwendig rondsel boven in de trommel grijpt, kan geschieden), dan beweegt het veld K zich in verticale richting. Een centraal in de ruimte E opgestelde experimenteerbuis kan men dus achtereenvolgens van onder tot boven waarnemen. De weerstandsthermometers, die men niet behoeft te kunnen zien, kunnen dan excentrisch gemonteerd worden.

Op deze wijze is de opening voor visueele waarneming, die tot temperatuurschommelingen tengevolge van straling aanleiding zou kunnen geven, tot een minimum gereduceerd, terwijl bovendien na eene waarneming de trommel dadelijk weer dichtgedraaid kan worden.

Wij hebben stelselmatig nagegaan of deze opening werkelijk nog temperatuurschommelingen kan veroorzaken en daartoe hebben wij verschillende lichtbronnen b.v. een metaaldraadlamp met of zonder aluinfilter, diffuus daglicht e.a. gebruikt. Een metaaldraadlamp zonder stralen filter gaf onmiddellijk eene temperatuursverhooging van een paar honderdsten graad te zien. Werd echter een stralenfilter (aluinoplossing) tusschen de lamp en den cryostaat geplaatst, dan konden bij voorzichtig gebruik geen temperatuursverhoogingen van 0°.01 meer geconstateerd worden.

In de verzilvering van de glazen B en B_1 is natuurlijk ook een smalle spleet uitgespaard en eveneens in de verzilvering van het glas V_1 om het verdampen van de vloeibare waterstof te kunnen volgen. Het glas V is voor 't grootste deel onverzilverd.

Deze glazen, waarvan vooral de buitenste door hunne groote

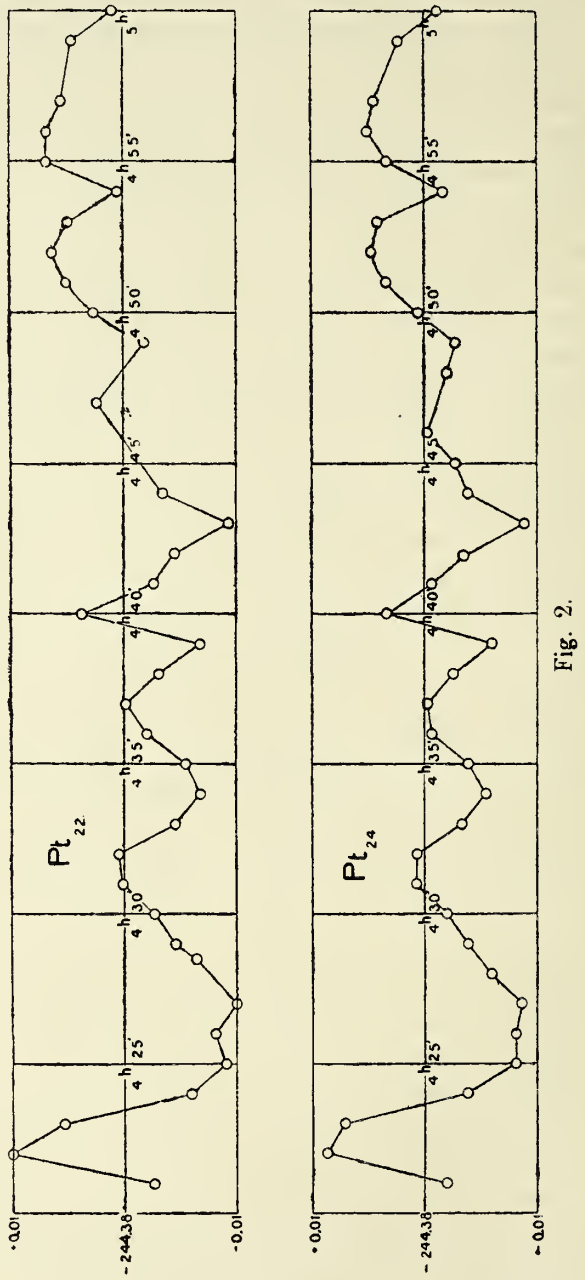


Fig. 2.

afmetingen zeer moeilijk te vervaardigen zijn, danken wij aan de

buitengewone kunstvaardigheid van den chefglasblazer, den Heer O. KESSELRING. Het komt ons voor, dat bij de grootste glazen wellhaast de grens bereikt is van wat men bij cylindervormige glazen bereiken kan. Zij moeten uiterst zorgvuldig behandeld en vooral langzaam, minstens gedurende een half uur voorgekoeld worden, voordat men er vloeibare lucht in mag schenken. Toch is het nog herhaaldelijk voorgekomen, dat, vooral bij het bijschenken van vloeibare lucht in de nauwe tusschenruimte, zulk een glas gesprongen is.

In den beginne vreesden wij, dat de zeer lage temperaturen, niet ver van het kookpunt van waterstof, moeilijkheden zouden opleveren en misschien in het geheel niet te realiseeren zouden zijn [1]). Deze vrees bleek ongegrond. Temperaturen van — 250° en — 251° leveren in 't geheel geen moeilijkheden op.

Wij vermeldden hierboven reeds, dat de temperatuur in de proefruimte gedurende langen tijd tot op minder dan 0°.01 constant gehouden kan worden. Tot staving van deze bewering reproduceeren wij hier twee krommen geconstrueerd uit galvometeruitslagen van de beide thermometers Pt_{22} en Pt_{24}, die de afwijkingen van de temperatuur als functie van den tijd weergeven (fig. 2). Deze krommen hebben betrekking op eene waarneming bij — 244.38°. Er moet echter bij gezegd worden, dat de behandeling van den cryostaat verre van gemakkelijk en eenvoudig is. Het eischt heel wat routine en ervaring om den cryostaat zoo te bedienen, dat men de bovengenoemde standvastigheid van temperatuur bereikt, zoodat het zelfs ons ter zake zoo kundig technisch personeel niet dan na herhaalde vergeefsche pogingen thans is gelukt den toestel nauwkeurig naar zijne wenken te doen luisteren.

Veel zijn wij verschuldigd aan den Heer G. J. FLIM, bedrijfschef van het cryogeen laboratorium, onder wiens bekwame leiding het apparaat ontworpen en geconstrueerd is en vervolgens ook aan de Heeren L. en A. OUWERKERK, beiden amanuenses 1ste klasse, onder wier toezicht de toestel thans zoo voortreffelijk functioneert.

[1]) Zie Comm. N°. 151*a*, pg. 4, note 1.

Natuurkunde. — De Heer EHRENFEST biedt eene mededeeling aan van den Heer J. M. BURGERS: *„Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht."* II [1]).

(Mede aangeboden door den Heer KUENEN).

(Aangeboden in de vergadering van 18 December 1920).

§ 7. *Toepassing van een rekenmethode van* BOUSSINESQ.

De boven besproken limietstrooming van OSEEN verschilt in sterke mate van het beeld dat men zich gewoonlijk vormt van de strooming van een vloeistof bij verdwijnende wrijving. Haar meest typische bizonderheid is de diskontinuïteit van **v** langs een cilinder-oppervlak dat het lichaam omhult. De vorm van het diskontinuïteits-oppervlak wordt veroorzaakt door de wijze waarop de konvektie der werveling berekend is: de werveling gaat alleen met den translatiestroom U parallel aan de x-as mee, zoodat ze zich van af het dikste gedeelte van het lichaam langs een oneindig dunne cilindrische laag naar achteren uitstrekt (fig. 12). Brengt men echter de elementaire beschrijving van het ontstaan der strooming in herinnering (§ 3 [2]) dan moet men bij groote snelheid en kleine ν verwachten dat de dunne wervellaag aan het oppervlak van het lichaam door de strooming *langs dat oppervlak* naar achteren wordt gespoeld, dus naar het punt waar de oorspronkelijke stroom zich sluit, waarna ze verder getransporteerd wordt langs de as van de strooming achter het lichaam. Ze zal daar tennaastenbij beperkt zijn tot een smalle para-

[1]) In het Ie stuk is bij fig. 11 (blz. 844) opgegeven: straal van den bol 0,4 mm; dit moet zijn 0,2 mm.

[2]) Ook in het grensgeval van OSEEN is de aanvankelijke strooming, wanneer de beweging uit den toestand van rust begint, de *gewone potentiaalstroom.* Volgens Ann. d. Physik, l.c. p. 246/247, is de strooming overal buiten de ruimte door het lichaam doorloopen, een potentiaalstroom; de potentiaal φ is bepaald door: $\triangle \varphi = 0$; $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = U \cos(nx)$ aan de voorzijde; $\frac{\partial}{\partial n}\frac{\partial \varphi}{\partial t} = \frac{\partial U}{\partial t}\cos(nx)$ aan de achterzijde van het lichaam. Men heeft dus aan de achterzijde:

$$\lim_{\tau=0} \frac{\partial \varphi}{\partial n} = \int_0^{\tau} dt \, \frac{\partial U}{\partial t} \cos(nx) = U(\tau) \cos(nx).$$

Onmiddellijk na het in beweging brengen van het lichaam zal op den geheelen

boloïde om die as, en het geheele wervelgebied zal er ongeveer uitzien als geschetst is in fig. 15. In het grensgeval $R = \infty$ zal de wervellaag op het lichaam oneindig dun zijn, en zal de paraboloïde zich samentrekken tot de as (zie fig. 16). Daar de werveling van tegenover elkaar liggende gedeelten van den wand van het lichaam tegengesteld teeken heeft, zal ze in deze lijn snel verdwijnen. In het grensgeval $R = \infty$ krijgt men dus *overal buiten het lichaam een potentiaalstroom*, terwijl op den wand van het lichaam een oneindig dunne wervellaag zit[1]). De potentiaal φ der strooming is bepaald door de gewone voorwaarde:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial n} = V_n = U \cos(nx) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

voor de absolute strooming langs het geheele oppervlak van het lichaam.

Wil men een hieraan beantwoordend beeld krijgen van de verdeeling der werveling en toch evenals bij OSEEN's oplossing een *lineaire* vergelijking gebruiken, dan moet men vergelijking (4) vervangen door:

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} = \nu \Delta \mathbf{w} - (\mathbf{v}_0 \cdot \nabla)\, \mathbf{w} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

waar $\mathbf{v}_0$ een bekende strooming voorstelt, die op grooten afstand van het lichaam nadert tot den parallelstroom $\mathbf{U}$, maar in de onmiddellijke nabijheid van het lichaam den wand hiervan volgt.

Men kan bv. voor $\mathbf{v}_0$ den *gewonen potentiaalstroom* nemen. In dit geval gaat (20) over in een vergelijking die door BOUSSINESQ is toegepast voor de berekening van het transport van warmte door een stroomende vloeistof[2]). Het is duidelijk dat deze keuze van $\mathbf{v}_0$ evenmin als de methode van OSEEN de konvektie der werveling vlak langs den wand juist weergeeft: de konvektie-snelheid moet daar toch tot nul dalen, wat met de hier genomen waarde voor $\mathbf{v}_0$ niet het geval is.

BOUSSINESQ heeft aangetoond dat bij de stationaire tweedimensio-

---

wand $\frac{\partial \varphi}{\partial n} = U \cos(nx)$ zijn, zoodat φ de gewone potentiaal is; het gebied buiten de ruimte door het lichaam doorloopen is dan de geheele ruimte buiten het lichaam, waar overal $\mathbf{v} = \nabla \varphi$.

[1]) Misschien moet men de x-as achter het lichaam als een singuliere lijn in de strooming beschouwen.

[2]) J. BOUSSINESQ, Journa de Liouville (6) **1**, p. 285, 1905. Zie ook: A. RUSSELL, Phil. Mag. (6) **20**, p. 591, 1910, en L. V. KING, Phil. Trans. London A **214**, p. 373, 1914.

nale strooming vergelijking (20) een eenvoudigen vorm aanneemt, zoo men als koordinaten invoert de stroomfunktie en de potentiaal der strooming v_0 (hierbij wordt het relatieve stroomingsbeeld gebruikt). Stelt men met de notatie van BOUSSINESQ de stroomfunktie $= U\alpha$, de potentiaal $= U\beta$, dan gaat de vergelijking:

$$0 = \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right)-U\left(\frac{\partial\beta}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial\beta}{\partial y}\frac{\partial w}{\partial y}\right) \quad . \quad . \quad . \quad (20^*)$$

over in:

$$0 = \nu\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\right)-U\frac{\partial w}{\partial\beta},$$

of:

$$\underline{\frac{\partial w}{\partial\beta}=\frac{\nu}{U}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}+\frac{\partial^2 w}{\partial\beta^2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

De oplossing van deze vergelijking wordt bemoeilijkt doordat de randvoorwaarden in v en niet in w gegeven zijn. Eenvoudig wordt echter het grensgeval dat door BOUSSINESQ zelf is behandeld bij het probleem van het warmtetransport [1]): v/U is zeer klein (dit komt neer op R zeer groot), zoodat de werveling tot een dunne grenslaag beperkt is, en de afgeleide van een grootheid naar α (d.w.z. in de richting loodrecht op de grenslaag) veel grooter zal zijn dan de afgeleide naar β (langs de grenslaag).

Dan kan men aannemen:

$$\underline{\frac{\partial w}{\partial\beta}=\frac{\nu}{U}\frac{\partial^2 w}{\partial\alpha^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

en tevens:

$$w = -\frac{\partial v_s}{\partial\alpha}. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

waar v_s de (ware) stroomsnelheid in de grenslaag evenwijdig aan den wand is.

Met behulp van deze formules kan men de verdeeling der werveling en de strooming in de grenslaag berekenen, zoo men de snelheid buiten de grenslaag als bekend aanneemt. In overeenstemming met het bovenstaande zal men aannemen dat buiten de grenslaag de gewone potentiaalstroom heerscht.

Uit de berekening blijkt dat zoo deze strooming *vertraagd* is, in de grenslaag een *omkeeren van de stroomrichting* kan optreden, zoodat zich kringstroomen vormen aan de achterzijde van het

[1]) J. BOUSSINESQ, l.c. p. 295/296. — BOUSSINESQ behandelt ook het probleem voor een omwentelingslichaam (p. 305). KING heeft bij de berekening van het warmtetransport de volledige vergelijking (21) gebruikt (l.c.).

Fig. 15—18. Strooming teweeggebracht door een cilinder bij zeer groote waarde van R, volgens de methode van § 7 en § 10.

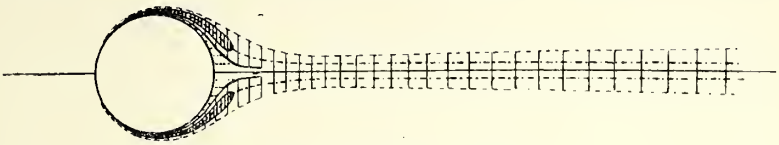


Fig. 15. Verdeeling der werveling.

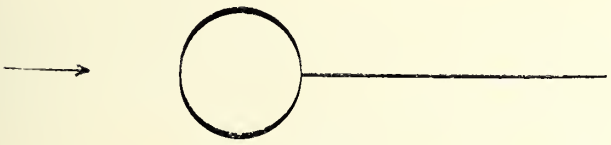


Fig. 16. Limiet van fig. 15 voor $R = \infty$.

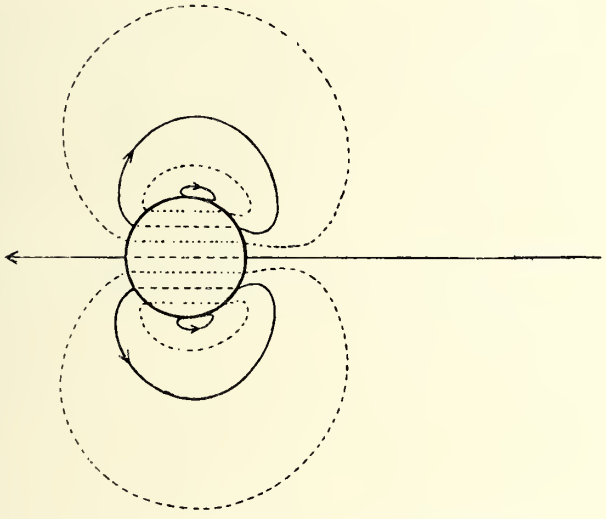


Fig. 17. Absolute strooming

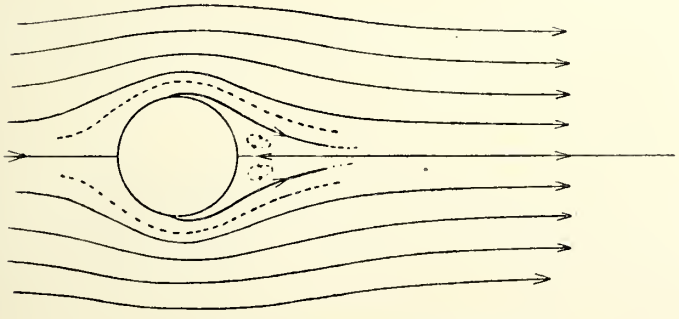


Fig. 18. Relatieve strooming.

lichaam, en de van de voorzijde afkomstige stroming op een zeker punt van den wand *loslaat*. De plaats van dit punt is afhankelijk van den vorm van het lichaam, maar niet van R. De dikte van de laag waarin deze stroomingen plaats hebben blijkt evenredig te zijn met $\sqrt{vd/U}$, waar d een afmeting van het lichaam is; de relatieve dikte is dus van de orde: $\frac{1}{d}\sqrt{\frac{vd}{U}} = \frac{1}{\sqrt{R}}$. In deze beide punten is er een qualitatieve overeenstemming met het resultaat van de exakte methode van PRANDTL; quantitatief is er verschil.

Voor de details der berekening wordt verwezen naar § 10 beneden. De verdeeling der werveling is schematisch aangegeven in de reeds genoemde figuur 15; fig. 17 geeft een schets van het absolute; figuur 18 van het relatieve stroomingsbeeld.

§ 8. *De methode van* PRANDTL.

De eenige rekenmethode welke vergelijking (4) niet langs kunstmatigen weg tot een lineaire vergelijking terugbrengt, maar direkt een oplossing van de *kwadratische vergelijking* zoekt, is die van PRANDTL en zijn medewerkers [1]). Een uitvoerige weergave van deze methode moet hier achterwege blijven; slechts zij het volgende opgemerkt:

a. De methode is uitgewerkt voor de tweedimensionale, en voor de axiaal-symmetrische driedimensionale stroming, bij groote waarde van R, zoodat de grenslaag dun is.

b. PRANDTL vereenvoudigt op grond van dit laatste de vergelijking van EULER tot:

$$\frac{\partial v_1}{\partial t} + v_1\frac{\partial v_1}{\partial x} + v_2\frac{\partial v_1}{\partial y} = -\frac{1}{\varrho}\frac{dp}{dx} + \nu\frac{\partial^2 v_1}{\partial y^2}. \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

waar de x-as evenwijdig aan den wand van het lichaam is genomen, en de y-as loodrecht daarop staat. De druk p is gegeven door den toestand buiten de grenslaag, en kan in deze laag als onafhankelijk van y behandeld worden. v_1 en v_2 zijn verbonden door de kontinuïteitsvergelijking.

Voor de werveling $w = -\frac{\partial v_1}{\partial y}$ geldt dus:

---

[1]) L. PRANDTL, Ueber Flüssigkeitsbewegung bei sehr kleiner Reibung, Verhandl. d. III. internat. Mathematiker-Kongresses, Heidelberg 1904, p. 484.

H. BLASIUS, Zeitschr. f. Math. u. Phys. **56**, p. 1, 1908 (dissert. Göttingen 1907) en ibidem **58**, p. 225, 1910.

E. BOLTZE, Dissert. Göttingen 1908.

K. HIEMENZ, Dinglers Polytechn. Journal **326**, p. 321, 1911.

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \nu \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} - \left(v_1 \frac{\partial w}{\partial x} + v_2 \frac{\partial w}{\partial y} \right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (25)$$

c. Uit de oplossingen der vergelijkingen (die grootendeels door numerieke benadering moeten worden verkregen) blijkt dat zoo de strooming buiten de grenslaag *vertraagd* is, in de grenslaag voorbij een zeker punt de *richting der strooming* omkeert, zoodat kringstroomen gevormd worden, en de van de voorzijde afkomstige strooming van den wand *loslaat*. De plaats van het „splitsingspunt" is onafhankelijk van R.

De afmetingen van de grenslaag in de y-richting zijn bij gegeven vorm van het lichaam evenredig met $\frac{1}{\sqrt{R}}$ maal de afmetingen van het lichaam.

Men vindt dus bij deze beide methoden (van § 7 en § 8) dat bij groote waarden van R van weerskanten van het lichaam (eventueel rondom het lichaam) een wervellaag loslaat en zich in de vloeistof begeeft, evenals OSEEN aangaf. Echter blijkt dat met toenemende waarden van R die laag niet alleen *scherper* wordt en dus nadert tot een diskontinuïteitslaag, maar dat ze zich tevens *dichter om het lichaam* legt, zoodat de potentiaalstroom er buiten een steeds grooter gebied inneemt en tenslotte moet naderen tot den gewonen potentiaalstroom [1]).

§ **9**. *Opmerking over de stroomingen bij gemiddelde waarden van R.*

Uit de berekening volgens de methodes van § 6—8 is gebleken dat bij groote waarden van R achter het lichaam een naar voren gerichte strooming ontstaat, tegen de oorspronkelijke stroomrichting in, wat zooals bekend is, in overeenstemming is met de experimenteele resultaten [2]). Bij de strooming voor $R \to 0$ doet dit zich niet voor [3]),

[1]) De beschouwde lichamen mogen geen scherpe randen hebben, zooals in § 1 is geëischt. Het bovenstaande zegt dus nog niets tegen HELMHOLTZ's diskontinue strooming langs een plaat met scherpe randen.

[2]) In het absolute stroomingsbeeld is de snelheid vlak achter het lichaam grooter dan U (de vloeistof „haalt het lichaam in"); de stroomlijnen moeten hier dus *dichter bijeen* liggen dan in den oorspronkelijken parallelstroom. — Wat de verdeeling der werveling betreft: aan de achterzijde van het lichaam is een laag „tegengestelde" werveling (zie boven, § 3, II).

[3]) Bij de volgende stroomingen: strooming van STOKES langs een bol; van OSEEN langs een bol en langs een cilinder; en van BURGESS langs een bol (zie citaten § 5) blijkt uit de door de auteurs opgegeven formules dat in het relatieve stroomingsbeeld in de as achter het lichaam v dezelfde richting heeft als de oorspronkelijke stroom U.

Fig. 19—21. Schets van de strooming teweeggebracht door een cilinder bij gemiddelde waarde van R.

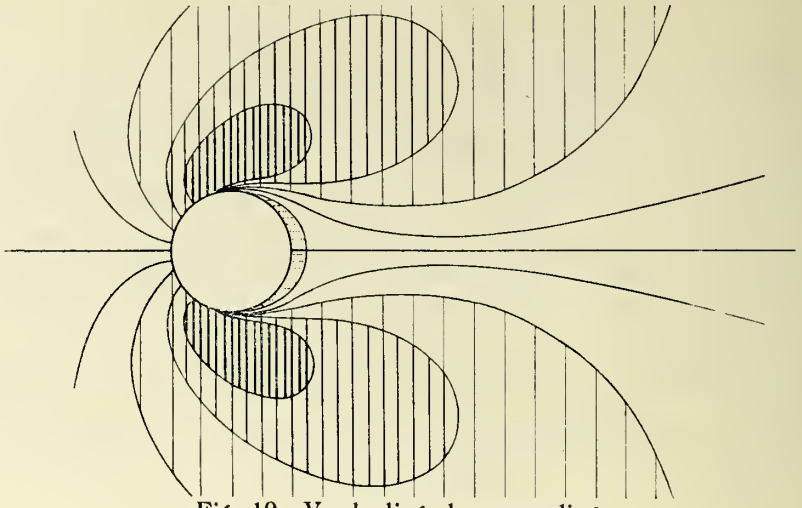


Fig. 19. Verdeeling der werveling.

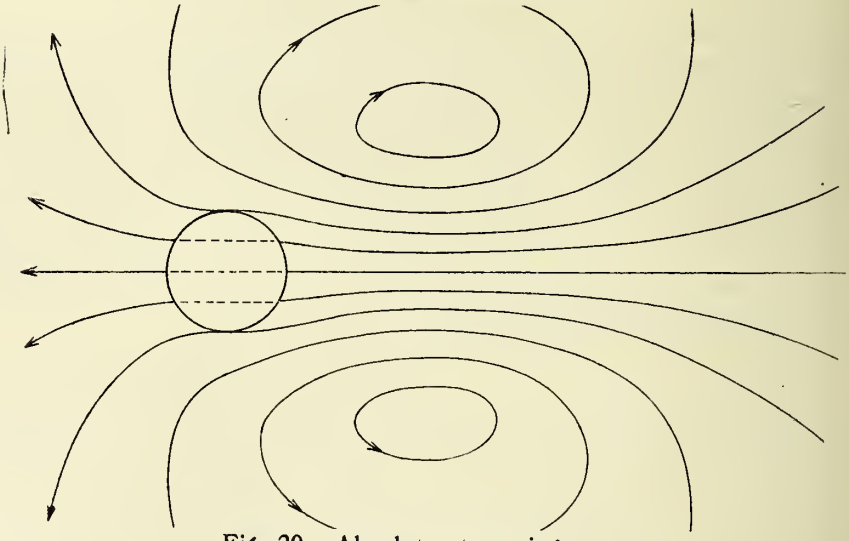


Fig. 20. Absolute strooming.

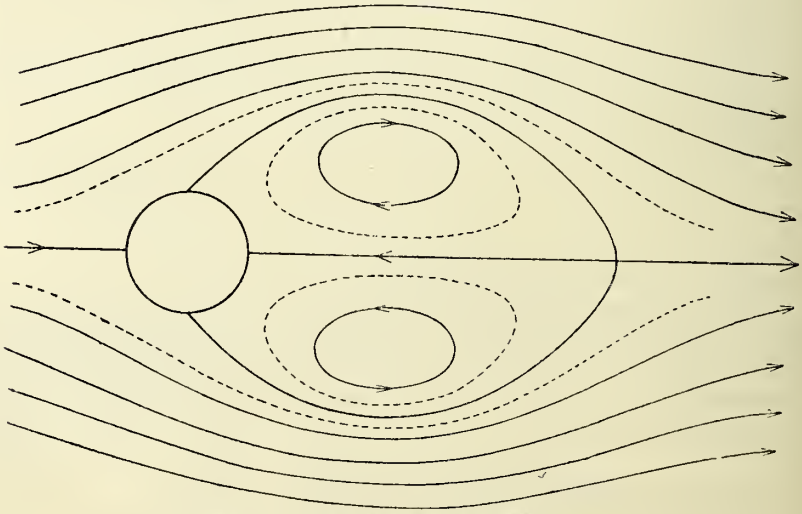


Fig. 21. Relatieve strooming.

Fig. 22—24. Schets van de strooming teweeggebracht door een cilinder bij gemiddelde waarde van R (doch hooger dan bij fig. 19—21).

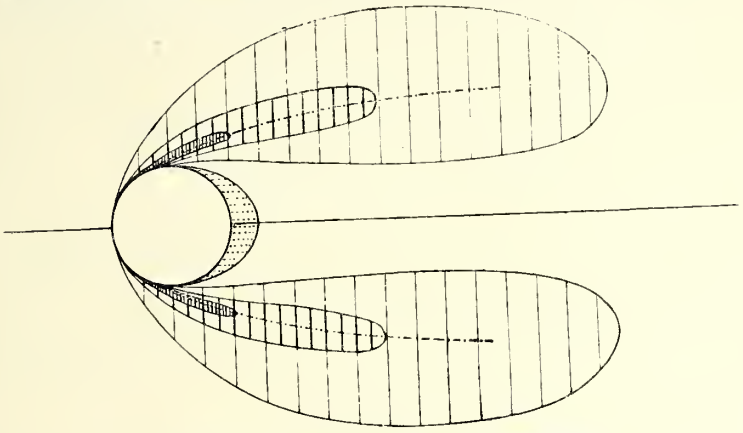


Fig. 22. Verdeeling der werveling.

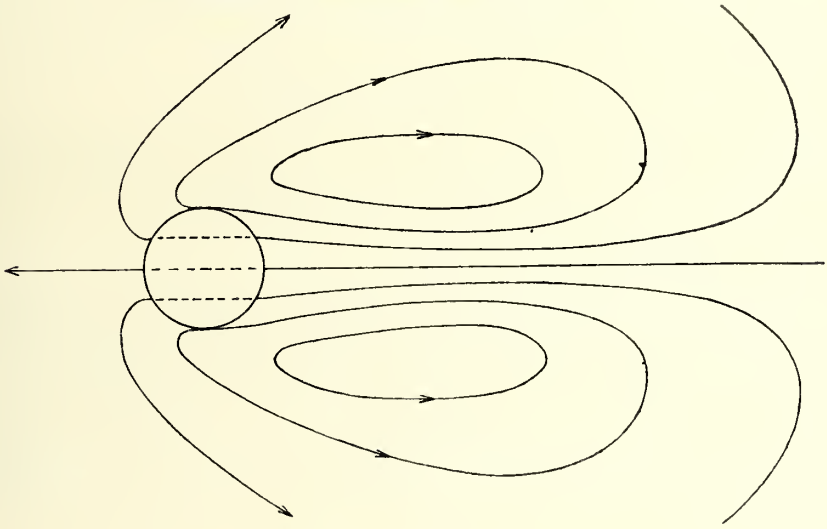


Fig. 23. Absolute strooming.

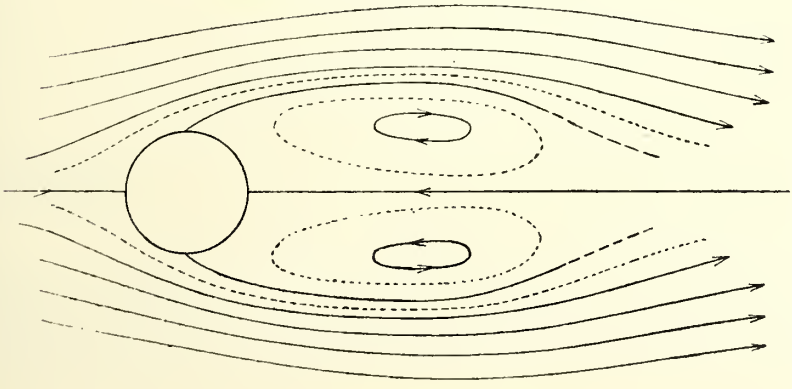


Fig. 24. Relatieve strooming.

zoodat de vraag rijst: wanneer treedt dit omkeeren van den stroom op; is het gebonden aan een bepaalde grootte van R? Verder: hoe is het gebied van de kringstroomen begrensd; is het eerst een dunne laag, die groeit met toenemende waarde van R om daarna weer af te nemen? Dat de lengte eindig is toont de overweging, dat de wrijving de snelheidsverschillen tenslotte geheel doet „oplossen", zoodat in de as de strooming weer de oorspronkelijke richting moet krijgen.

Een tweede kwestie is: in het absolute stroomingsbeeld zijn bij de stroomingen volgens Stokes en Oseen—Lamb de stroomlijnen niet gesloten, bij den gewonen potentiaalstroom (de limiet-stroom volgens § 7 en 8) zijn ze wel gesloten. Waar ligt de overgang tusschen beide vormen?

De figuren 19—24 zijn bedoeld als een mogelijke interpolatie tusschen de beschouwde grensgevallen (ze zijn geschetst voor het tweedimensionale geval). Ze kunnen natuurlijk in geen geval aanspraak maken op den naam van benadering [1]).

Waargenomen worden dergelijke stroomingen bij het begin der beweging; daarna gaan ze over in een meer of minder onregelmatige strooming. Bij welke waarde van R de labiliteit van de laminaire strooming begint op te treden is niet bekend [2]).

§ **10.** *Uitwerking van de in* § 7 *genoemde methode ter berekening van de diffusie en konvektie der werveling in den potentiaalstroom.*

1. *Notatie.* De snelheid van den ongestoorden parallelstroom is U; de snelheid van den potentiaalstroom is $v_0 U$. De snelheid van de vloeistof in de grenslaag (evenwijdig aan den wand) is vU; de werveling is wU. Verder is αU de stroomfunktie voor $v_0 U$; βU de potentiaal.

De stroomlijn $\alpha = 0$ is de symmetrie-lijn van de strooming; ze

---

[1]) De in de figuren aangegeven verdeeling der werveling is niet door berekening afgeleid uit de snelheidsverdeeling, doch slechts op 't oog geschetst. Fig. 22 geeft de beginnende samentrekking der werveling tot een wervellaag. In Fig. 24 is de lengte van het gebied der kringstroomen onbepaald gelaten.

Theoretische en experimenteele onderzoekingen over de strooming teweeggebracht door een bol bij gemiddelde waarden van R in een *door vaste wanden begrensde* ruimte zijn verricht door W. E. Williams, Phil. Mag. (6) **29**, p. 526, 1915. In het artikel zijn een aantal foto's en teekeningen weergegeven.

[2]) De „koagulatie" der werveling kan haar hoeveelheid niet vermeerderen of verminderen, en de diffusie doet haar invloed tenslotte toch gelden. De lengte van het „zog" moet dus ook bij de werkelijke, turbulente strooming eindig blijven. De figuren 22—24 geven als het ware het „gemiddelde" aan van de fluktueerende strooming.

splitst zich bij het lichaam in twee takken, die langs linker- en rechterwand loopen, en zich aan de achterzijde weer vereenigen. De waarden van β in deze beide splitsingspunten zijn β_1 en β_2. Bij een cirkelcilinder heeft men bv. (als de straal van de doorsnede $= a$ is):

$$\alpha = y\left(1 - \frac{a^2}{r^2}\right) \quad ; \quad \beta = x\left(1 + \frac{a^2}{r^2}\right).$$

De lijn $\alpha = 0$ bestaat uit de x-as ($y = 0$), en de cirkel $r = a$; in de snijpunten is $x = \pm a$, en dus:

$$\beta_1 = -2a \quad ; \quad \beta_2 = +2a.$$

II. De differentiaalvergelijking voor de werveling in de grenslaag luidt:

$$\frac{\partial w}{\partial \beta} = \frac{\nu}{U}\frac{\partial^2 w}{\partial \alpha^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

welke een verkorte vorm is van vergelijking (21). Bij de afleiding van de laatste uit verg. (20*) is gedeeld door:

$$\left(\frac{\partial \beta}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \beta}{dy}\right)^2 = v_0^2,$$

welke grootheid overal van nul verschilt behalve in de punten β_1 en β_2 waar de stroomlijn $\alpha = 0$ zich splitst. Is in deze punten aan (21) voldaan, dan is zeker ook voldaan aan de oorspronkelijke vergelijking (20*). In de omgeving dezer beide punten — tenminste in de omgeving van β_2 — kan men de grenslaag niet meer als oneindig dun beschouwen, zoodat de vereenvoudiging van (21) daar niet meer geoorloofd is; ook krijgt men hier een moeilijkheid bij de bepaling van v. Met de toename van R neemt evenwel de toe te laten grens van $|\beta - \beta_2|$ af.

III. Als oplossing van (22) kan men nemen voor $\beta_1 < \beta < \beta_2$, en $\alpha \geq 0$ (dus linkerwand van het lichaam):

$$w = -\int_{\beta_1}^{\beta} d\xi \, \frac{A(\xi)}{\sqrt{\pi k (\beta - \xi)}} \cdot exp \frac{-\alpha^2}{4k(\beta - \xi)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

waar $k = \nu/U$. — Op grond van de symmetrie moet aan den rechterwand, met $\alpha \leq 0$, dezelfde uitdrukking gelden met het tegengestelde teeken.

$A(\xi)$ bepaalt de hoeveelheid werveling die per tijdseenheid in de omgeving van het punt $\beta = \xi$ door den wand wordt afgegeven; ze diffundeert in de α-richting (loodrecht op den wand), en wordt tegelijkertijd in de β-richting (evenwijdig aan den wand) naar achteren gespoeld. A wordt bepaald door de grensvoorwaarde voor v. Wan-

neer de grenslaag dun genoeg is (zooals is ondersteld), geldt in alle punten ervan, met uitzondering van de naaste omgeving van β_1 en β_2:

$$dn = \frac{d\alpha}{V_0}, \quad \ldots\ldots\ldots \quad (II)$$

waar n de normaal op den wand is, terwijl $V_0 U$ de snelheid van den potentiaalstroom in het voetpunt van die normaal voorstelt, welke een funktie is van β. Dan is de snelheid van de strooming in de grenslaag:

$$v = -\int_0^n w\,dn = -\frac{1}{V_0}\int_0^\alpha w\,d\alpha = \frac{1}{V_0}\int_{\beta_1}^{\beta} d\xi\, A(\xi)\,.\,Erf\frac{\alpha}{2\sqrt{k(\beta-\xi)}}. \quad (III)$$

Aan den wand ($\alpha = 0$) is $v = 0$; neemt α onbepaald toe, dan komt men buiten de grenslaag, en men kan $v = V_0$ stellen. Dus is:

$$V_0' = \int_{\beta_1}^{\beta} d\xi\, A(\xi), \quad \ldots\ldots\ldots \quad (IV)$$

zoodat A gegeven is door:

$$A = \frac{dV_0'}{d\beta} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (V)$$

IV. De formules (V), (I) en (III) beschrijven de strooming in de grenslaag in hoofdtrekken (de snelheid in de richting loodrecht op den wand zou bepaald moeten worden met behulp van de kontinuïteitsvergelijking). Men kan uit (III) onmiddellijk het optreden der terugstrooming afleiden. De waarden van A in de punten vlak bij β worden hierin nl. met een grooteren faktor vermenigvuldigd dan die in de meer naar voren gelegen punten, wat vooral merkbaar is bij kleine waarden van α. In de punten β_1 en β_2 is $V_0 = 0$; daartusschen heeft V_0 een maximum in een punt β_m, zoodat volgens (V) A positief is voor $\beta < \beta_m$, negatief voor $\beta > \beta_m$. Voor $\beta > \beta_m$ in (III) zullen deze negatieve waarden van A sterker geteld worden dan de positieve; vanaf een zekere waarde van β zullen ze overwegen, zoodat het *teeken van V omkeert.*

Nadert α tot nul, dan is:

$$v \overset{\infty}{=} -\frac{\alpha}{V_0} w_0 = \frac{\alpha}{\sqrt{\pi k}\,V_0}\int_{\beta_1}^{\beta} d\xi\,\frac{A(\xi)}{\sqrt{\beta-\xi}};$$

dus is het „splitsingspunt" β_S op den wand gegeven door:

$$\int_{\beta_1}^{\beta_S} d\xi\,\frac{A(\xi)}{\sqrt{\beta_S-\xi}} = 0 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (VI)$$

Uit deze vergelijking blijkt dat β_S bepaald wordt door de funktie $A(\xi)$, dus door den vorm van het lichaam; R komt in deze vergelijking niet voor.

Bij den cirkelcilinder is $V_0^2 = 4 - \frac{\beta^2}{a^2}$; $A = -\frac{2\beta}{a^2}$; en:

$$w_0 = -\frac{8}{3\sqrt{\pi k}} \frac{(a-\beta)\sqrt{\beta+2a}}{a^2}.$$

Deze uitdrukking is nul voor $\beta_S = a$; d.i. 120° van het voorste punt van den cirkel af. Dit is te ver naar achteren; de experimenten en de berekeningen volgens de theorie van PRANDTL geven voor dezen afstand minder dan 90°. De oorzaak van de fout ligt in de berekening van de konvektie, welke hier een eindige snelheid behoudt tot aan den wand toe, zoodat β_S te ver wordt „meegenomen".

De orde van grootte van de dikte der grenslaag is volgens (*I*):

orde van $\alpha =$ orde van $\sqrt{k\beta} =$ orde van $\sqrt{\frac{va}{U}} =$ orde van $\frac{a}{\sqrt{R}}$.

V. Waarden van w en v voor $\beta > \beta_2$.

Neemt men aan dat (*I*) en (*V*) gebruikt mogen worden tot in $\beta = \beta_2$, dan vindt men de verdeeling van w voor $\beta > \beta_2$ door de beide verdeelingen die in $\beta = \beta_2$ resp. voor positieve en voor negatieve waarden van α bestaan (en die elkaars tegengestelde zijn) in elkaar te laten diffundeeren. Dit geeft:

$$w = -\int_{\beta_1}^{\beta_2} d\xi \frac{A(\xi)}{\sqrt{\pi k(\beta-\xi)}} \cdot exp\, \frac{-\alpha^2}{4k(\beta-\xi)} \cdot Erf\, \alpha \sqrt{\frac{\beta_2-\xi}{4k(\beta-\beta_2)(\beta-\xi)}} \quad (VII)$$

De snelheidsverdeeling volgt dan uit:

$$v_x = V_0 - \frac{1}{V_0} \int_{\alpha}^{\infty} w\, d\alpha \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (VIII)$$

wanneer nu $V_0 U$ de snelheid van den potentiaalstroom langs de x as (dus langs de lijn $\alpha = 0$) voorstelt.

Met behulp dezer formules is door grafische integratie de verdeeling der werveling en de strooming in de grenslaag berekend. Om overal onbenoemde getallen te krijgen is gesteld:

$$\beta = Ba \quad ; \quad \xi = Xa \quad ; \quad \alpha = 2C\sqrt{ka} \; ;$$

dan worden (*I*) en (*VII*) van den vorm:

$$w = -\frac{1}{\sqrt{ka}} \int dX \varphi(X, B, C) = -\frac{1}{\sqrt{ka}} \cdot f(B, C)$$

waarin φ en f numerieke grootheden zijn.

In fig. 25 is $f(C)$ voor een aantal waarden van B grafisch voorgesteld; C is uitgezet in vertikale richting, f telkens van uit de C-lijn in horizontale richting (dus parallel met de B-as). De buitenste gebroken lijn geeft de waarde $f =$ ca. 0,01 aan. De „tegengestelde" waarden van f komen voor bij kleine waarden van C tusschen $B = 1$ en $B =$ ca. 3.

In fig. 26 zijn deze verdeelingskrommen aangebracht langs den omtrek van den cilinder en langs de x-as erachter. Daarbij is $k/a = 0{,}000625$ genomen, dus $R = 3200$, hoewel dit de grenslaag reeds te dik maakt om de benadering geldig te doen zijn. De dikke lijnen geven de snelheidsverdeeling aan voor dezelfde waarden van B. Het gebied van negatieve snelheden strekt zich uit van $B = 1$ tot voorbij $B = 5$; de grens is niet berekend, daar de bepaling der integralen met behulp van den planimeter hiertoe niet nauwkeurig genoeg is uitgevoerd.

Fig. 27 geeft een schets van het wervelgebied en van de stroomlijnen der relatieve strooming.

Fig. 28 is een schets van de afmetingen van het wervelgebied voor $R = 80000 = 25 \times 3200$; de waarden van a (en dus de dikte van de grenslaag) worden dan gedeeld door 5.

VI. Gebruikt men de volledige vergelijking (21) in plaats van (22), dan treedt in de plaats van (I) een uitdrukking met een Besselfunktie onder het integraal-teeken (zie het aangehaalde artikel van L. V. King).

J. M

B=

Ver

In fig. 25 is $f(C)$ voor een aantal waarden van B grafisch voorgesteld; C is uitgezet in vertikale richting, f telkens van uit de C-lijn in horizontale richting (dus parallel met de B-as). De buitenste gebroken lijn geeft de waarde $f =$ ca. 0,01 aan. De „tegengestelde" waarden van f komen voor bij kleine waarden van C tusschen $B = 1$ en $B =$ ca. 3.

In fig. 26 zijn deze verdeelingskrommen aangebracht langs den omtrek van den cilinder en langs de x-as erachter. Daarbij is $k/a = 0{,}000625$ genomen, dus $R = 3200$, hoewel dit de grenslaag reeds te dik maakt om de benadering geldig te doen zijn. De dikke lijnen geven de snelheidsverdeeling aan voor dezelfde waarden van B. Het gebied van negatieve snelheden strekt zich uit van $B = 1$ tot voorbij $B = 5$; de grens is niet berekend, daar de bepaling der integralen met behulp van den planimeter hiertoe niet nauwkeurig genoeg is uitgevoerd.

Fig. 27 geeft een schets van het wervelgebied en van de stroomlijnen der relatieve strooming.

Fig. 28 is een schets van de afmetingen van het wervelgebied voor $R = 80000 = 25 \times 3200$; de waarden van a (en dus de dikte van de grenslaag) worden dan gedeeld door 5.

VI. Gebruikt men de volledige vergelijking (21) in plaats van (22), dan treedt in de plaats van (I) een uitdrukking met een Besselfunktie onder het integraal-teeken (zie het aangehaalde artikel van L. V. King).

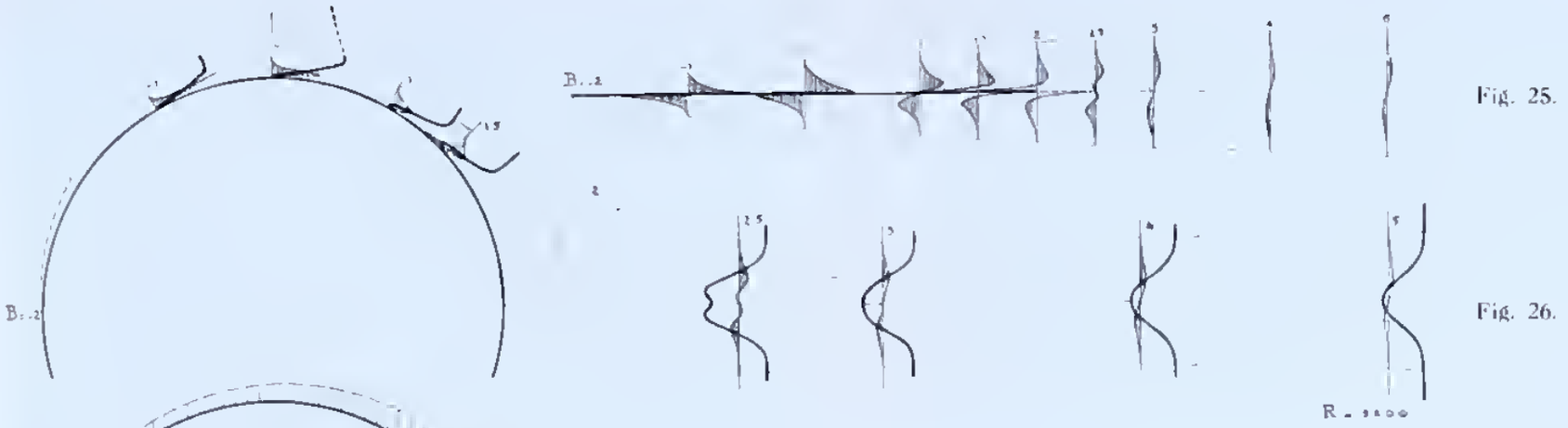


Fig. 25.

Fig. 26.

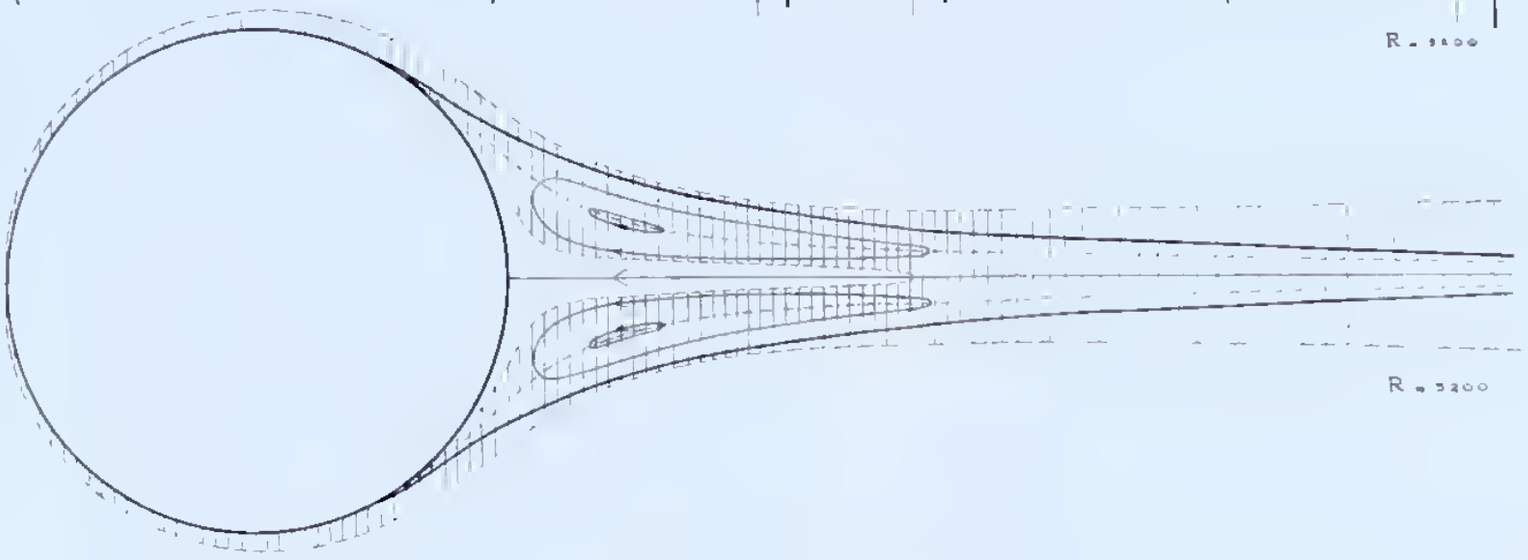


Fig. 27.

Fig. 28.

Fig. 25—28. Strooming teweeggebracht door een cilinder bij zeer hooge waarde van R, berekend volgens de methode van § 7 en § 10.

Natuurkunde. — De Heer P. EHRENFEST biedt eene mededeeling aan van den Heer PAUL S. EPSTEIN. *„Beschouwingen op het gebied van de theorie der quanta"*.

(Mede aangeboden door den Heer J. P. KUENEN.)

§ 1. *Inleiding*. De formuleering van het probleem van de theorie der quanta, in den vorm, die haar door PLANCK [1]) in 't jaar 1911 is gegeven, sluit zich aan de beschouwingen van de statistische mechanica in de zoogenaamde „phasenruimte" der kanonische plaats- en impulscoördinaten $q_1, q_2, \ldots . q_f$; $p_1, p_2, \ldots . p_f$ aan, en bestaat daarin, dat deze ruimte in elementair-gebieden van waarschijnlijkheid wordt ingedeeld. Deze beschouwingen ondergaan een aanmerkelijke vereenvoudiging voor de integreerbare stelsels uit de mechanica, daar bij deze iedere impulscoördinaat p_i een functie wordt van één enkele plaatscoördinaat: $p_i = p_i(q_i)$. Het is daarom bij stelsels met f graden van vrijheid voldoende in de plaats van de $2f$-dimensionale phasenruimte, f „phasenvlakken" (p_i, q_i) te beschouwen, waarvan de schrijver [2]) voor enkele jaren met voordeel gebruik gemaakt heeft bij de behandeling van zulke stelsels volgens de theorie der quanta. In elk van deze phasevlakken worden de achtereenvolgende toestanden van het stelsel door een kromme voorgesteld. Bij de klasse der „voorwaardelijk periodieke bewegingen", de eenige, waarvan tot nu toe quanta-voorwaarden zijn opgesteld, zijn deze krommen in den regel gesloten. Een uitzondering vormen slechts de zoogenaamde „cyclische coördinaten", die het karakter van een vlakkenhoek vertoonen; zulk een coördinaat verandert van 0 tot 2π en de bijbehoorende impuls is constant, zoodat men als afbeeldende kromme een segment van een rechte evenwijdig aan de as der abcissen vindt.[3])

De hypothese van PLANCK, in den door SOMMERFELD en den schrijver uitgebreiden vorm bestaat nu daarin, dat er onder de toestanden van het stelsel zekere uitgekozen of „stationaire" bewegingen zijn, die door discrete krommen in de afbeelding worden voorgesteld. Daarbij moet de oppervlakte van het phasenvlak tusschen twee op elkaar

[1]) M. PLANCK. Verhandelingen van het Solvay-congres.

[2]) P. S. EPSTEIN. Ann. d. Phys. **50**, p. 489; **51**, p. 168, 1916.

[3]) Voor het eerst bij P. EHRENFEST. Verh. d. D. phys. Ges. **15**, p. 451. 1913.

volgende stationaire krommen gelijk aan de universeele constante h zijn:

$$\iint dp\, dq = h. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Heeft de binnenste der uitgekozen krommen (of bij cyclische coördinaten die, welke het dichtste bij de as der abcissen ligt), de oppervlakte h_0, zoo volgt hiernit voor de oppervlakte van de $(n+1)^{\text{ste}}$ stationaire baan

$$\int pdq = h_0 + nh \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Het is dus noodig h_0 te bepalen, om de ligging van alle stationaire krommen te bepalen. PLANCK [1]) stelt met dit doel het principe op, dat de binnenste baankromme met de *natuurlijke begrenzing van het phasenvlak* moet samenvallen. D. w. z. wanneer om een of andere reden, afhankelijk van de aard van het stelsel de (essentieel positieve) integraal (1) niet onder een bepaalde waarde kan dalen, dan moet juist deze grenswaarde als h_0 worden aangenomen. In de meeste gevallen bestaat er echter niet zoo'n onderste grens, zoodat de waarde nul voor de integraal mogelijk is, wat tot de voorwaarde

$$\int pdq = nh \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2')$$

voert.

Een afwijkend gedrag werd door SOMMERFELD [2]) in het geval van de relativistische Keplerbeweging gevonden, waarin hij een onderste grens $p_0 = \frac{\varkappa e^2}{c}$ [3]) voor den constanten azimutalen impuls aangeeft, wat $h_0 = 2\pi p_0$ zou opleveren. Men zou dus, waarop voornamelijk door PLANCK de nadruk werd gelegd, de onderstelling (2) moeten maken, terwijl de ervaring (reeks van Balmer) slechts met de onderstelling (2') is te vereenigen. SOMMERFELD [4]) trachtte deze tegenspraak te verklaren door de opmerking, dat bij het in rekening brengen van het meebewegen van de kern de numerieke waarde van den grensimpuls kleiner is dan $\frac{\varkappa e^2}{c}$. *Wij zullen in het volgende aantoonen, dat de begrenzing van het phasenvlak door de waarde $p = p_0$ ook zonder het in rekening brengen van het medebewegen van de kern slechts schijn-*

[1]) M. PLANCK. Ann. d. Phys. **50**, p. 385. 1916.

[2]) A. SOMMERFELD. Ann. d. Phys. **51**, p. 57. 1916.

[3]) Hierin stelt $-e$ voor de lading van het electron, $\varkappa e$ de lading van de atoomkern, c de lichtsnelheid.

[4]) A. SOMMERFELD. Münchener Ber., p. 137, 1916.

baar is, en dat p zeer goed onder deze waarde kan dalen, waarbij evenwel het karakter van de beweging fundamenteel verandert.

Hiermede worden dus stationaire banen met den azimutalen impuls $p = 0$, welke volgens de theorie van SOMMERFELD uitgesloten schenen, principieel toegelaten. Zoolang het gaat om aantrekkende krachten (kern en electron), zijn deze banen intusschen nauwelijks van praktische beteekenis, daar zij tot een botsing van kern en electron zouden leiden. Het beeld verandert evenwel, wanneer men afstootende krachten beschouwt (kern en α-deeltjes), onder wier werking het systeem, zooals bekend is, hyperbolische banen beschrijft. Laat men de quantiseering van zulke banen toe, dan komen wij tot interessante physische gevolgtrekkingen, die geschikt schijnen nieuwe zeer merkwaardige experimenteele resultaten van RUTHERFORD [1]) te verklaren. Daardoor wordt de door den schrijver reeds vroeger [2]) opgeworpen vraag hoe niet periodieke bewegingen gequantiseerd kunnen worden op nieuw gesteld, en op een nieuwe manier behandeld (§§ 4, 7).

§ 2. *De schijnbare grens van het phasenvlak* $p = p_0$.

Als oplossing van het probleem van de relativistische Keplerbeweging vindt men de volgende betrekking tusschen de vlakke poolcoördinaten r, φ (vergel. b.v. l. c., p. 819).

$$\frac{1}{r} = \frac{B}{p^2 - p_0^2}\left[1 - \varepsilon \cos \frac{\sqrt{p^2 - p_0^2}}{p^2}(\varphi - \varphi_0)\right] \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

met de afkortingen:

$$\left.\begin{aligned} B &= \pm p_0 c\left(m + \frac{a}{c^2}\right) \quad ; \quad \varepsilon = \frac{\sqrt{B^2 + A(p^2 - p_0^2)}}{B} \\ A &= a\left(\frac{a}{c^2} + 2m\right) \quad ; \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Hierin beteekent a de energie van het stelsel, c de lichtsnelheid, m de massa van het bewogen deeltje. Het positieve voorteeken van B heeft betrekking op 't geval van aantrekking, het negatieve op dat van afstooting. Onder φ_0 wordt de azimuth van den radius-vector in het aphelium verstaan.

Zoolang als $p > p_0$ is, is de baan voor negatieve energieën ($A < 0$) en aantrekkende krachten ($B > 0$) zooals bekend is een ellips met periheliumbeweging. Het voortbewegen van het perihelium wordt al

[1]) E. RUTHERFORD. Phil. Mag. **37**, p. 537, 1919.

[2]) P. S. EPSTEIN. Ann. d. Phys. 50., p. 815, 1916. Deze verhandeling zal in het vervolg met l.c. worden geciteerd.

sneller, naarmate het verschil $p^2 - p_0^2$ kleiner is, en in het grensgeval $p = p_0$ vindt men een toenadering tot de kern volgens een op een archimedische spiraal lijkende kromme [1]):

$$\frac{1}{r} = \frac{B}{p^2}(\varphi - \varphi_0)^2 - \frac{A}{B} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Niets verhindert ons intusschen, $p < p_0$ te onderstellen; de uitdrukking (3) verkrijgt dan de gedaante:

$$\frac{1}{r} = \frac{B}{p_0^2 - p^2}\left\{\varepsilon \cosh \frac{\sqrt{p_0^2 - p^2}}{p^2}(\varphi - \varphi_0) - 1\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Het rechterlid van deze uitdrukking wordt voor zeer groote positieve of negatieve hoeken φ bij iedere waarde van de excentriciteit ε exponentieel oneindig, zoodat de beide einden van de baan in logarithmische spiralen uitloopen. Uit (4) ziet men verder, dat voor ε de volgende ongelijkheden bestaan:

$$\begin{aligned} \text{Voor } A < 0 \quad &\text{is} \quad \varepsilon > 1, \\ ,, \quad A = 0 \quad &,, \quad \varepsilon = 1, \\ ,, \quad A > 0 \quad &,, \quad \varepsilon < 1. \end{aligned}$$

Bij negatieve energie blijft dus r steeds eindig, het deeltje loopt van het nulpunt uit en keert weder in het nulpunt terug. Bij oneindig kleine of positieve energie valt de baan daarentegen uiteen in 2 takken, die uit 't nulpunt naar 't oneindige, resp. uit 't oneindige naar 't nulpunt loopen. In het grensgeval $p = 0$ is r slechts voor $\varphi = \varphi_0$ eindig, d.w.z. de beweging is rechtlijnig.

Men ziet dus, dat een grens $p = p_0$ in werkelijkheid in 't geheel niet bestaat. Bij kleine positieve waarden van $p - p_0$ loopt de baankromme tijdens het afnemen van r vele malen om het nulpunt heen, maar de kromme blijft steeds op eindigen afstand er van, welke afstand na 't bereiken van een minimum weder begint aan te groeien. In het geval $p = p_0$ loopt zij op een archimedische spiraal naar het nulpunt toe. Nog sterker is de toenadering voor $p < p_0$, waarbij de spiraal een logarithmische spiraal wordt. Men mag zich dit resultaat niet zoo voorstellen, alsof het deeltje in zijn beweging op de spiraal gedurig in de nabijheid van het nulpunt zou blijven. Ofschoon de spiraal oneindig vele malen om het nulpunt heen loopt, is hare totale lengte eindig, en ook de tijd, waarin zij (van een eindigen afstand af) wordt doorloopen, is zooals men gemakkelijk berekent, eindig en praktisch zeer klein. De catastrophe van de botsing moet daarom reeds zeer spoedig intreden.

---

[1]) Vgl. ook A. Sommerfeld, Ann. d. Phys. 51, p. 50, 1916.

§ 3. *Quantiseering van de spiraalbaan.* — Wij hebben in de voorgaande § vastgesteld, dat in de relativistische Keplerbeweging, ook bij negatieve energiekonstante, behalve de op ellipsen gelijkende banen, andere baanvormen bestaan, die een eindige lengte bezitten, en slechts éénmaal worden doorloopen. De vraag rijst nu, of deze bewegingen te onderwerpen zijn aan beperkingen in overeenstemming met de theorie der quanta, en in welke gedaante deze eventueel opgesteld zouden moeten worden. Ons standpunt ten opzichte van de eerste vraag ligt reeds implicite begrepen in de voorgaande beschouwingen. Wij hebben het verdwijnen van de grenswaarde h_0 in de onderstelling (2) daardoor verklaard, dat ook zulke banen beschouwd moeten worden, voor welke de waarde p van het azimutale quantum gelegen is beneden de waarde p_0. Hieruit volgt, dat deze baanvormen met de andere een ononderbroken continuïteit vormen en daarmede met betrekking tot de theorie der quanta equivalent moeten zijn. Wanneer voor $p > p_0$ de stationaire bewegingen bepaald zijn door $p = \frac{nh}{2\pi}$ $(n = 0,1,2,3, \ldots)$, dan is daarom voor $p < p_0$ de eenig mogelijke stationaire toestand $p = 0$. Deze conclusie schijnt ons daarom te meer noodzakelijk, omdat men gemakkelijk kan laten zien, dat men ook bij het in rekening brengen van het meebewegen van de kern (in overeenstemming met het voorstel van SOMMERFELD) over moet gaan tot de beschouwing van dergelijke spiraalvormige banen, om het aanwezig zijn van $p = 0$ te verklaren.

Er blijft dus nog slechts over de quantiseering van den radialen impuls te behandelen, welks afhankelijkheid van den radius-vector en van de constanten van het probleem door de volgende formule is gegeven (l.c. p. 823)

$$p_r = \sqrt{A + 2B\frac{1}{r} + (p_0^2 - p^2)\frac{1}{r^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

welke in figuur 1 voor $p < p_0$ grafisch is voorgesteld. De krommen, die het dichtst bij de as der ordinaten liggen, komen overeen met groote negatieve waarden van de energie-constanten α. Met toenemende energie puilen de krommen steeds verder uit en vallen voor $\alpha = 0$ in twee takken uiteen, die de as der abscissen asymptotisch naderen. Bij positieve α zijn de asymptoten rechte lijnen, die evenwijdig loopen met de as der abscissen.

Voor kleine waarden van r reduceert zich (7) tot:

$$p_r = \sqrt{p_0^2 - p^2}\,\frac{1}{r},$$

d w.z. de krommen hebben in hun ver van de as der abscissen ver-

wijderde gedeelte een hyperbolisch verloop. Het oppervlak van zulk een kromme is dus steeds logarithmisch oneindig, en ook het verschil

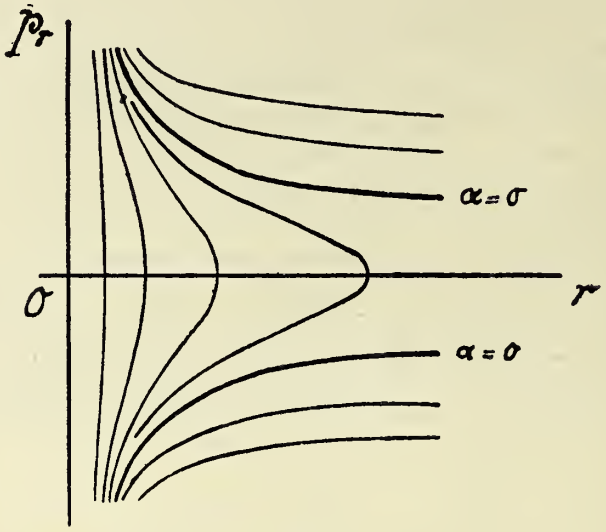


Fig. 1.

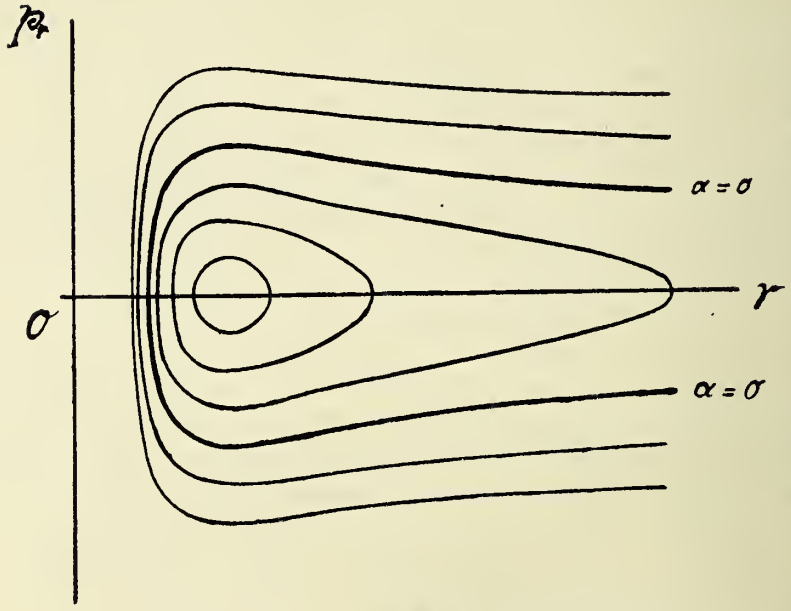


Fig. 2.

van de oppervlakken van twee krommen is, voor zoover wij niet kunstmatige middelen zooals vorming van hoofdwaarden van de integraal, te baat nemen, steeds oneindig. Daar volgens de theorie

der quanta de oppervlakken van twee naburige stationaire krommen het eindige bedrag h van elkaar moeten verschillen, volgt hieruit, dat de stationaire energie-trappen oneindig dicht moeten liggen, d..w.z dat iedere waarde van de energie volgens de theorie der quanta uitgekozen is. Terwijl dus de uitgekozen waarden van de constante p een opeenvolging van discrete getallen vormen, vullen de uitgekozen waarden van α een continuüm. Physisch gesproken vinden wij een oneindigheid van stationaire bewegingen, die vanuit het nulpunt tot een willekeurige afstand gaan. Al deze banen geven aanleiding tot botsing met de kern, om welke reden hun physische beteekenis niet groot is. Voor nadere gevolgtrekkingen komt het echter aan op de principieele mogelijkheid van het bestaan van zulke banen, zonder dat men zich er over heeft te bekommeren, hoe lang een electron zich in deze banen kan bewegen.

§ 4. *Quantiseering van de hyperbolische banen.* — Een verder strekkende physische beteekenis verkrijgt het probleem, wanneer wij afstootende krachten beschouwen, zoodat de krommen een hyperbolisch verloop verkrijgen. De vraag naar de quantiseering van hyperbolische banen is door mij reeds voor verscheidene jaren gesteld (l.c.). Ik houd niet meer in alle kleinigheden vast aan den toenmaals ingeslagen weg, dien ik uitdrukkelijk als voorloopig heb aangeduid. Wel echter schijnt mij de grondidee, om dergelijke banen aan beperkingen volgens de theorie der quanta te onderwerpen, juist te zijn. Reeds voor langen tijd heb ik in het physisch colloquium te München denkbeelden voorgedragen, die mij ook nu nog plausibel toeschijnen. Eenvoudigheidshalve zullen wij bij de behandeling ervan van de relativiteitscorrectie afzien ($c = \infty$), zoodat de radiale impuls volgens (7) en (4) als volgt kan worden geschreven:

$$p_r = \sqrt{2 m \alpha + 2 \varkappa m e^2 \frac{1}{r} - p^2 \frac{1}{r^2}} . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

De beweging is voor $\alpha < 0$ elliptisch, $\alpha = 0$ parabolisch, $\alpha > 0$ hyperbolisch. Het verloop van de afbeeldende krommen in het phasenvlak (p_r, r) volgt uit fig. 2. Het deel van het vlak, waarvoor $\alpha < 0$ is, is begrensd door de dikgeteekende kromme $\alpha = 0$, welker beide einden de as der abscissen asymptotisch naderen. Binnen dit gebied, dat de elliptische banen omvat, zijn alle krommen gesloten, en het is gemakkelijk aan den eisch van de theorie der quanta te voldoen, dat het oppervlak tusschen 2 opeenvolgende stationaire krommen ingesloten, de grootte h moet hebben. Gaan wij over in het buiten de kromme $\alpha = 0$ gelegen gebied der hyperbolische banen, dan bezit

ieder der krommen 2 asymptoten evenwijdig aan de as der abscissen.

Daarom is het oppervlak van iedere strook tusschen twee krommen, waarvan de energie-constanten een eindig bedrag met elkaar verschillen, oneindig groot. Precies als in het geval van de spiraalbanen kunnen wij hieruit besluiten, dat de energietrappen van de stationaire bewegingen van de theorie der quanta oneindig dicht moeten liggen. *Daarom is iedere positieve waarde van de energieconstante in den zin van de theorie der quanta een uitgekozen waarde.* De eisch, dat hyperbolische banen van iedere waarde van de energie voorhanden moeten zijn, werd reeds door BOHR, op grond van experimenteele resultaten (door E. WAGNER en anderen) gesteld. Het gezichtspunt, waarop onze beschouwingen hieromtrent betrekking hebben, bestaat daarin, dat deze omstandigheid niet daarop berust, dat de hyperbolische beweging aan de macht van de theorie der quanta is onttrokken, maar dat zij integendeel uit de theorie der quanta organisch voortgekomen is, en een noodzakelijk gevolg van een correcte toepassing daarvan is.

Deze opvatting heeft natuurlijk tengevolge, dat ook de azimutale impuls aan quanteuze voorwaarden moet onderworpen zijn. Hoe deze voorwaarden luiden, kan men niet zoo direct uit het geval van de elliptische beweging opmaken. Het meest voor de hand schijnen de beide volgende veronderstellingen te liggen: of de integraal $\int p d\varphi$ moet worden uitgestrekt over het variabiliteits-gebied van de coördinaat φ, d.w.z. over den hoek $2\bar{\varphi}$ ingesloten tusschen de asymptoten; of anders, door directe uitbreiding van de onderstelling voor het elliptische geval, van 0 tot 2π. Uit de eerste onderstelling zou naar (2′) volgen:

$$p = \frac{nh}{2\bar{\varphi}}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9a)$$

uit de tweede:

$$p = \frac{nh}{2\pi}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad (9b)$$

In § 7 zullen wij een argument ten gunste van de tweede der beide onderstellingen leeren kennen. Een werkelijke beslissing kan echter alleen aan de hand der ervaring worden genomen.

§ 5. *Botsing van een α-deeltje met een atoomkern.*

Wij zullen nu overgaan tot de beschouwing van afstootende krachten, en wij zullen het probleem in zoover meer algemeen maken, dat wij

het medebewegen van de kern in rekening zullen brengen. Daarentegen verwaarloozen wij de in dit verband onbelangrijke relativistische correctie. Zooals bekend is, kan men met behulp van de stelling van het zwaartepunt de coördinaten van het ééne lichaam in het tweelichamen-probleem elimineeren en het probleem terugbrengen tot de behandeling van een stelsel van twee graden van vrijheid. Wij kiezen als veranderlijken de relatieve poolcoördinaten van de beide deeltjes, d. w. z. den afstand r en den hoek φ, waaronder de plaats van het α-deeltje door een waarnemer, die met de atoomkern medebeweegt, wordt gezien, en wij noemen den impuls, die den hoek φ kanonisch is toegevoegd, p, terwijl wij door m,M de massa's, door e,E de ladingen resp. van het α-deeltje en van het atoom, en ten slotte door v de beginsnelheid van het α-deeltje voorstellen, waarbij het atoom in het begin in rust wordt verondersteld. De baanvergelijking verkrijgt dan de volgende eenvoudige gedaante:

$$\frac{1}{r} = \frac{\mu e E}{p^2} [\varepsilon \cos(\varphi - \varphi_0) - 1], \quad \ldots \quad (10)$$

met de afkortingen:

$$\frac{1}{\mu} = \frac{1}{m} + \frac{1}{M} \quad ; \quad \varepsilon = \sqrt{1 + \left(\frac{pv}{eE}\right)^2} \quad \ldots \quad (11)$$

Daaruit volgt voor den hoek $\overline{\varphi}$ tusschen de as en de asymptoot van de relatieve hyperbolische baan van het α-deeltje

$$\cos \overline{\varphi} = \frac{1}{\varepsilon}$$

of:

$$tg \, \overline{\varphi} = \frac{pv}{eE}; \quad \ldots \quad (12)$$

Om tot de absolute beweging over te gaan, is het voldoende, op te merken, dat het zwaartepunt van beide lichamen zich eenparig moet bewegen. Daar nu in 't eerste oogenblik het zwaartepunt zich met de snelheid $\frac{mv}{M+m}$ in de richting van het α-deeltje beweegt, blijft het deze snelheid ook voortdurend behouden, zoodat deze met de relatieve beweging samengesteld moet worden. Door eenvoudige omrekening komen wij tot de volgende resultaten [1]): Na verloop van een voldoende langen tijd hebben beide deeltjes een rechtlijnig eenparige beweging. De richting van de eindsnelheid van het α-deeltje maakt met die van de beginsnelheid een hoek Φ (over dezen hoek wijkt dus de α-straal door de botsing af)

[1]) Vergel. ook C. Darwin. Phil. Mag. **27**, p. 499, 1914.

$$tg\,\Phi = \frac{2\,tg\,\bar{\varphi}}{(m-M) + (M+m)\,tg^2\,\bar{\varphi}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

terwijl haar bedrag V de volgende waarde verkrijgt:

$$V = \frac{v}{M+m}\sqrt{m^2 + M^2 - 2\,m\,M\cos 2\,\bar{\varphi}}. \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Anderzijds maakt de richting, waaronder het atoom tengevolge van de botsing weggeslingerd wordt, met de invalsrichting van het α-deeltje juist den hoek $\bar{\varphi}$, die door vergelijking (12) is gegeven. De snelheid van het atoom bedraagt:

$$u = 2v\frac{\mu}{M}\cos\bar{\varphi}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Volgens onze in § 4 uitgesproken onderstelling zijn zekere bewegingen van het stelsel volgens de theorie der quanta uitgekozen, namelijk die, waarvoor de azimutale impuls p één van de door de voorwaarden (9a, b) gegeven waarden verkrijgt. De letter n stelt hierin een positief geheel getal voor, maar ook het quanta-getal $n = 0$, dat volgens SOMMERFELD uitgesloten zou zijn, blijkt volgens het door ons in § 2 ingenomen standpunt, toelaatbaar te zijn. De voorwaarden (9a) en (9b) geven in 't laatste geval in overeenstemming met elkaar $p = 0$, waaruit volgt:

$$\bar{\varphi}_0 = 0 \quad ; \quad u_0 = 2\frac{\mu}{M}v\,; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

D. w. z. de atoomkernen of „recoil-stralen", zooals zij door RUTHERFORD werden genoemd, *hebben in het geval van* $n = 0$ *de richting van de primaire* α*-stralen.*

§ 6. *Recoil-stralen van waterstof,*

Terwijl de betrekkingen (16), die men vindt voor $n = 0$, voor ieder atoom gelden, is het gedrag voor een eindig quanta-getal $n = 1$, $n = 2$ enz. minder overzichtelijk; wij zullen het slechts voor het speciale geval van de botsing van een α-deeltje met een *waterstofatoom* bespreken. Van het standpunt van hypothese (9a) bezien, is de quanta-voorwaarde wegens formule (12):

$$\bar{\varphi}\,tg\,\bar{\varphi} = \frac{hv}{2\,e\,E}\,n\,; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

van het standpunt van hypothese (9b)

$$tg\,\bar{\varphi} = \frac{hv}{2\pi\,e\,E}\,n\,; \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

Hierin moeten de volgende getallen worden gesubstitueerd:

$h = 6.55 \times 10^{-27}$ erg. sec., $E = 4.77.10^{-10}$ C.G.S., $e = 2E$;

voor v moet de snelheid der α-straling van RaC worden genomen, waarvoor RUTERFORD de waarde $1{,}92.10^{9}$ cM/sec. aangeeft.

Hieruit volgt:

$$\overline{\varphi}\, tg\, \overline{\varphi} = 13.8\, n, \quad \text{resp.} \quad tg\, \overline{\varphi} = 4.40\, n \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (19)$$

Uit de eerste van deze vergelijkingen volgt:

$n = 1$, $\overline{\varphi_1} = 84°$, $u_1 = 0{,}10\, u_0$, $R_1 = 0{,}001\, R_0$,

$n = 2$, $\overline{\varphi_2} = 86°{,}50'$, $u_2 = 0{,}055\, u_0$, $R_2 = 0{,}0002\, R_0$.

De snelheden u_1, u_2 zijn met formule (15), de werkingsafstanden van de stralen R_1, R_2 zijn met de empirische betrekking $R : R_0 = u^3 : u_0^3$ berekend.

Op de zelfde wijze volgt uit de tweede hypothese:

$n = 1$, $\overline{\varphi_1} = 77°$, $u_1 = 0{,}22$, $R_1 = 0{,}011\, R_0$,

$n = 2$, $\overline{\varphi_2} = 83°{,}30'$, $u_2 = 0{,}11$, $R_2 = 0{,}001\, R_0$.

Veronderstelt men, dat de deeltjes slechts in de volgens de theorie der quanta uitgekozen banen kunnen bewegen, dan verkrijgt men het volgende beeld. Een deel van de recoil-stralen wordt in de richting van de primaire α-straling uitgezonden ($n = 0$). Daarnaast zijn er nog deeltjes, die onder aanmerkelijke hoeken met deze richting worden uitgezonden, en wel is de kleinste hoek bij het ten grondslag leggen van formule (9b) gelijk aan 77°, bij toepassing van formule (9a) zelfs 84°. De overeenkomstige werkingsafstanden zijn buitengewoon veel kleiner als de werkingsafstand van de in de richting van de primaire α-deeltjes uitgezonden H-atomen.

Dit gedrag stemt nauwkeurig overeen met het experimenteele resultaat van RUTHERFORD [1]), die vond, dat alle H-atomen in de richting van de primaire stralen worden weggeslingerd. De werkingsafstand van deze secundaire straling bedroeg 28 cM., waaruit voor $R_1 = 0.028$ cM., resp. $R_1 = 0.31$ cM. volgt, al naarmate wij van de hypothese (9a) of (9b) uitgaan. Dat zijn waarden, die buiten de mogelijkheid van een experimenteele bepaling liggen, zoodat deze stralen aan de waarneming moeten ontsnappen.

§ 7. *Overgang in de statische banen.* — Tot nu toe is de theorie der quanta slechts op die systemen toegepast, welker bestanddeelen zich gedurig op een eindigen afstand om elkaar bewegen, d. w. z. op systemen, die in de zin van LAPLACE stabiel zijn. Mijn poging van

[1]) E. RUTHERFORD, l.c.

1916 (l. c.), haar ook op het éénmaal doorgaan van een deeltje door de werkingssfeer van een kern uit te breiden, heeft bij de vakgenooten weinig sympathie ondervonden. Het schijnt mij daarom doelmatig, de verschillen tusschen deze beide gevallen aan een grondig onderzoek te onderwerpen.

De hypothese van de theorie der quanta, zooals zij door N. Bohr is opgesteld, valt uiteen in 2 deelen: 1. Er zijn uitgekozen of stationaire banen waarin zich het stelsel zonder te stralen beweegt. 2. Is de begintoestand geen stationaire, dan verplaatst zich het stelsel onder het afstaan van energie door straling in een stationairen toestand. Het kan zijn, dat deze verdeeling het werkelijke gebeuren slechts schematisch voorstelt, zij is echter in talrijke gevallen juist gebleken en vormt den eenigen grondslag, waarop men voort kan bouwen.

Wanneer wij ons in de eerste plaats bezig houden met de vraag naar het bestaan van stationaire banen, dan is het niet duidelijk, waarom de quantavoorwaarden alleen tot eindige banen moeten beperkt blijven. Onze zienswijzen hieromtrent hebben wij reeds in §§ 3 en 4 gegeven, nu willen wij die nog door een nieuw gezichtspunt steunen. Het verschil tusschen de in het eindige verloopende en de zich tot in 't oneindige uitstrekkende bewegingen wordt namelijk analytisch daardoor uitgedrukt, dat men bij de eerste iedere cartesische coördinaat door een naar *hoekveranderlijken* voortloopende reeks van Fourier kan voorstellen, bij de laatste echter niet. Aan de andere zijde werd door Bohr een betrekking tusschen de leden van deze Fourier-ontwikkeling en den volgens de theorie der quanta mogelijken overgang uit ééne stationaire baan in een andere aangegeven („Analogie-principe"). In het geval van de relativistische Kepler-beweging worden de Cartesische coördinaten $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$. Wanneer wij ter afkorting zetten:

$$\frac{\sqrt{p^2 - p_0^2}}{p}(\varphi - \varphi_0) = \psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

dan volgt uit (3)

$$x = \frac{p^2 - p_0^2}{B}\,\frac{\cos\varphi}{1 - \varepsilon\cos\psi} \quad ; \quad y = \frac{p^2 - p_0^2}{B}\,\frac{\sin\varphi}{1 - \varepsilon\cos\psi} \quad . \quad . \quad (21)$$

Zoolang wij te doen hebben met eene beweging van het elliptische type ($\varepsilon < 1$) zijn x en y periodiek in de hoeken φ en ψ met de periode 2π. φ en ψ zijn dus hoekcoördinaten van het probleem, en er is een (ontwikkeling van Fourier mogelijk [1]) Gaan wij over tot het geval

[1]) Deze coördinaten zijn geen lineaire functies van den tijd. Stelt men aan de hoekcoördinaten den laatstgenoemden eisch, dan moet men ze anders definieeren. De door ons gemaakte gevolgtrekkingen blijven echter ook gelden bij de veranderde definitie.

($\varepsilon > 1$), dan is de hoek ψ beperkt en varieert slechts tusschen de waarden $\pm bg\cos\left(\frac{1}{\varepsilon}\right) = \pm\bar{\psi}$. Alleen tusschen deze grenzen stellen x en y de door (21) gegeven functies voor, zoodat men deze grootheden kan voorstellen door een integraal van FOURIER:

$$x = \frac{2}{\pi}\frac{p^2-p_0^2}{B}\cos\varphi\int_0^{\infty}\cos s\psi\, ds\int_{-\bar{\varphi}}^{+\bar{\varphi}}\frac{\cos\lambda}{1-\varepsilon\cos\lambda}\,d\lambda.$$

φ gedraagt zich geheel anders; ook deze hoek varieert slechts tusschen de waarden $\frac{\pm p\bar{\psi}}{\sqrt{p^2-p_0^2}} = \pm\bar{\varphi}$; in tegenstelling met ψ bezit hij echter een physische periodiciteit: wanneer men φ met 2π verandert, komt men op dezelfde plaats in de ruimte terug, zoodat x en y in φ ook in dit geval periodiek blijven. Het is willekeurig, hoe wij ons de afhankelijkheid van φ in het gebied $\bar{\varphi} < \varphi < \pi$ en $-\pi < \varphi < -\bar{\varphi}$ waarin geen beweging plaats heeft, voortgezet denken.

Het eenvoudigste zou zijn, de geldigheid van de factoren $\cos\varphi$ resp. $\sin\varphi$ in 't geheele hoekgebied van 0 tot 2π voorop te stellen, wat tot het volgende resultaat zou leiden:

$$x = \frac{p^2-p_0^2}{\pi B}\int_0^{\infty}[\cos(s\psi+\varphi)+\cos(s\psi-\varphi)]\,ds\int_{-\bar{\varphi}}^{+\bar{\varphi}}\frac{\cos s\lambda}{1-\varepsilon\cos\lambda}\,d\lambda.$$

In dit resultaat schijnt ons een bevestiging van de in § 4 doorgevoerde redeneering te liggen. Als coefficient van ψ treedt het getal s op, dat alle mogelijke waarden doorloopt, daarentegen is de coëfficient van φ het geheele getal 1. Door uitbreiding van de beginselen van BOHR zou men daaruit kunnen afleiden, dat er met betrekking tot het aan ψ toegevoegde radiale quantum geen beperkingen bestaan, terwijl het azimuthale quanta-getal steeds slechts met een eenheid kan veranderen. Daardoor wordt het waarschijnlijk gemaakt, dat de azimuthale impuls discrete uitgekozen waarden bezit, en de analogie met het geval van de elliptische beweging spreekt wel sterk voor de geldigheid van de hypothese (9^b).

Wanneer het bestaan van stationaire banen daarom waarschijnlijk voorkomt, dan is daarmede nog niet gezegd, dat een deeltje, dat zich aanvankelijk niet in zoo'n baan beweegt, tijd en gelegenheid zal hebben, om in een stationaire baan over te gaan. Zulk een afgifte van energie eischt tijd, die echter bij stabiele beweging (in den zin van LAPLACE) steeds ter beschikking is. De zaken staan eenigszins

anders bij ons geval van hyperbolische beweging: de energie is hier door geen voorwaarden beperkt, maar het moment van hoeveelheid van beweging streeft naar volkomen bepaalde discrete waarden, die alleen door het proces van de uitstraling van het electromagnetische moment van hoeveelheid van beweging kunnen worden bereikt. Voor dit uitstralen staat het deeltje enkel de tijd van het éénmaal passeeren voorbij de kern ter beschikking, en het is daarom gemakkelijk mogelijk, dat de door uitstraling verloren impuls niet voldoende is, en het deeltje zich in het oneindige verwijdert, zonder een stationairen toestand te hebben bereikt. Legt men aan de uitstraling de theorie van MAXWELL ten grondslag, dan resulteert hieruit zelfs zulk een gedrag van het deeltje als regel. De rekening levert namelijk voor den uitgestraalden draaiimpuls (zoolang als $p \gg p_c$).

$$2\frac{e^2v^2}{c^3}\frac{\varkappa e^2}{pv}\left\{\left(\frac{\varkappa e^2}{pv}+\frac{1}{3}\frac{pv}{\varkappa e^2}\right) bg\,tg\,\frac{pv}{\varkappa e^2}-1\right\},$$

d. w. z. een bedrag van de orde van 10^{-31} erg. sec, terwijl de trappen van de constante p ongeveer 10^{-27} erg. sec bedragen, dus rond 10000 maal grooter zijn. Onder deze omstandigheden kan geen noemenswaarde fractie van de deeltjes de stationaire banen doorloopen. Er betaat echter het in de laatste § gemelde niet te loochenen experimenteele feit, dat de H-atomen bij voorkeur in de richting van de invallende α-deeltjes worden uitgezonden, en het schijnt ons moeilijk dit feit anders als volgens de theorie der quanta op te vatten. Één van de mogelijke interpretaties van de ontdekking van RUTHERFORD schijnt ons daarom de volgende te zijn, dat de uitstraling in werkelijkheid sterker is, als uit de theorie van MAXWELL zou volgen, en sterk genoeg om een merkbaar deel van de stelsels in den stationairen toestand over te brengen. Wanneer wij in 't oog vatten, dat reeds bij de uitstraling van het waterstofspectrum, waarbij de afstanden van de kern grooter dan 2.10^{-8} cM. zijn, een aanmerkelijke afwijking van de theorie van MAXWELL voorhanden is, lijkt ons de gedachte aan een nog veel grootere afwijking in het geval van RUTHERFORD in 't algemeen niet al te gewaagd. Want de afstand van de kern is hier van de orde van $3{,}5\,.\,10^{-13}$ en daarom is de versnelling rond $1{,}5\,.\,10^{6}$ maal grooter dan bij de emissie van de waterstoflijnen. Uit theoretische overwegingen werd bovendien door EINSTEIN [1]) de eisch gesteld, bij dergelijke elementaire processen volledig te breken met de theorie van MAXWELL en verder weten wij ook direct uit het optreden van een grens in de korte golflengten

[1]) A. EINSTEIN. Kleiner-Festschrift, Zürich 1913.

van de Röntgenstraling, dat zij daaraan niet kunnen voldoen. Volgens de waarnemingen van RUTHERFORD is het relatieve aantal N van de naar voren uitgezonden recoil-stralen sterk afhankelijk van de snelheid of werkingsafstand R van de primaire α-deeltjes, zooals uit de volgende door hem medegedeelde tabel volgt:

$R = 7{,}0$	5,3	4,5	3,7	3,0	enz.
$N = 100$	77	51	25	0.	

Men zou dit op die wijze kunnen interpreteeren, dat de uitstraling van het moment van hoeveelheid van beweging met de snelheid v sterk afneemt, zoodat er met dalende v steeds minder deeltjes zijn, die de stationaire baan kunnen beschrijven. Wanneer deze opvatting juist zou zijn, dan zouden wij in de tabel van RUTHERFORD een nieuw middel hebben om het raadsel van de theorie der quanta te ontsluieren.

Naast deeltjes, die den overgang in de stationaire baan hebben volbracht, kan men natuurlijk ook bij de grootste snelheden v zulke verwachten, aan wie het, door een te groot beginmoment van hoeveelheid van beweging, niet gelukt is, deze stationaire banen te beschrijven. De gerichte straling zal daarom door een verstrooiingsstraling zijn omgeven. Volgens een welwillende mededeeling van sir ERNEST RUTHERFORD heeft men experimenteel iets dergelijks gevonden: een nieuwe waarnemingsmethode liet zien, dat de recoilstralen in werkelijkheid minder homogeen zijn, dan dit aanvankelijk leek, en dat er naast de eerst waargenomen snelbewegende H-deeltjes ook deeltjes van geringere snelheid bestaan.

Zooals reeds is opgemerkt, is het waarschijnlijk, dat de groote afwijkingen van de theorie van MAXWELL, zooals zij voor het tot standkomen van een voldoende uitstraling noodig zijn, beperkt blijven tot het gebied van zeer groote versnellingen. Daarom wordt het twijfelachtig, of men het beschrijven van de stationaire baan $n = 1$ met het zelfde recht kan verwachten als dat van de baan $n = 0$. Want de omgeving van de eerste komt overeen met een veel grooteren kernafstand dan de omgeving van de laatste. Hoe de stationaire banen om andere kernen als waterstof verdeeld zijn, willen wij op een andere plaats bespreken. Wij willen volstaan met de vermelding, dat bij zware atomen de formules (17) en (18) wegens de groote waarde van de kernlading E zulke kleine trappen voor de discrete hoekverdeeling opleveren, dat het resultaat niet aanmerkelijk van de verdeeling volgens de klassieke statistische mechanica kan afwijken.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt namens Prof. W. H. KEESOM aan: Mededeeling N°. 7*b* uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: N. H. KOLKMEIJER „*Tijd-ruimte-symmetrie* II. *Beschouwing van een bizonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van* LANDÉ".

(Mede aangeboden door den Heer EHRENFEST).

§ 1. *Inleiding.* In den laatsten tijd hebben BORN, LANDÉ en MADELUNG [1]) gedeeltelijk in samenwerking atoommodellen bestudeerd, waarbij de om de kern loopende elektronen verdeeld zijn over een aantal schalen, in elk waarvan zij een symmetrische verdeeling vertoonen.

LANDÉ behandelt [2]) het vraagstuk van het zoeken van „baankrommen met polyedersymmetrie", met de bedoeling het *p*-lichamen-probleem der *p* elektronen (de kern wordt in rust gedacht) terug te brengen tot een één-lichaam-probleem.

Het kan het overzicht over de mogelijkheden, die zich bij dit vraagstuk voordoen en het inzicht in het symmetriekarakter der gevonden modellen vergemakkelijken, als deze laatste bezien worden uit het oogpunt der tijd-ruimte-symmetrie (verder aangeduid met t.-r.-symmetrie) waarover in een vorige Med. [3]) gehandeld is. Tevens kan hierdoor de bruikbaarheid der aldaar gegeven beschouwingen getoetst worden. Wij zullen slechts de tetraëdrische modellen van LANDÉ nagaan.

---

[1]) M. BORN en A. LANDÉ Verh. d. D. Phys. Ges. 20 (1918) p. 210.
M. BORN Verh. d. D. Phys. Ges. 20 (1918) p. 230.
A. LANDÉ Sitz.-Ber. d. Berl. Akad. 1919 p. 101, Verh. d. D. Phys. Ges. 21 (1919) p. 2, 644, 653, Zs. f. Physik 2 (1920) p. 83.
E. MADELUNG en A. LANDÉ Zs. f. Physik 2 (1920) p. 230.

[2]) Zie de in noot 1 aangehaalde verhandelingen in Verh. d. D. Phys. Ges. en Zs. f. Physik.

[3]) N. H. KOLKMEIJER Meded. N°. 7*a*. Vorig Versl. p. 824

§ 2. *De ruimtegroep van* SCHOENFLIES, *die de grondslag is van de tetraëdrische atoommodellen van* LANDÉ. In fig. 1 zijn de 24 punten geteekend, die door de symmetrie van de tetraëdrische groep van de tweede soort T_d (hemimorphe hemiedrie van het regulaire systeem) van SCHOENFLIES ontstaan, als men er één willekeurig kiest [1]). SCHOENFLIES somt de niet-equivalente dekoperaties van deze groep aldus op:

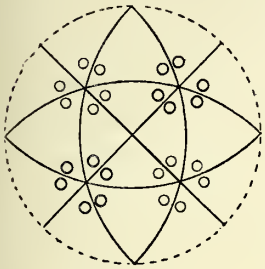


Fig. 1.

$$I\begin{cases} 1 & \mathfrak{U} & \mathfrak{V} & \mathfrak{W} \\ \mathfrak{A} & \mathfrak{A}' & \mathfrak{A}'' & \mathfrak{A}''' \\ \mathfrak{A}^2 & \mathfrak{A}'^2 & \mathfrak{A}''^2 & \mathfrak{A}'''^2 \end{cases} \qquad II\begin{cases} \mathfrak{S}_d & \mathfrak{U}\mathfrak{S}_d & \mathfrak{V}\mathfrak{S}_d & \mathfrak{W}\mathfrak{S}_d \\ \mathfrak{A}\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}'\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}''\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}'''\mathfrak{S}_d \\ \mathfrak{A}^2\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}'^2\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}''^2\mathfrak{S}_d & \mathfrak{A}'''^2\mathfrak{S}_d \end{cases}$$

waarin $\mathfrak{U}$, $\mathfrak{V}$ en $\mathfrak{W}$ draaiingen van $\frac{2\pi}{2}$ om de tweetallige assen, $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{A}'$, $\mathfrak{A}''$ en $\mathfrak{A}'''$ draaiingen van $\frac{2\pi}{3}$ om de drietallige assen en $\mathfrak{S}_d$ een spiegeling in een der symmetrievlakken aangeven.

§ 3. *Het model met* 24 *elektronen.* Wordt de kern samenvallend gedacht met het middelpunt van den bol, waarop de punten geteekend zijn, dan zal een elektron met een ander moeten botsen, als het bij zijn beweging de zijden of ribben van den drievlakshoek, waarin het zich bevindt, bereikt. LANDÉ neemt, zooals in Med. 7*a* reeds werd opgemerkt, nu en dan wel aan, dat zoo'n botsing plaats vindt; waarschijnlijk acht hij het voorkomen van die gebeurtenis niet. Wij zullen dergelijke botsingen hier maar voor onmogelijk houden. Elk elektron moet dan dus een baan beschrijven, die binnen den drievlakshoek begrepen blijft. (Elementair-gebied).

Een t.-r.-symmetrisch atoom verandert nu voortdurend zijn uiterlijk aanzien. Ook dus, zoo niet alle, dan toch die eigenschappen, die met dit aanzien samenhangen. Het zou wel moeilijk, zoo niet onmogelijk zijn, een dergelijk atoom aan zijn eigenschappen te herkennen, tenzij bij benadering dezelfde configuratie der elektronen telkens weer terugkomt. Dit duidt in de richting ván tijdsymmetrie, indien tenminste de tijdsverloopen tusschen twee terugkeeren tot dezelfde configuratie zoo weinig verschillen, dat wij ze als even groot mogen beschouwen.

Het zou daarbij nu wel kunnen gebeuren, dat de teruggekeerde

[1]) De punten aan den achterkant van den bol zijn door lichtere, die aan den voorkant door zwaardere cirkeltjes aangeduid.

configuratie in de ruimte een anderen stand inneemt dan de oorspronkelijke. Zoolang wij ons echter niet bezighouden met de betrekking van een atoom tot een nabijzijnd, mogen wij een coördinatenstelsel zich ten eerste met zijn oorsprong laten meebewegen met de kern, ten tweede zoodanig om zijn oorsprong laten wentelen, dat de teruggekeerde configuratie denzelfden stand ten opzichte van het stelsel inneemt als het oorspronkelijke.

Uit mededeeling 7*a* is gebleken, dat het telkens na verloop van een bepaalden tijd terugkeeren van een elektron op dezelfde plaats (in het assenstelsel) en het gelden van deze relatie voor elk der elektronen wijst op het bestaan van een „dilatie" $\mathfrak{P}$ of een „keerdilatie" Ω.

Evenals in een ruimtenet de translaties een oneindige groep vormen, vormen de dilaties een oneindige groep $1, \mathfrak{P}, \mathfrak{P}^2$ enz. [1]). Laten wij deze groep aanduiden met *H*. SCHOENFLIES duidt enkele ruimtegroepen aan door tusschen accolades te plaatsen het symbool van de bij het vormen van de groep gebruikte translatiegroep en, daarvan door een komma gescheiden, het symbool van de isomorphe puntgroep. Het is dan wel duidelijk, dat de groep van dekoperaties van het bovenstaand atoommodel met 24 elektronen voorgesteld wordt door $\{T_d, H\}$. De groep omvat dus de dekoperaties I en II en bovendien dezelfde dekoperaties, ieder vermenigvuldigd met $\mathfrak{P}^n$, waarin voor n elk positief of negatief geheel getal gezet moet worden. In fig. 2 zijn mogelijke banen van 12 der 24 electronen aangegeven.

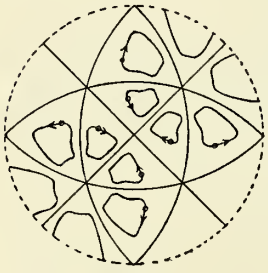


Fig. 2.

§ 3. *Het model met* 12 *elektronen*. Stel nu echter, dat er slechts 12 elektronen met nog zooveel mogelijk tetraëdrische symmetrie rondloopen. De 24 elektronen van zooeven moeten dan dus 2 aan 2 samenvallen. Een elektron moet dan de grens van zijn gebied kunnen overschrijden, afgezien van het triviale geval, dat het zich steeds in een $\mathfrak{s}$ beweegt. Zou er alleen ruimtesymmetrie bestaan, dan zou dit overschrijden niet kunnen gebeuren. Op het oogenblik der over-

[1]) Bij SCHOENFLIES voert elke der dekoperaties van een groep een deeltje over in een ander (op hetzelfde tijdstip) behalve de identiteit. Daarom is bij SCHOENFLIES het aantal dekoperaties van een groep gelijk aan dat der deeltjes. In de hier beschouwde groep echter voeren sommige operaties een deeltje over in hetzelfde deeltje op een ander tijdstip. Dit heeft ten gevolge, dat het aantal deeltjes niet meer gelijk is aan dat der operaties in de groep. Dit laatste wordt nu gelijk aan dat der voor het bepalen der modellen benoodigde aantal standen van alle deeltjes.

schrijding van een $\mathfrak{s}$ vallen de beide elektronen wel samen; de snelheid van het een is echter de in het vlak gespiegelde van het ander. De daaruit voortvloeiende botsing kan voorkomen worden als de snelheid van het eene elektron op zijn baan omgekeerd wordt. Uit Meded. 7*a* is te zien, dat dit inderdaad gebeurt, als de spiegeling in het $\mathfrak{s}$ gepaard gaat aan een retroductie $\mathfrak{M}$ of keerdilatie $\mathfrak{Q}$, d. w. z. een retroductie $\mathfrak{M}$, vermenigvuldigd met een dilatie $\mathfrak{P}$.

Om de elektronen twee aan twee te laten samenvallen behoeven wij slechts het symmetriemoment der retroductie $\mathfrak{m}$ gelijk te kiezen aan dat der overschrijding van een der zes $\mathfrak{s}$'s. Wij kunnen de groep der dekoperaties in dit geval aldus opstellen. Vervang II uit § 2 door:

$$III \begin{cases} \mathfrak{M}\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{U}\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{B}\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{W}\mathfrak{E}_d \\ \mathfrak{M}\mathfrak{A}\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}'\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}''\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}'''\mathfrak{E}_d \\ \mathfrak{M}\mathfrak{A}^2\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}'^2\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}''^2\mathfrak{E}_d & \mathfrak{M}\mathfrak{A}'''^2\mathfrak{E}_d \end{cases}$$

I en III vormen dan een groep, die wij Γ_1 noemen. Deze groep, vermenigvuldigd met *II* levert de gezochte groep op, alzoo $\Gamma_1' = \{\Gamma_1, II\}$.

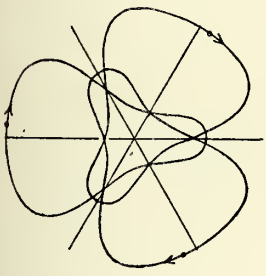


Fig. 3.

Een opmerking moge hierbij gemaakt worden. Het gevonden model is geheel afgeleid volgens den gedachtengang, die LANDÉ volgde bij de oplossing van het in de inleiding bedoelde vraagstuk, dat n.l. p elektronen $n = pq$ banen zoodanig doorloopen, dat zij voortdurend de symmetrie van een ondergroep vertoonen, terwijl elk der p elektronen q bepaalde banen achtereenvolgens doorloopt, waarbij pq het aantal operaties in een groep voorstelt. Het model is dus ook een „tetraëdrisch atoommodel". Toch is het niet het model met 12 elektronen, dat LANDÉ beschouwt. Bij het door ons beschouwde model toch beschrijft ieder der 12 elektronen een baan (zie fig. 3, waarin de projectie der banen van 3 elektronen op een vlak loodrecht op een drietallige as geteekend is), die symmetrisch is ten opzichte van een $\mathfrak{s}$, terwijl de twee elektronen, die uit een derde af te leiden zijn door daarop $\mathfrak{A}$ en $\mathfrak{A}^2$ toe te passen, banen beschrijven, die uit de baan van dat derde op dezelfde wijze af te leiden zijn. (De periode $\mathfrak{p}$ van $\mathfrak{P}$ is juist de omloopstijd in zoo'n baan). Zonder nu uitdrukkelijk op de noodzakelijkheid daarvan te wijzen, teekent LANDÉ het geval, dat de drie bedoelde banen tot één samenvallen, die symmetrisch is ten opzichte van de drie betrokken $\mathfrak{s}$'s,

terwijl de drie elektronen daarin met $^1/_3$ fazeverschil rondloopen. (Zie fig. 4).

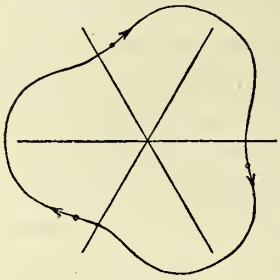


Fig. 4.

Wij vinden de groep der dekoperaties van het model van LANDÉ door de geheele reeds gevonden groep nog te vermenigvuldigen met $\mathfrak{M}'\mathfrak{S}_d'$ waarin $\mathfrak{S}_d'$ een tweede $\mathfrak{S}$ en $\mathfrak{M}'$ betrekking heeft op het tijdstip der overschrijding daarvan. Waar dan tegelijkertijd $\mathfrak{M}\mathfrak{S}_d$ en $\mathfrak{M}'\mathfrak{S}_d'$ dekoperaties zijn, is ook $\mathfrak{M}\mathfrak{M}'\mathfrak{S}_d\mathfrak{S}_d'$ een dekoperatie, een tijddraaiing alzoo met draaiing $\frac{2\pi}{3}$ en periode $^1/_3$ van den omloopstijd $= 2 \times$ den tijd, verloopen tusschen de overschrijdingen der beide $\mathfrak{s}$'s. Noemt men de groep der machten van dilaties met periode $= ^1/_3$ omloopstijd Π', dan is dus de nieuwe groep $\Gamma_1'' = \{\Gamma_1, \Pi'\}$. Van groep Π' is de vroeger beschouwde groep Π een ondergroep.

§ 4. *Het model met* 4 *elektronen.* LANDÉ gaat ook na het geval van 4 elektronen. Dit geval is uit het voorafgaande model van LANDÉ af te leiden door de twee elektronen, die uit een derde ontstaan door enkele en dubbele draaiing van $\frac{2\pi}{3}$ om een drietallige as met dit derde tot samenvalling te brengen en dit voor elk der drietallige assen te doen. Men verandere daartoe slechts de drietallige assen in drietallige tijdassen, kieze de periode gelijk aan $^1/_3$ omloopstijd der elektronen in hun baan, en drage zorg, positieve dilaties te combineeren met draaiingszinnen om de assen, die overeenkomen met de richting van omloop der elektronen. In dat geval vormen echter I en III, beide in den bedoelden zin gewijzigd, geen groep meer. Wanneer men evenwel de groep:

$$I\ \{\ 1 \quad \mathfrak{U} \quad \mathfrak{V} \quad \mathfrak{W} \qquad II\ \{\ \mathfrak{M}\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}\mathfrak{U}\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}\mathfrak{V}\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}\mathfrak{W}\mathfrak{S}_d$$

(deze vormen n.l. een groep, die in denzelfden zin van de groep V_d van SCHOENFLIES afwijkt als de groep Γ_1 van T_d), die wij Γ_2 zullen noemen, vermenigvuldigt met de oneindige groep Π'' der tijddraaiingen 1, $\mathfrak{P}'\mathfrak{A}, \mathfrak{P}'^2\mathfrak{A}^2$, enz., waarin $\mathfrak{P}'$ een $\mathfrak{p} = ^1/_3$ omloopstijd heeft, dan is de ontstaande groep $\Gamma_2' = \{\Gamma_2, \Pi''\}$ de gezochte [1]). Ook

[1]) Ofschoon het doel hier niet is, alle mogelijke gevallen op te sporen, moge er toch op gewezen worden, dat er nog een andere wijze van tot samenvalling brengen van elektronen aan te geven is. N.l. het vervangen der *twee*tallige assen door tijdassen. Er komen dan zes elektronen, die bijv. ieder in een zijvlak van een kubus zouden kunnen loopen. Wellicht heeft LANDÉ dit model verworpen

van Π'' is Π een ondergroep. Fig. 4 geeft ook dit geval aan, als men twee van de drie geteekende deeltjes laat vervallen.

§ 5. *Het model van* MADELUNG *en* LANDÉ. MADELUNG en LANDÉ hebben l.c. nog een model behandeld, waarbij vier elektronen op de laatstbesproken wijze en wel eenparig in cirkels rondloopen, terwijl in zijn baan elk der vier op een boogafstand van 75° gevolgd wordt door een ander, zoodat er in 't geheel acht rondloopen. Dit model volgt dadelijk uit het vorige, als men het tijdstip van $\mathfrak{M}$ niet gelijk kiest aan dat der overschrijding van een der $\mathfrak{s}$'s. Dan toch loopen twee elektronen in elke baan en wel met constant fazeverschil, als de banen cirkelvormig zijn en eenparig doorloopen worden. Dit laatste is niet door de gebruikte operaties uit te drukken. Het bedoelde model valt dus als een bizonder geval onder de groep: $\Gamma'_8 = \{\Gamma_8, \Pi''\}$, waarin Γ_8 is:

$$I \left\{ 1 \quad \mathfrak{U} \quad \mathfrak{V} \quad \mathfrak{W} \right. \qquad II \left\{ \mathfrak{M}'\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}'\mathfrak{U}\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}'\mathfrak{V}\mathfrak{S}_d \quad \mathfrak{M}'\mathfrak{W}\mathfrak{S}_d \right.$$

§ 6. *Slotopmerkingen.* Men kan op dezelfde wijze ook de kubische modellen met resp. 48, 24 en 8 elektronen nagaan, evenals de modellen met andere aantallen elektronen.

Op het probleem van het t.-r.-symmetrisch verband der verschillende schalen van een atoom worde hier nog gewezen in verband met het boven aangevoerde omtrent de periodiciteit van de configuratie der elektronen.

Ten slotte kan nog opgemerkt worden: bewegen een aantal elektronen zich zoodanig, dat er t.-r.-symmetrie is, dan blijkt uit het voorgaande wel, dat er wellicht geen enkel zuiver ruimtesymmetrieelement bestaat. In de bewegingsverg., door LANDÉ opgesteld voor een van vier elektronen werd nu rekening gehouden met de nog overgebleven ruimtesymmetrie der vier elektronen. Deze verg. bleken de symmetrie te hebben van de groep T_d van SCHOENFLIES, tengevolge waarvan het vier-lichamen-probleem der 4 elektronen teruggebracht was tot een één-lichaam-probleem. Uit het voorafgaande volgt nu, dat dit terugbrengen eigenlijk alleen het gevolg kan zijn van het bestaan in de verg. van de t.-r.-symmetrie der elektronenconfiguratie en niet slechts van deze laatste na wegschrapping van tijdsymmetrie-deelen. Men verifieert echter gemakkelijk, dat in de

---

omdat het de tweetallige assen mist. Toch moet ook dit model wel als een geval van „tetraëdrische" t.-r.-symmetrie beschouwd worden. Het model is trouwens ook te beschouwen als bizonder geval van het model van LANDÉ van zes elektronen in rhomboëder-verband.

hier besproken gevallen deze opmerking geen wijziging brengt in de conclusie. Men heeft trouwens kunnen opmerken, dat het ontstaan van t.-r.- in plaats van ruimtesymmetrie telkens samenhing met het doen versmelten van twee of meer banen tot één; en algebraïsch komt dit neer op grenscondities, niet op een eigenschap der bewegingsverg.

Palaeontologie. — De Heer Eug. Dubois biedt eene mededeeling aan over: *„De beteekenis der groote schedelcapaciteit van Homo neandertalensis"*.

(Aangeboden in de vergadering van 27 November 1920).

Voor het bekend worden van den fossielen mensch van La Chapelle-aux-Saints berustte onze kennis van de belangrijkste eigenschap van *Homo neandertalensis*, de schedelcapaciteit, slechts op schatting, vooral naar den inhoud der calvaria. Schaaffhausen, Huxley en Schwalbe gingen daarbij uit van de onderstelling, dat de, naar zijn grootte, menschelijke inhoud der schedelkap van het Neander-dal in dezelfde betrekking tot dien van den geheelen schedel gestaan heeft als bij menschen van het tegenwoordig type. Het kan geen verwondering baren, dat hun uitkomsten vrij wel overeenstemmen. [1])

Eerst mat Schaaffhausen [2]) den inhoud der Neandertal-schedelkap met water, tot den bovensten orbitaalwand van het voorhoofdsbeen, de hoogste insnijding van den schubrand der wandbeenderen en de lineae nuchae superiores van het achterhoofdsbeen, en vond daarvoor 1033 cM.³ en, den inhoud van het ontbrekende deel, naar andere schedels, op 215 cM.³ schattend, voor den geheelen schedelinhoud 1248 cM.³ Later, opnieuw de calvaria met water metend, „mit ihrem oberen Rande horizontal gestellt", vindt hij voor haren inhoud 930 cM.³ en nu voor de geheele capaciteit, door vergelijking met het overeenkomstige deel en het geheel van een „roh gebildeten Schädel" van 1305 cM.³ inhoud en van een negerschedel, slechts 1093, resp. 1099 cM.³ Uitgaande van de eerste calvaria-meting van Schaaffhausen, schatte Huxley [3]) den inhoud van den geheelen fos-

---

[1]) M. Boule, Sur la capacité cranienne des Hommes fossiles du type dit de Néanderthal. Comptes rendus. Académie des Sciences. Tome 148, p. 1352. Paris 1909.

[2]) Schaaffhausen, Zur Kenntniss der ältesten Rassenschädel. Archiv für Anatomie, Physiologie und wissenschaftliche Medicin (Johannes Müller). Jahrgang 1858. Berlin, p. 455, p. 464.

H. Schaaffhausen, Der Neanderthaler Fund, p. 43. Bonn 1888.

[3]) T. H. Huxley, Evidence as to Man's Place in Nature, p. 157. London 1863.

sielen schedel op 75 cubic inches = 1229 cM.³ SCHWALBE [1]) mat den inhoud der Neandertal-calotte met erwten, tot het transversale glabella-inionvlak, en vond dan, door vergelijking met den schedel van een nieuwierlander, voor de geheele capaciteit van den Neandertal-schedel 1233 cM.³ Zijn vertrouwen in deze uitkomsten was zoo groot, dat hij meende: „An der Thatsache, dass die Capacität des Neanderthalschädels nicht mehr als 1230 ccm. beträgt, ist jedenfalls nicht zu zweifeln". Toch is het later anders uitgekomen.

De metingen van SCHAAFFHAUSEN hadden niet betrekking op behoorlijk af te bakenen deelen der schedelholte. Daarom heb ik, reeds in 1897, den inhoud der Neandertal-calvaria gemeten tot een bepaald, in het encephalon te denken vlak, het transversaal vlak door de frontale hersenpool (dat bij de meeste menschenschedels, evenals bij die van het Neandertal en van Spy en bij Pithecanthropus, beantwoordt aan de grens van het onderste en middelste derde deel der oppervlakte van de onderste voorhoofdswinding) en het midden van den bovenrand van den rechter sulcus transversus van het achterhoofdsbeen (beantwoordend aan den onderrand der groote hersenen). Eerst heb ik toen te Luik, in het laboratorium van mijn betreurden vriend JULIEN FRAIPONT, den inhoud der calvaria van de Spy-schedels, vervolgens te Bonn, in het Provinzial-Museum, met vergunning van den directeur, Professor J. KLEIN, dien van de Neandertal-calvaria, op twee achtereenvolgende dagen, op volkomen gelijke wijze, met hetzelfde materiaal (raapzaad) gemeten. Voor de Neandertal-calvaria vond ik 920 cM³., bijna denzelfden inhoud als SCHAAFFHAUSEN bij zijn tweede meting. Deze overeenstemming berust wel daarop, dat de bovenrand van den rechter sulcus transversus in zijn horizontaal verloop met

[1]) G. SCHWALBE, Der Neanderthalschädel. Bonner Jahrbücher, Heft 106, p. 50—52. Bonn 1901. SCHWALBE verwerpt ten onrechte SCHAAFFHAUSEN's tweede bepaling, „weil sie durch Wasserfüllung ermittelt ist", hetgeen toch ook voor de eerste bepaling zou moeten gelden. Fouten konden daarbij wel vermeden worden. Het is niet duidelijk waardoor SCHAAFFHAUSEN bij zijn latere vergelijking tot zooveel lager capaciteit van den fossielen schedel kwam; vermoedelijk door andere begrenzing der calvaria-ruimte in de moderne schedels dan in het fossiel.

J. RANKE (Der Mensch. Zweite Auflage. Band II, p. 478. Leipzig 1894) schatte de capaciteit, naar den horizontalen omvang en den breedte-index, volgens de tabel van WELCKER, op 1532 cM³. L. MANOUVRIER („Deuxième étude sur le Pithécanthropus" in Bulletin de la Société d'Anthropologie de Paris, 4e série, tome 6, p. 585. Paris 1895) op meer dan 1500 cM³, door een basion-bregmahoogte van 125 mM. en een „kubieken index" van 1.25 aan te nemen. De laatste schatting, in Broca-maat, komt overeen met een minimum van 1410 cM³ ware inhoud. RANKE onderstelt, zeker ten onrechte, dat de hoogte, onafhankelijk van den bijzonderen vorm van den schedel, in dezelfde betrekking tot de horizontale maten staat als bij gewone menschenschedels.

den breukrand samenvalt [1]). Zoo bepaalde ik den inhoud der calvaria van Spy I op ten minste 900 cM³., van Spy II op ten minste 1050 cM³. De twee laatste getallen kunnen slechts aldus approximatief zijn, wegens de onvolledigheid en gedeeltelijke reconstructie der schedelwanden, vooral van Spy I.

Ten einde met zooveel mogelijk homologe inhouden van schedels van tegenwoordige menschen te vergelijken koos ik drie schedels van Europeanen (Hollanders) van verschillende grootte en een schedel van een Javaan en bepaalde aan de impermeabel gemaakte en door glasplaat afgesloten helften, met water, de inhouden van het bovenste (calvaria-)gedeelte en van het geheel.

	H.1	H.2	H.3	J.	
Capaciteit	1260	1434	1500	1550	cM³
Calvaria	884	1000	1070	1150	,,
Verhouding	1.42	1.43	1.40	1.35	gem. 1.4.

De calvaria-hersenruimten der onderzochte individuen van den Neandertal-Mensch vallen dus geheel binnen den kring der zooveel mogelijk homologe hersenruimte van grootschedelige tegenwoordige rassen. De geheele inhoud (capaciteit) is dan zeker ook niet geringer geweest [2]). Bij een aapachtig afgeplatten bovenschedel moet, evenals bij dien der Apen, een betrekkelijk grootere onderschedel behoord hebben dan bij den hoog gewelfden schedel van den tegenwoordigen Mensch.

---

[1]) Aldus bij mijn onderzoek opgeteekend. De niet scherp te bepalen protuberantia occipitalis interna ligt ± 8 mM. hooger.

[2]) Eug. Dubois, Remarks upon the Brain-Cast of Pithecanthropus erectus. Proceedings of the Fourth International Congress of Zoology. Cambridge 1898, p. 85—86. — Aldaar ook over hetzelfde onderzoek aan apenschedels en aan de calvaria van Pithecanthropus erectus. De uitkomsten waren als volgt (cM³.):

Pithecanthropus	Gorilla ♂	Anthropopithecus ♀	Simia satyrus ♀
Capaciteit —	540	356	346
Calvaria 570	334	255	219
Verhouding —	1.61	1.43	1.58

Hylobates agilis ♂	Symphalangus ♂	Semnopithecus entellus ♂	Macacus cynomolgus ♂
114	128	116	77
73	62	72	48
1.56	2.06	1.61	1.60

De metingen van de capaciteiten met raapzaad gaven mij gemiddelde uitkomsten gelijk aan die met water; de gevonden capaciteiten kunnen, wat dat betreft, als ware inhouden beschouwd worden.

Naar de gevonden menschelijke verhouding zou de capaciteit van den (geheelen) Neandertal-schedel 1288 cM³. geweest zijn, in overeenstemming met de vroegere en SCHWALBE's schattingen; die van Spy I zou ten minste 1260 en die van Spy II ten minste 1470 cM³. bedragen hebben.

Maar aan de schedels van Apen (Gorilla gorilla, Simia satyrus, Hylobates agilis, Semnopithecus entellus, Macacus cynomolgus) bevond ik, dat de verhouding dier weder zooveel mogelijk homologe inhouden, onderling weinig afwijkend, gemiddeld 1.6 bedraagt. Bij den zeer platkoppigen Siamang is zij zelfs tot 2 gestegen (in tegenstelling met 1.56 bij Hylobates agilis); bij een vrouwelijken Chimpansé vond ik daarentegen 1.43.

Deze laatste verhoudingen maken het betwijfelbaar of wel de betrekkelijk geringe inhoud van den bovenschedel (calvaria) en de platycephalie, ook in het algemeen, lage hersenontwikkeling beteekenen, en waarschijnlijk, dat hier buiten de hersenen gelegen mechanische factoren, in verband staande met de betrekkelijke grootte van de kaken en de houding van het hoofd, indien zij niet alleen in het spel zijn, althans overwegen. Inderdaad zijn de kaken van den Siamang betrekkelijk veel grooter dan die van de kleine Hylobatiden (de verhouding capaciteit: „palatal area" is bij Symphalangus syndactylus 6.7 : 1, bij Hylobates lenciscus 9.5 : 1); ook de vrouwelijke Chimpansé heeft betrekkelijk kleine kaken. En ongetwijfeld droeg Homo neandertalensis het hoofd anders dan Homo sapiens.

Die aan apenschedels gevonden verhoudingen hadden kunnen doen verwachten, dat in de platycephale schedels van het Neandertal-type de onderschedel en aldus de geheele schedelinhoud, met betrekking tot de calvaria, ruimer geweest is dan in schedels van het Homo sapiens-type.

Dit is inderdaad gebleken, nadat in 1909 BOULE [1]) met VERNEAU en RIVET, door directe meting met gierstzaad, de (totale) schedelcapaciteit van den fossielen mensch van La Chapelle-aux-Saints bepaald en het aanzienlijk bedrag van 1626 cM.³ Broca-maat, dat is 1530 cM.³ ware inhoud [2]) gevonden had.

SCHWALBE [3]) zag nu aan dezen schedel, dat het niet aanging, het ontbrekende deel der capaciteit van den Neandertal-schedel uit de

---

[1]) Comptes rendus. Acad. des Sciences, l.c.

[2]) Naar E. SCHMIDT's Reductionstabelle für die Broca'sche Schrotmessungen. Archiv für Anthropologie. Band 13. Supplement, p. 78. Braunschweig 1882.

[3]) G. SCHWALBE, Kritische Besprechung von BOULE's werk: „L'Homme fossile de La Chapelle aux-Saints" mit eigenen Untersuchungen. Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie. Band 16, p. 593—594, Fig. 1—3. Stuttgart 1914.

vergelijking met een schedel van Homo sapiens, zooals hij vroeger gedaan had, te berekenen en vond, dat de Neandertaler zich van Homo sapiens scherp onderscheidt door de veel aanzienlijker relatieve hoogte van den onderschedel, gemeten door de loodlijn van het basion op de glabella-inionlijn. Aan afbeeldingen van Boule constateert hij, dat de hoogte van dat onderste schedelgedeelte een relatief veel grooter deel van de totale hoogte (loodrecht op de glabella-inionlijn) uitmaakt dan bijvoorbeeld in Australische schedels. De kalot-hoogte van den La Chapelle-schedel is naar zijne meting 82 mM., hetgeen ook ik aan Boule's figuren 24, p. 34 en 1, Pl. III vind. Zijn overige opgaven zijn moeilijk te volgen; zoo wordt die kalot-hoogte als „Unterschädel" bij een „Oberschädel (Kalottenhöhe") van 130 mM. opgeteld, waardoor een (onmogelijke) totale hoogte van 212 mM. verkregen wordt. In werkelijkheid is, naar Boule's opgaaf [1]), de basion-bregmahoogte 131 mM., waarnaar ik voor de totale hoogte 135 mM. vind, voor de onderschedelhoogte derhalve 53 mM. of 39.3 % van de totale hoogte, welke laatste uitkomst met Schwalbe's 38.7 % toch wel goed overeenstemt. Voor een Elsasser man geeft hij 12.7 %, voor een Australiër 27.6 % onderschedelhoogte aan. Aan zijn figuren 1 (Elsasser) en 2 (Australiër) meet ik evenwel verhoudingen van 24.1 en 21.6 %. Twee andere Australiërs hebben 22.8 en 27.7 %. Aan den schedel van Wadjak I is de verhouding 28.6 %. Aan een Javaanschen schedel vind ik 21.2 %, aan een Hollandschen schedel van onbekende herkomst 25.6 . Voor een volwassen Chimpansé vindt Schwalbe 50 % en voor een Macacus nemestrinus 55 % onderschedelhoogte. Aan den schedel van Hylobates agilis bepaalde ik de verhouding 46.5 % en aan dien van den Siamang, Hylobates (Symphalangus) syndactylus 60 %. Schwalbe berekent 38.5 % voor den Neandertal-schedel; maar door vergelijking met de totale hoogte 135 van den La Chapelle-schedel vind ik, bij Schwalbe's 80.5 mM. kalot-hoogte van den Neandertaler, 37 %.

In dit verband krijgt nu de betrekkelijke hoogte van dat onderste gedeelte in de schedels van Friezen van oude terpen en van het eiland Marken, in de Zuiderzee, die door Barge voortreffelijk beschreven werden, bijzondere beteekenis [2]).

[1]) L'Homme fossile de La Chapelle-aux-Saints, p. 37.

[2]) J. A. J. Barge, Beiträge zu Kenntnis der niederländischen Anthropologie I. Friesenschädel. Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie. Band 16, p. 329—396. Stuttgart 1913. II. Schädel von der Insel Marken. Ibid., p. 465—521, Stuttgart 1914. Met afbeeldingen en tabellen. — Van het eiland Marken is ook Blumenbach's „Batavus genuinus" afkomstig, aan welks voorhoofd Schaaffhausen, Spengel

Barge heeft daarbij afdoend bewezen, hetgeen reeds door Bolk was waargenomen, dat de Friezenschedels van het eiland Marken, en wel vooral de vrouwelijke schedels, door een bijzonder soort van kindermutsen kunstmatig misvormd, platycephaal geworden zijn; hun kalothoogte-index is gemiddeld 55.4 (aan drie vrouwelijke schedels 52.5) tegen 59.4 aan de natuurlijk gevormde oude Friezenschedels uit terpen.

Het is nu treffend, te zien dat ook met deze kunstmatige afplatting hooger worden van den onderschedel gepaard gaat. Aan 28 van Barge's mediane krommen van terpen-Friezenschedels kan de betrekkelijke hoogte van den onderschedel (loodrecht onder de glabella-inionlijn) gemeten worden; ik vind daarvoor de volgende waarden, in percenten der totale schedelhoogte: 25.1, 13.9, 21.3, 19.5, 19.9, 10.3, 23.0, 23.5, 21.2, 25.2, 21.5, 21.1, 24.0, 25.7, 23.7, 24.7, 24.8, 15.7, 22.6, 17.7, 12.8, 19.3, 16.5, 21.4, 25.5, 20.0, 24.4, 18.8. Het gemiddelde dezer Friezenschedels is **20.8**.

Aan 9 mediane krommen van Marker schedels vind ik: 28.4, 28.4, 27.0, 23.0, 26.0, 26.3, 25.4, 22.9, 21.1. De drie eerste, grootste, getallen zijn van vrouwelijke schedels. Het gemiddelde van de negen Marker schedels is **25.4**, van de zes mannelijke (?) alleen 24.1, van de drie vrouwelijke 27.9.

Aldus blijkt, dat met die kunstmatige platycephalie grooter hoogte van den onderschedel gepaard gaat. Men kan zich dit niet wel anders voorstellen, dan dat door den druk van boven een deel der hersenmassa naar onder uitweek. Aan de geringe verlaging van den bovenschedel beantwoordt daarom een evenredig geringe verhooging van den onderschedel; in den schedel van La Chapelle-aux-Saints aan 40.5 kalothoogte-index 39.3 % onderschedelhoogte.

Nu is de grooter hoogte van den onderschedel, beneden de glabella-inionlijn, in schedels van het Neandertal-type en in schedels van Apen, zeker voor een deel te verklaren door de relatief hooge ligging van het inion. Bij Spy I vond ik dat punt 12 mM., bij Spy II

---

en R. Virchow neandertaloiede trekken meenden te vinden. Het getuigenis van den Batavus genuinus leidde Rud. Wagner zelfs tot de uitspraak: „Der Neanderthalschädel ist von einem alten Holländer", met de verzachtende omstandigheid: „bis zum Gorilla hat es doch noch entsetzlich weit hin". (H. Schaaffhausen, Der Neanderthaler Fund, p. 21, voetnoot. Bonn 1888). Platycephaal kan deze groote Markerschedel niet genoemd worden, daar de kalothoogte-index 54.8 bedraagt (G. Schwalbe, Neanderthalschädel nnd Friesenschädel. Globus. Band 81, p. 173. Braunschweig 1901), dat is ongeveer gelijk aan het gemiddelde van Australiërs en Tasmaniërs. Ook de vorm van het voorhoofd is veeleer australoied te noemen. De hoogte van den onderschedel, met betrekking tot de totale schedelhoogte (gemeten aan Schwalbe's Abbildung 3, p. 172) is 19.4 %.

14 mM. boven het midden van den rechter sulcus transversus, terwijl bij schedels van het tegenwoordige type beide punten meestal even hoog liggen [1]). Aan den schedel van een ♀ chimpansé vind ik het inion 23 mM., aan dien van een ♀ orangoetan 32, van een ♂ Hylobates agilis en van een ♂ Siamang 5 mM., van een ♂ Semnopithecus entellus 14 mM. en van een ♂ Macacus cynomolgus 18 mM. boven den rechter sulcus transversus. Maar de groote hoogte van den onderschedel in het Neandertal-type kan aldus slechts voor ongeveer een derde deel verklaard worden en tusschen de beide Hylobatiden bestaat aanzienlijk verschil in de relatieve hoogte van den onderschedel, ofschoon het inion op denzelfden afstand boven den sulcus transversus gelegen is. Daarbij zij opgemerkt, dat de platycephalie van den Siamang volstrekt niet te verklaren is door zijn meerdere lichaamsgrootte, want zijn gewicht is slechts een derde grooter dan dat van de kleinere Hylobatiden. In de ontwikkeling van de hersenen, staan zij zeker allen ongeveer gelijk en toch is de schedel van den Siamang in vergelijking met de andere Hylobatiden even afgeplat als die van den Neandertal-Mensch in vergelijking met den tegenwoordigen Mensch. (Fig. 1 en Fig. 2).

Aldus mag worden aangenomen, dat het homologe onderste gedeelte van den schedel, met betrekking tot het geheel, ruimer is bij Homo neandertalensis dan bij Homo sapiens, niet of niet hoofdzakelijk door uit zichzelf geringer grootte van het bovenste gedeelte der hersenen, doch wel door soortgelijke uitwendige oorzaken die het onderste gedeelte bij den platschedeligen Siamang ruimer maken dan bij zijn kleineren bloedverwant. Door de afplatting van boven moet ook in den schedel van den Neandertal-Mensch een deel der hersenmassa naar onder zijn uitgeweken. Inderdaad is voor de physiologische functie der hersenen de plaats die zij in den schedel innemen zeer indifferent; geheel anders is het gesteld met de been- en spiersubstantie aan den schedel, welker functie van de plaats direct afhankelijk is. Dit leidt tot het inzicht, dat de eigenaardige schedel-

---

[1]) J. Fraipont en M. Lohest (Recherches Ethnographiques sur des ossements humains découverts dans les dépôts quaternaires d'une grotte à Spy. Archives de Biologie. Vol VII, p. 622. Gand 1887) zeggen, dat de protuberantia occipitalis interna „est située plus bas et en avant à un centimètre de distance environ".

K. Gorjanović—Kramberger (Der diluviale Mensch von Krapina in Kroatien, p. 112. Wiesbaden 1906) vond de protuberantia occipitalis interna „etwa 2 cm. abwärts vom Torus", M. Boule (l.c., p. 47) tusschen dezelfde punten, „inion interne" en „inion externe", den afstand 24 mM. aan den schedel van La Chapelle-aux-Saints, en Schwalbe (l.c., p. 50) in de Neandertal-calvaria het uitwendig Inion tegenover het inwendig „nur um ein Geringes verschoben".

vorm van het Neandertal-menschentype niet of tenminste niet hoofdzakelijk bepaald werd door betrekkelijk geringe grootte en lagen ontwikkelingstrap van het encephalon, doch door uitwendige mechanische factoren, en wel vooral in verband met de plaatsing en de houding van den schedel op de wervelkolom — welke ik in de mededeeling van 25 September 1920, over den „Proto-australischen fossielen Mensch van Wadjak, Java", besproken heb — zooals de afplatting van den schedel bij den Siamang, in tegenstelling met de andere Hylobatiden, slechts door zijn betrekkelijk groote kaken kan verklaard worden.

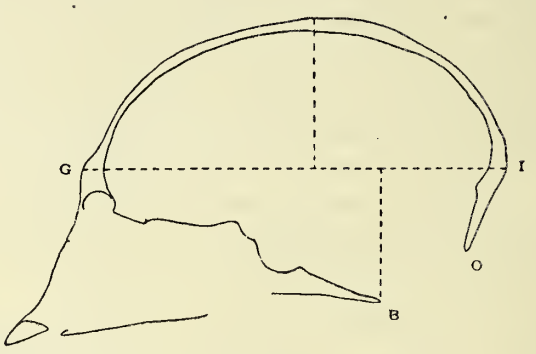


Fig. 1. Mediane schedeldoorsnede van Hylobates leuciscus. $^2/_3$ nat. gr.

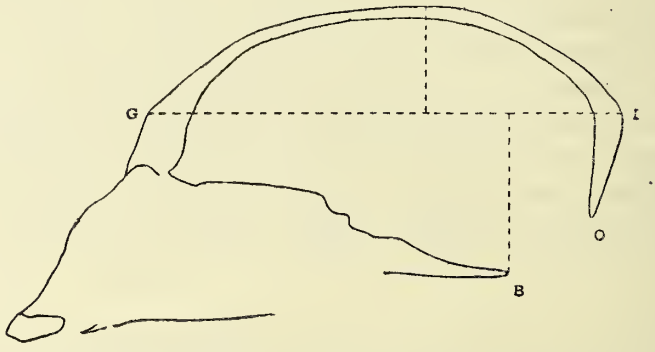


Fig. 2. Mediane schedeldoorsnede van Hylobates (Symphalangus) syndactylus. $^2/_3$ nat. gr.

De voor den mensch van het Neander-dal uit de calvaria te berekenen schedelinhoud van 1288 cM.^{3}, naar de verhouding bij het tegenwoordig menschelijk type, moet dan wel veel te klein zijn. Naar de verhouding die, tusschen de calvaria en den geheelen schedelinhoud, bij Apen bestaat zou die fossiele mensch 1472 cM^3.

hersenruimte bezeten hebben. Boule [1]) berekende 1408 cM³. Broca, dat is 1320 cM³. ware inhoud, uit de vergelijking van de grootste lengte en breedte en een overeenkomstige hoogte der endocraniale gipsafgietsels van de Neandertal-calvaria en den La Chapelle-schedel, naar evenredigheid van diens capaciteit. Daarbij werd niet in aanmerking genomen de relatief aanzienlijker breedte der Neandertal-calvaria in de voorhoofdsstreek. Op grond hiervan en van de voorafgaande overwegingen, meen ik nu de werkelijkheid nabij te komen door den inhoud van den geheelen Neandertal-schedel op t e n m i n s t e 1400 cM³. te stellen. Die van Spy I kan maar weinig kleiner geweest zijn en Spy II moet, naar dezelfde evenredigheid, 1600 cM³. ware inhoud bereikt hebben. J. Fraipont had, naar de methode van den „kubieken index", voor Spy I 1562 cM³. Broca-capaciteit berekend (hetgeen aan 1470 ware inhoud beantwoordt), voor Spy II 1723 cM³. Broca (dat is 1620 cM³. ware inhoud), onverwacht hooge uitkomsten, in die mate, dat hij er door werd afgeschrikt („effrayé") en ze niet gepubliceerd heeft; wel heeft hij de cijfers schriftelijk aan Boule medegedeeld.[2]) Thans komen ons die berekende inhouden volstrekt niet onwaarschijnlijk voor, immers de hooger gewelfde schedel van Spy II overtreft slechts met 70 tot 90 cM³. den La Chapelle-schedel.

Den inhoud van den Gibraltar-schedel berekende Sollas [3]) naar de voor een deel gereconstrueerde rechter helft, welker inhoud hij met gierstzaad gemeten had, op ongeveer 1260 cM³. Vergelijking van het endocraniaal gipsafgietsel (dier rechter schedelhelft) met dat van den La Chapelle-schedel gaf Boule [4]) 1296 cM.³ Broca (= 1214 cM.³ ware inhoud) en door directe inhoudsbepaling van zulk een afgietsel vond Keith [5]) ongeveer 1200 cM.³ schedelinhoud. Groote waarde kan aan deze schattingen, naar het zeer onvolledig en waarschijnlijk post-mortem eenigszins misvormd fossiel, niet gehecht worden. Beter is het gesteld met den schedel van La Quina, welks inhoud Boule [1]), naar het minder onvolledig endocraniaal gipsafgietsel, op 1367 cM.³ Broca (= 1282 cM.³ ware inhoud) stelde.

Beide laatstgenoemde schedels worden algemeen voor vrouwelijke gehouden, de overige schedels van het Neandertal-type zijn waarschijnlijk alle mannelijke. Daar nu de gemiddelde ware capaciteit

---

[1]) M. Boule, L'Homme fossile de La Chapelle-aux-Saints, p. 189.

[2]) M. Boule, l.c., p. 187.

[3]) W. J. Sollas, On the Cranial Characters of the Neandertal Race. Phil. Transactions Roy. Society. Series B Vol. 199, p. 329. London 1908.

[4]) M. Boule. l.c., p. 189.

[5]) A. Keith, Antiquity of Man. (London 1920), p. 124.

der Europeanen op circa 1450 cM.[3] in het mannelijk en 1300 cM.[3] in het vrouwelijk geslacht kan gesteld worden, blijkt aldus de absolute capaciteit van den Neandertal-Mensch niet geringer geweest te zijn dan die der Europeanen.

Maar dan moet de relatieve capaciteit zeker grooter zijn geweest, want Homo neandertalensis was een klein slag van menschen. Een uitvoerige discussie der lengteafmetingen van de skeletdeelen leidt Boule [1]) ertoe om voor den fossielen man van La Chapelle-aux-Saints de lichaamslengte, gedurende het leven, op 154 à 155 cM. te stellen, hetgeen waarschijnlijk ook de gemiddelde mannelijke lengte van de soort is geweest, dus evenveel als of enkele centimeters minder nog dan die van de kleinste tegenwoordige menschenrassen, buiten de „pygmeën", en 14 à 15 cM. minder dan het gemiddelde der mannelijke Europeanen. Nu moet de Neandertal-Mensch, door zijn gedrongen gestalte, wel betrekkelijk zwaar zijn geweest, maar het is niet waarschijnlijk, dat hij aldus het gemiddelde lichaamsgewicht van den zooveel langeren Europeeschen man bereikte; wij mogen wel aannemen, dat zijn hersenhoeveelheid, ook met betrekking tot het lichaamsgewicht berekend, die van den tegenwoordigen Europeaan overtrof.

Die hooge cephalisatie van Homo neandertalensis kan, naar ik meen, verklaard worden, doordien hij in het bezit is geweest van bijzonder krachtige spieren, hetgeen is af te leiden uit het robuste karakter zijner beenderen en de betrekkelijke kortheid der ledematen, vooral der beenen. [2]) Daarin komt de Neandertal-Mensch overeen met de Japanneezen, de Eskimos, waarschijnlijk ook de Chineezen en Javanen, het Mongoolsche ras in het algemeen. [3])

Het eerst heeft wel Manouvrier [4]) erop gewezen, dat de schedelcapaciteit van menschen met dunne ledematen (zooals de Hindoes en de Australiërs) betrekkelijk gering is, van menschen met „carrure", die „trapus" zijn en „robustes", (bergbewoners, Eskimos) betrekkelijk groot. Van de „carrure" zegt hij: „Ce facteur me paraît avoir une importance considérable d'après mes propres observations. Il est certainement plus important que la longueur du corps, et cela

---

[1]) L.c., p. 115—118.

[2]) M. Boule, l.c., p. 125—170 en p. 120.

[3]) Het spreekt, na het voorafgaande, wel van zelf, dat het niet in mijne bedoeling ligt, hier den al te beloopen weg van verwandschappelijkheid in te slaan.

[4]) L. Manouvrier, Sur l'interprétation de la quantité dans l'encéphale. Mémoires de la Société d'Anthropologie de Paris. 2me série. Tome 3, p. 217—219. 1885, — en onder „Cerveau" in Dictionnaire de Physiologie par Charles Richet. p. 686—687. Paris 1898.

s'expliquerait par le fait que l'énergie motrice des muscles est bien plus en rapport avec leur section transversale qu'avec leur longueur". (p. 686). Met de groote schedelcapaciteit der Eskimos brengt hij in verband, dat zij zijn „trapûs et actifs". (p. 219). Ik leg nadruk op het laatste woord.

Later heeft MATIEGKA [1]) aangetoond, uit Praagsche sectieprotocollen, dat er betrekkingen bestaan tusschen het hersengewicht en de gespierdheid, alsook den meer of minder krachtigen bouw van de beenderen.

Deze betrekkingen van het hersengewicht en zijne afhankelijkheid van de lichaamsgestalte, vooral van de breedte, kan men thans veel beter dan vroeger nagaan, door vergelijking van de menschenrassen.

In de eerste plaats staat thans wel vast, dat onder de tegenwoordige menschenrassen niet de Europeanen, doch Mongoloieden de grootste relatieve hersenhoeveelheid bezitten. De beste gegevens omtrent de laatsten betreffen de Japanneezen. De onderzoekingen, van TAGUCHI [2]), die betrekking hebben op niet minder dan 421 mannelijke en 176 vrouwelijke Japanneezen, meest in de hospitalen overleden, deden ze ons aan de hand. Het gemiddeld hersengewicht van 374 volwassen mannen is 1367 gram, van 150 volwassen vrouwen 1214 gram. Dat zijn hoeveelheden die met de op gelijke wijze verkregen gemiddelden der Europeanen vrij nauwkeurig overeenstemmen. Maar gemiddeld hebben de Japansche mannen 8 KG. lager lichaamsgewicht en 10 cM. minder lengte, en de Japansche vrouwen zijn gemiddeld 7 KG. lichter en 10 cM. korter [3]). Zoowel per cM. lichaamslengte als naar evenredigheid van het lichaamsgewicht hebben deze Oostaziaten dus meer hersengewicht dan de Europeanen. Nog grooter is het verschil met betrekking tot de spierlengte, waarmede de hersenhoeveelheid eigenlijk beter te vergelijken is dan met de lichaamslengte. De Japanneezen zijn meer gedron-

[1]) H. MATIEGKA, Ueber das Hirngewicht, die Schädelkapacität und die Kopfform, sowie deren Beziehungen zur psychischen Tätigkeit des Menschen. Sitzungsberichte der Kön. böhmischen Gesellschafft der Wissenschaften. Mathem.-Naturw. Classe. Jahrgang 1902. XX, p. 13—14 en 44. Prag 1903.

[2]) E. A. SPITZKA, The Brain-weight of the Japanese. Science. New Series, Vol. 18, p. 371—373. Philadelphia 1903.

[3]) E. BAELZ, Die körperlichen Eigenschaften der Japaner. Mittheilungen der deutschen Gesellschaft für Natur- und Völkerkunde Ostasiens. Erster Teil. Band III (1880—1884), p. 330—359. Berlin und Yokohama. — Zweiter Teil. Band IV (1884—1888), p. 35—103). Hoogere gewichten en grooter lichaamslengten hebben niet betrekking op gemiddelden voor het geheele volk, doch voor bepaalde klassen of uitgezochte individuen.

gen gebouwd, hun armen en vooral hun beenen zijn korter, naar verhouding van den romp, en bijzonder gespierd; aan groote kracht der spieren beantwoordt haar aanzienlijke doorsnede en daarmede staat ook de robuste bouw der pijpbeenderen in verband. Naar evenredigheid van de spierlengte is aldus de hersenmassa nog belangrijk grooter dan naar evenredigheid van de lichaamslengte; de hersenmassa staat blijkbaar in verhouding tot de doorsnede der spieren. KAGUCHI toonde ook aan, dat die groote hersenhoeveelheid der Japanneezen, later dan bij de Europeanen, eerst na de kinderjaren en de eerste jeugd, verkregen wordt en volgens BAELZ zijn de Japanneezen ook later volwassen, in lichaamslengte en gewicht. Zeker berust de groote relatieve hersenhoeveelheid en de meerdere gespierdheid der Japanneezen dus niet op grooter a a n t a l der neuronen en der spiervezels, doch op grooter afzonderlijke d o o r s n e d e van deze, grooter afzonderlijk v o l u m e van gene.

Nog iets kleiner dan de Japanneezen zijn de Eskimos en ook nog wel breeder en meer gedrongen gebouwd, nog korter van leden, vooral van beenen, en gespierder. Naar de weinige bepalingen, die wij van hun hersengewicht, door CHUDZINSKI, HRDLICKA, SPITZKA[1]), bezitten, is dit gemiddeld zeker niet minder hoog, waarschijnlijk hooger dan bij de Japanneezen. Uit de vele voorhanden bepalingen der schedelcapaciteit, die echter meestal, zooals gewoonlijk, mannelijke en vrouwelijke schedels door elkander betreffen, is hetzelfde af te leiden.

De naar de lengte van het lichaam onevenredig hooge hersengewichten der Chineezen hebben, bij de weinige bepalingen, die men doen kon, telkens getroffen en vele malen werd vastgesteld, dat de schedelcapaciteit gemiddeld groot is [2]).

KOHLBRUGGE [3]) toonde aan, dat ook de Javanen, welker groote

---

[1]) E. A. SPITZKA in American Journal of Anatomy. Baltimore. Vol. II (1902—1903), p. 26—31. Drie mannelijke hersenen van gemiddeld 1457 gram (1398—1503), twee vrouwelijke van gemiddeld 1242 gram (1227—1256). Daarbij ook lichaamslengten.

[2]) CROCHLEY—CLAPHAM: elf mannelijke hersenen van gemiddeld 1430 gram (1310—1587), geciteerd in P. TOPINARD's, Eléments d'Anthropologie générale, p. 571. (1885). — KURZ in Zeitschrift für Morphologie und Anthropologie. Bd. 16. (1913), p. 284: van een man, met 160 cM. lichaamslengte, 1454 gram; van een vrouw, lang 155 cM., 1200 gram.

[3]) J. H. F. KOHLBRUGGE, Die Gehirnfurchen der Javanen. Verhandelingen der Kon. Akademie van Wetenschappen te Amsterdam. 2de Sectie, Deel 12, N°. 4. (1906), p. 13. Van 16 volwassen mannelijke hersenen (een van buitengewoon hoog, een van buitengewoon laag gewicht en een van een zevenjarig kind scheid ik van de 19 bepalingen af) was het gemiddeld gewicht 1301 gram (1101—1458). Dat is een hoog hersengewicht bij 50.27 Kg. (levend) lichaamsgewicht, hetwelk door

schedelcapaciteit reeds bekend was, tot de volken met relatief hoog hersengewicht behooren. Ook daarin kunnen zij naast de andere genoemde Mongoloieden geplaatst worden.

Bij de Australiërs, Negers, Hindoes, daarentegen, gaat met een slanke gestalte, met lange en dunne beenen en armen, een in betrekking tot de lichaamslengte laag hersengewicht en geringe schedelcapaciteit gepaard.

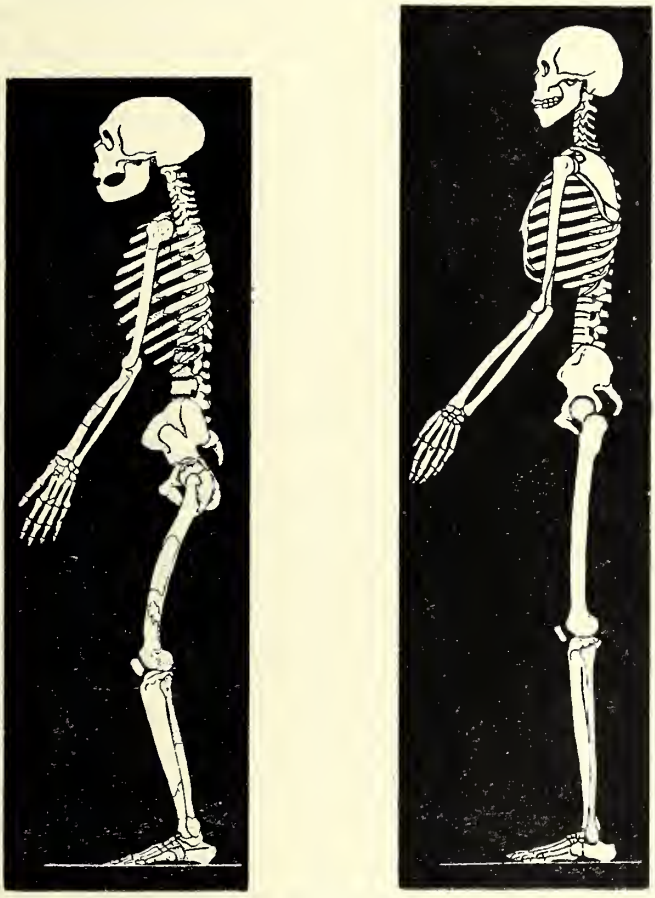


Fig. 3. Skelet van den mensch van La Chapelle-aux-Saints naast dat van een Australiër. (Naar Boule). [1])

Vergelijking van den Neandertal-Mensch met die tegenwoordige

Europeesche mannen van gelijk levend lichaamsgewicht wel niet bereikt wordt. (Vergelijk: Eug. Dubois, Ueber die Abhängigkeit des Hirngewichtes von der Körpergrösse beim Menschen. Archiv für Anthropologie. Band 25, p. 432. Braunschweig 1898).

[1]) L'Homme fossile de la Chapelle-aux-Saints, Fig. 99 (p 232), Fig. 100 (p. 233), Paris 1913.

menschenrassen maakt het uiterst waarschijnlijk, dat ook bij hem de groote hersenhoeveelheid in verband stond met den gedrongen, sterken lichaamsbouw en de korte ledematen, aldus met groote spierkracht. Vooral mogen wij dit aannemen, omdat dergelijk verband bij Zoogdieren veelvuldig te vinden is.

Zoo onderscheiden zich de Beren van de andere land-Carnivoren door hun zware, massieve gestalte en dikke, met betrekking tot den romp korte ledematen, waarmede zij geweldige kracht kunnen uitoefenen.

Nu is, naar de gegevens omtrent hersengewicht en lichaamsgewicht van Beren, ontleend aan Max Weber, Al. Hrdlicka, W. T. Blanford e.a. en eigen capaciteitsbepalingen, waarover ik beschikken kan, de cephalisatie van Ursus arctos, horribilis, tibetanus en maritimus ongeveer door het getal 0.5 aan te geven, dat is anderhalf maal zoo hoog als van Feliden (0.33) en Caniden (0.37), hetgeen beteekent, dat in die verhouding een Berensoort, in den volwassen staat, bij gelijk lichaamsgewicht, een Katten- of Hondensoort overtreft.

De genoemde Ursiden staan, wat hun hersenhoeveelheid betreft, gelijk met het Apengeslacht Semnopithecus, maar Ursus malayanus steekt zelfs boven de Anthropoieden uit. Ik zie hierin een zeer treffend bewijs voor de opvatting dat de hoeveelheid der hersenen door hun functioneel mechanisme bepaald wordt.

De Maleische Beer of Běroewang is betrekkelijk klein van gestalte en heeft nog onevenredig korter, tevens nog gespierder ledematen dan de andere Beren. Zijn buiten verhonding enorme klauwen gebruikt hij even handig als krachtvol. De lichaamsgrootte in aanmerking genomen is hij verreweg de sterkste van zijn geslacht; hij is ook de beste klimmer en de vlugste looper. Ten opzichte van het bewegingsmechanisme kan men hem den meest volmaakte der Beren noemen.

Zijn in het oog springende dikkoppigheid nu berust op de zeer aanzienlijke grootte van het encephalon, die zich ook openbaart in het hersengewicht en de schedelcapaciteit.

Weber [1]) bepaalde het lichaamsgewicht van een in den Amsterdamschen dierentuin gestorven, waarschijnlijk te lichten mannelijken běroewang, van 114 cM. romplengte, op 20 kilogram, het hersengewicht op 325 gram. Hrdlicka [2]) vond voor het hersengewicht van

---

[1]) Max Weber, Vorstudien über das Hirngewicht der Säugethiere, (Festschrift für Carl Gegenbaur), p. 113. Leipzig 1896.

[2]) Al. Hrdlicka, Brain Weight in Vertebrates. Smithsonian Miscellaneous Collections. Vol. 48, p. 94. Washington 1905.

een vrouwelijk (?), 45.02 kilogram wegend exemplaar, 385.5 gram. Naar de opgaven van BLANFORD [1]) was het gewicht van een vrouwelijken beer van Borneo, bij 36 inches of 91.5 cM. romplengte, 60 lbs. of 27.215 kilogram. De mannelijke romplengte is gemiddeld 4 feet of 122 cM. en wordt waarschijnlijk nooit grooter dan $4^1/_2$ feet of 137 cM.

De capaciteit heb ik van drie schedels uit het Rijks Museum van Natuurlijke Historie te Leiden, door den directeur, Prof. E. D. VAN OORT, daartoe te mijner beschikking gesteld, kunnen meten:

N°. 1. („b. Sumatra. Reinwardt"). Mannelijke schedel. Basale (basion-inion) lengte (Flower) 214 mM. Grootste breedte over de jukbogen 190 mM. Middelbare leeftijd, naar den graad van afslijting der tanden. [BLANFORD mat aan een „very old and large skull" 8.5 inches basal length" of 216 mM. en 8.3 inches of 211 mM. breedte]. Capaciteit (met mosterdzaad gemeten) [2]) 373 cM³.

N°. 2. („f. Borneo"). Mannelijke schedel. Middelbare leeftijd. Basale lengte 214 mM. Grootste breedte 188 mM. Capaciteit 355 cM³.

N°. 3. („c. Borneo. S. Müller. 1827"). Vrouwelijke schedel. Middelbare leeftijd. Basale lengte ± 187 mM. Grootste breedte 163 mM. Capaciteit 325 cM³.

Van een jonge vrouwelijke bëroewang, wier tanden op de canini na, alle waren doorgebroken en die naar schatting 12 kilogram woog, in haar vaderland, te Boea op Sumatra eenigen tijd in gevangenschap gehouden, vind ik de schedelcapaciteit 305 cM³.

Voor de schedelcapaciteit van een grooten mannelijken tijger, aldaar gedood, vind ik 325 cM³., gelijk aan die van den vrouwelijken beer van Borneo, bij waarschijnlijk een ruim zes maal hooger lichaamsgewicht. De schedel van een vrouwelijken orangoetan van dat eiland heeft 380 cM³. capaciteit. Het dier woog waarschijnlijk het dubbele van den beer.

Naar de schedelcapaciteiten der drie in den natuurstaat gedoode mannelijke en vrouwelijke bëroewangs en het door BLANFORD voor een vrouwelijk dier van Borneo opgegeven lichaamsgewicht, passen de opgaven van HRDLICKA zeer goed voor het mannelijk geslacht.

Met die gegevens omtrent direct bepaalde hersengewichten en lichaamsgewichten en uit de capaciteiten volgens CORNEVIN's verge-

---

[1]) W. T. BLANFORD. Mammalia. The Fauna of British India including Ceylon and Burma, p. 199. London 1891.

[2]) Met schiethagel, volgens de methode van BROCA, verkrijg ik 380 cM³. Dergelijke verhouding geldt ook voor de volgende metingen, die alle met mosterdzaad gedaan zijn.

lijkingen [1]) berekende hersengewichten, vind ik, dat de cephalisatie-coëfficiënt van Ursus malayanus op juist 1 kan gesteld worden, dat is een derde hooger dan die der Anthropoieden (0.75).

Zeer treffend openbaart zich het verband tusschen de spierkracht (die bepaald wordt door de doorsnede der spieren) en de daarvan afhankelijke bewegingssnelheid en de hersenhoeveelheid bij Amerikaansche Apen. De Brulapen (Mycetes) hebben naar evenredigheid van de lichaamsgrootte veel minder hersenen dan hun landgenooten van de geslachten Cebus en Ateles. Flower [2]) bepaalde het hersengewicht van een uitermate vermagerden, in den Londenschen dierentuin gestorven, ouden mannelijken Mycetes seniculus op 48 gram (740 grains), het lichaamsgewicht op 3444.5 gram (9 lbs. 9½ ozs. avoirdupois), Spitzka [3]) het hersengewicht van een vrouwelijken Mycetes ursinus (welke soort iets grooter is) op 54 gram, Leche [4]) de schedelcapaciteit van Mycetes ursinus op 63 cM.³ voor een volwassen mannelijk en 54 cM.³ voor een volwassen vrouwelijk individu. Het lichaamsgewicht was alleen van atrophische dierentuin-exemplaren bekend. Ik ontving uit Suriname den schedel en andere skeletdeelen van een in den natuurstaat gedooden mannelijken Mycetes seniculus, die, hoewel naar den toestand van het skelet slechts bijna volwassen, 6750 gram woog. De schedelcapaciteit is 54 cM.³, waarnaar een hersengewicht van 50 gram kan worden berekend en een cephalisatie-coëfficiënt 0.37, ongeveer gelijk met dien van Macacus cynomolgus. Voor den geheel volwassen staat zou zeker nog iets lager getal zijn gevonden [5]).

Nu worden de Brulapen, in den natuurstaat, als buitengewoon

---

[1]) Ch. Cornevin, Examen comparé de la capacité cranienne dans les diverses races des espèces domestiques. Journal de Médecine vétérinaire et de Zootechnie publié à l'École de Lyon, 3me Série, Tome 14, p. 8—31 en Étude sur le poids de l'encéphale dans les diverses races des espèces domestiques. p. 248—262. — Naar zijne opgaven bereken ik 88% hersengewicht voor capaciteiten van gemiddeld 650 en 93% hersengewicht voor gemiddeld 100 capaciteit en minder, stel voor de boven genoemde capaciteiten 91%.

[2]) W. H. Flower, On the Brain of the Red Howling Monkey (Mycetes seniculus Linn.) Proceed. Zool. Soc. London. 1864, p. 335—338.

[3]) E, A. Spitzka, Brain-Weights of Animals with special Reference to the Weight of the Brain in the Macaque Monkey. Journal of Comparative Neurology. Vol. 13, p. 13, Philadelphia 1903.

[4]) W. Leche, Ueber Beziehungen zwischen Gehirn und Schädel bei den Affen. Zoologische Jahrbücher. (Spengel). Supplement XV, Band 2, p. 17. Jena 1912.

[5]) Wat wij dringend noodig hebben zijn meer gegevens van lichaamsgewichten in den natuurstaat. Vooral beweeglijke dieren worden in gevangenschap veel lichter; de hersengewichten veranderen minder en zijn ook naar de schedelcapaciteit goed te berekenen.

trage dieren beschreven, die hun verblijfplaats weinig veranderen. Al hun bewegingen zijn langzaam, bijna kruipend; zij spelen nooit met elkander, klimmen bedachtzaam en springen nooit ver — in sterk contrast met de levendige, snelle bewegingen, de verre sprongen en zwaaien van de vluchtige zwervers der geslachten Cebus en Ateles. De cephalisatie-coëfficiënt van deze is meer dan d r i e maal zoo groot als die van Mycetes.

Hier dus een dergelijke tegenstelling als tusschen vlugge en trage soorten van Reptielen en Amphibiën. Zoo heeft Hyla arborea de dubbele cephalisatie van Rana fusca. En evenals daar is aangetoond (bijv. tusschen Phrynosoma en Sceloporus) mag hier worden aangenomen, dat de zenuwvezels (en de spiervezels) dikker, de neuronen volumineuzer zijn in de krachtiger en vlugger soorten. [1])

Een tegenstelling van denzelfden aard, doch niet zoo sterk, bestaat tusschen den Orangoetan en den Chimpansé. De trage, onbeholpen, voorzichtige bewegingen, zonder sprongen, van den Maleischen Anthropoied steken inderdaad scherp af tegen de bewegingswijze van zijn Afrikaanschen bloedverwant, den Chimpansé, die een nitmuntend klimmer is, over groote afstanden van den eenen tak naar den andere zwaait en wonderbaar behendig springt. Maar terwijl dan ook het lichaamsgewicht van den Orangoetan zeker een derde grooter is dan dat van den Chimpansé, is het hersengewicht van beiden in het vrouwelijk geslacht hetzelfde, in het mannelijk geslacht maar weinig grooter bij den Orangoetan.

Selenka [2]) bepaalde de gemiddelde capaciteit in de seksen van den Orangoetan op 455 en 390 cM³. en van den Chimpansé op 420 en 390 cM³. Hem schijnen bij de Anthropoieden „Muskelmasse und Hirngrösse daher in direkter Beziehung zu stehen", omdat de „rein geistigen Fähigkeiten wohl als nahezu gleich angenommen werden dürfen". Ook treft het hem, dat bij den Orangoetan „Skelet und Muskulatur des Männchens ausserordentlich viel stärker als die des Weibchens" zijn.

Merkwaardig is nu, dat bij den Orangoetan, volgens het onderzoek van Fick [3]) het totale spiergewicht, met betrekking tot het lichaamsgewicht, veel geringer is, het vetgehalte daarentegen grooter, dan bij den Mensch. Wij ontmoeten hier een dergelijk verschil in de

---

[1]) Eug. Dubois, De beteekenis der grootte van het neuron en zijn deelen. Verslagen Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam, Deel 27, p. 503. 1918.

[2]) Emil Selenka, Menschenaffen. Zweite Lieferung, p. 99—100. Wiesbaden 1899.

[3]) R. Fick, Vergleichend anatomische Studien an einem erwachsenen Orang-Utang. Archiv für Anatomie und Entwickelungsgeschichte. (W. His). Leipzig. Jahrgang 1895, p. 68—69 en p. 73. De onderzochte was een mannelijke Orangoetan.

samenstelling van het lichaamsgewicht als tusschen de vrouw en den man bij den Mensch en zien ook hier aan de eene zijde een met betrekking tot het lichaamsgewicht laag hersengewicht daarmede gepaard gaan; want wij mogen aannemen, dat de Chimpansé, evenals de meeste andere Apen, gespierder is dan de Orangoetan [1]).

Verder is, onder de Amerikaansche Apen, Saimiri (Chrysothrix) veel vlugger en behendiger in zijn bewegingen dan Leontocebus (Midas) en Callithrix (Hapale); zijn cephalisatie-coëfficient is ook belangrijk hooger.

Ten slotte zij, in dit verband, nog herinnerd aan de hooge cephalisatie der Robben en aan de belangrijk hooger cephalisatie der Tandwalvisschen dan die der Baleinwalvisschen. Voor Balaenoptera musculus berekende ik den coëfficiënt 0.384. [2]) Voor het hersengewicht van een volwassen vrouwelijk exemplaar van Tursiops tursio, een Tandwalvisch van de familie der Dolfijnachtigen, vond Weber [3]), door nauwkeurige weging, 1886 gram, het lichaamsgewicht 432 maal zoo groot. Daaruit is de cephalisatie-coëfficiënt 0.981 te berekenen. Nu zwemmen de Odontoceten, onder hen vooral de Delphiniden, met ongemeene behendigheid en snelheid, sneller dan de snelste stoomboot, ja omzwemmen deze in haren gang, de Mysticeten daarentegen kunnen de snelheid van een gewone stoomboot niet bereiken. In verband daarmede zijn de rugspieren van de eersten veel krachtiger, hetgeen aan de grooter dikte van het achterlijf te zien is.

Zoo was ook de spiermachine van Homo neandertalensis krachtiger dan die van Homo sapiens en bezitten, onder de rassen van den tegenwoordigen Mensch, de Mongoloieden de krachtigste spiermachine. Daarmede overeenstemmend bezat ook gene en bezitten deze het betrekkelijk grootste encephalon.

---

[1]) Eug. Dubois, Vergelijking van het hersengewicht, in functie van het lichaamsgewicht, tusschen de twee seksen. Verslagen Kon. Akad. v. Wetensch. Amsterdam. Deel 27, p. 713. 1918. — H. Welcker (l.c., p. 41) vond het relatieve spiergewicht van een mannelijken „Inuus cynomolgus" g r o o t e r dan het gemiddelde van den man bij den Mensch.

[2]) De beteekenis der grootte van het neuron en zijn deelen, l.c., p. 516.

[3]) L.c, p. 113. Het lichaamsgewicht bij de ratio 1 : 432 is 815 KG. Er staat 278, blijkbaar een drukfout.

Geologie. — De Heer Molengraaff biedt eene mededeeling aan van den Heer H. A. Brouwer: *„De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika".*

(Mede aangeboden door den Heer Wichmann).

De W.Z.W.-N.N.O verloopende rug, welke met een lengte van ongeveer twintig kilometer en een breedte van ongeveer acht kilometer als Serra do Gericino [1]) op de grens ligt van den Staat Rio de Janeiro en de Districto Federal nabij het station Maxambomba der E.F. Central do Brazil, bestaat voor een groot deel nit nepheliensyenieten, evenals het, ongeveer dertig kilometer verder noordelijk gelegen, Tingua eruptiefgebied, waarvan de alkali-gesteenten reeds bekend zijn en o. a. door Graeff [2]) en Derby [3]) zijn beschreven. Van deze door Mathias de Oliveira Roxo [1]) in 1915 ontdekte vindplaats, die ik tijdens mijn doorreis te Rio de Janeiro niet persoonlijk kon bezoeken, werden mij door Gonzaga de Campos, directeur der „Serviço geologico e mineralogico do Brazil" verschillende monsters voor nader onderzoek toegezonden.

Geologisch overzicht.

De alkaligesteenten vormen een eruptief centrum te midden der oude gneizen van de Serra do Mar, het gebergte dat in de nabijheid van de Braziliaansche kust over grooten afstand evenwijdig daarmede verloopt (Fig. 1). We weten slechts, dat de gneizen door de alkaligesteenten worden doorbroken en deze dus jonger dan eerstgenoemde zijn; over den juisten geologischen ouderdom werden hier geen nadere gegevens verkregen.

---

[1]) Mathias G. de Oliveira Roxo. Resumé of the preliminar note on the Gericinó eruptive centre. Empresa Brasil Editora 1920.

[2]) Fr. Graeff, Mineralogisch-petrographische Untersuchung von Eleolithsyeniten von der Serra de Tingua. Neues Jahrb. f. Min., Geol. u. Pal. 1887. II, blz. 222 e.v.

[3]) O. E. Derby. On nepheline rocks in Brazil. Quart. Journ. Geol. Soc. Vol. XLIII 1887, blz. 457; Vol. XLVII, 1891, blz. 251.

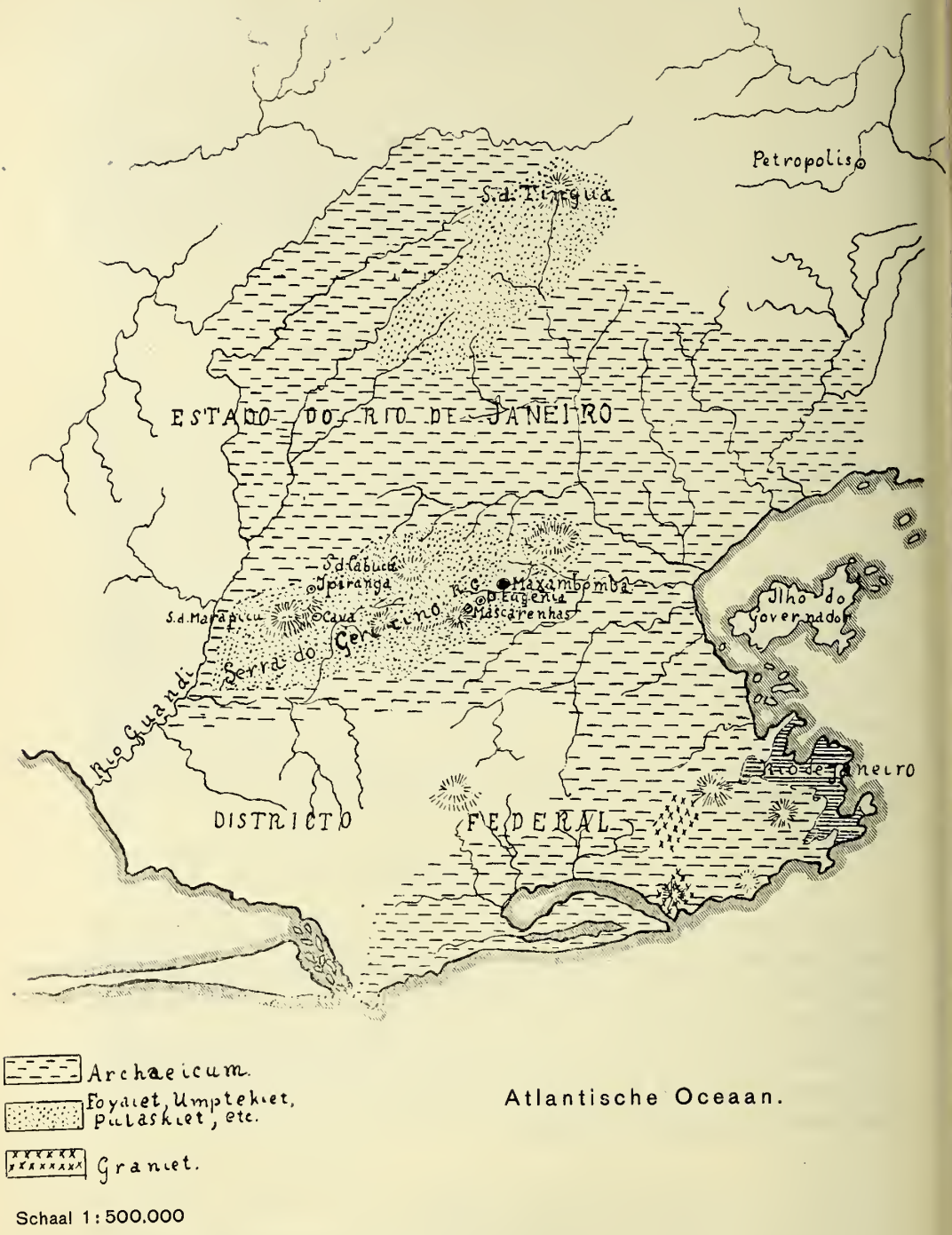


Fig. 1. Geologische Schetskaart van de omgeving der Serra do Gericinó ten Noordwesten van Rio de Janeiro. R. C. = Rio Cachoeira. (samengesteld naar waarnemingen van Dr. MATHIAS DE OLIVEIRA ROXO).

Zoowel diepte-, gang-, als effusiefgesteenten komen voor, evenals bij andere Braziliaansche vindplaatsen van alkaligesteenten. Hoewel bijna het geheele gebied en vooral de hoogste punten uit dieptegesteenten is opgebouwd, bewijst toch het voorkomen van, met deze dieptegesteenten verwante, effusiva, dat de Serra do Gericino de sterk gedenudeerde rest vormt van een vulkaan of groep van vulkanen, evenals de verder noordelijk gelegen Serra de Tingua. Dat van de lavastroomen slechts plaatselijk resten zijn gespaard en wel alleen in het jongere eruptiefgebied zelve en niet daarbuiten, te midden der oude gneizen, wijst er op, dat deze effusiefgesteenten, welke zich oorspronkelijk ver in alle richtingen moeten hebben uitgestrekt, door zakking (overhead stoping) ter plaatse der dieptegesteenten langen tijd voor erosie zijn behoed. Deze effusiefgesteenten komen voor nabij het station Maxambomba der E.F. Central do Brazil en bij de façenda D. Eugenia, dicht ten Westen van dit station.

Ganggesteenten werden b.v. aangetroffen nabij het station Maxambomba (tinguaiet), nabij de façenda Mascarenhas en in het westelijk deel van het eruptiefgebied, tusschen Cava en Ypiranga (aegirien- en amphiboolsölvsbergiet).

De dieptegesteenten, waaruit het eruptiefgebied bijna geheel bestaat, zijn doorgaans gekenmerkt door tafelvormige veldspaten en behooren dus, voor zoover zij nephelien bevatten, tot de foyaieten. Van het westelijk deel, bekend als Serra de Marapicu, werden monsters van nephelienvrijen umptekiet onderzocht, terwijl te midden der foyaieten, welke het grootste deel van den bergrug tusschen de Serra de Marapicu en het station Maxambomba schijnen op te bouwen [1]), ook alkalisyenieten (ten deele pulaskieten) voorkomen.

De dieptegesteenten.

We kunnen de volgende typen onderscheiden:

1. Foyaieten.
2. Alkalisyenieten.
3. Umptekieten.
4. Pulaskieten.

[1]) Van de ontvangen monsters, die alle voorloopig als nepheliensyeniet waren gedetermineerd, behoorden de meeste tot de alkalisyenieten. De typische foyaieten zijn afkomstig van Cancella Azul langs den weg, die de beek Cachoeira doorsnijdt. Daar vele der gesteenten dus blijkbaar op het terrein voor nepheliensyenieten zijn gehouden, terwijl ze in werkelijkheid alkalisyenieten zijn, kunnen de gegevens, welke op een mij toegezonden kaart voorkomen, waarop verschillende typen van nepheliensyenieten naar den uitwendigen habitus zijn onderscheiden, voorloopig niet als vaststaande worden beschouwd.

Foyaieten.

Deze schijnen de meest verbreide gesteenten der Serra do Gericino te zijn.

Type 1 is een *pyroxeen-amphiboolfoyaiet*, verzameld bij Cancella Azul langs den weg, die het riviertje Cachoeira doorsnijdt. De samenstellende mineralen zijn lichtgekleurde orthoklaas en mikroperthiet, nephelien, sodaliet, aegirienaugiet, groenbruine amphibool met in geringe hoeveelheid analciem, laveniet, biotiet, pyriet en magnetiet, terwijl als secondaire mineralen muscoviet en calciet voorkomen.

Groote uitdoovingshoeken in sneden loodrecht op den stompen bissectrix wijzen op een Na-gehalte van den doorgaans getroebelden orthoklaas. De heldere en slechts weinig in secondaire mineralen (muscoviet, analciem) veranderde nephelien vertoont, evenals de sodaliet, slechts ten deele eigen kristalvorm. De pyroxeen is grootendeels zonair gebouwd, de kern kan zeer rijk aan het augiet-, de randzone zeer rijk aan het aegirienmolecuul zijn, doch in de meeste kristallen wisselen de uitdoovingshoeken voor kern en randzone niet zeer sterk; enkele kleine aegirienkristalletjes komen afzonderlijk voor. De amphibool vertoont ten deele olijfgroene, ten deele meer blauwgroene kleuren, beide soorten komen in onregelmatige vergroeiingen voor, soms te zamen met den pyroxeen, waarbij de verschillende mineralen de kristallographische assen niet gemeen hebben. De groote uitdoovingshoeken wijzen op soortgelijke amphibolen als die welke door Wright[1]) uit Braziliaansche en door Ussing[2]) uit Groenlandsche alkaligesteenten zijn beschreven. De laveniet vormt sterk pleochroitische en sterk dubbelbrekende kristalletjes, die soms tusschen de overige mineralen geklemd voorkomen, evenals de analciem, voor zoover dit laatste mineraal niet duidelijk ten koste van de veldspatoiden is ontstaan. Het absorptieschema van den laveniet is c (kanariegeel) $>$ b $\pm =$ a (zeer lichtgeel), de kristallen zijn dikwijls (soms polysynthetisch) vertweelingd, ook enkelvoudige kristallen komen voor. Het optisch assenvlak staat loodrecht op het tweelingsvlak vgl (100) en de splijtstrepen, de assenhoek is groot. De kristallen zijn soms ten deele idiomorph begrensd. Pyriet en magnetiet komen in afzonderlijke kristallen voor, maar dikwijls is de pyriet door een magnetietzoom omgeven en beide mineralen komen ook met de overige donkere mineralen vergroeid voor.

[1]) F. E. Wright. Die syenitisch-theralitischen Eruptivgesteine der Insel Cabo Frio, Brasilien, Tscherm. Min. u. Petr. Mitt. 1901, XX, blz. 249.

[2]) N. V. Ussing. Geology of the country around Julianehaab, Greenland, Meddelelser om Grönland. Vol. XXXVIII, 1911.

Type 2. Dit gesteente is fijnkorreliger dan het vorige en bestaat uit witte tot licht vleeschkleurige veldspaten (in hoofdzaak mikroperthiet) met grijs of zwart groenachtig getinte liebenerietpseudomorphosen naar oorspronkelijke veldspatoiden. Het werd verzameld nabij de façenda D. Eugenia. Behalve sterk verweerd erts kunnen geen oorspronkelijke donkere mineralen in het gesteente worden herkend.

Alkalisyenieten.

Een eveneens nabij de façenda D. Eugenia verzameld, bijna geheel uit lichtgekleurden albietrijken mikroperthiet, naast sterk verweerd erts bestaand gesteente bevat slechts weinig van een, uit fijne muskovietblaadjes opgebouwde, massa tusschengeklemd, die misschien eveneens uit oorspronkelijke veldspatoïden is ontstaan. Deze waren dan echter slechts in geringe hoeveelheid aanwezig.

Umptekieten.

De Serra de Marapicu, d.i. het westelijk deel van de Serra do Gericino, schijnt grootendeels uit deze gesteenten te zijn opgebouwd.

De samenstellende mineralen zijn in hoofdzaak lichtgekleurde mikroperthiet en amphibool, verder in geringe hoeveelheden pyroxeen, titaniet, analciem, magnetiet en apatiet.

De veldspaten zijn mikroperthieten met een wisselend, soms verdwijnend gehalte aan zuren plagioklaas. Groote uitdoovingshoeken in sneden loodrecht op den stompen bissectrix wijzen op een Na-gehalte van den orthoklaas. De amphibool wijkt af van die van type 1 der foyaieten, de uitdoovingshoeken blijven kleiner en dikwijls komen in eenzelfde kristal zonair wisselende kleuren voor, waarbij een meer groen gekleurde varieteit in de randzone, een meer bruin gekleurde in de centrale gedeelten voorkomt, maar beide vormen ook afzonderlijke kristallen. De amphibolen gelijken zeer veel op die, welke door Wright[1]) in een umptekiet van den vasten wal bij Cabo Frio zijn beschreven. In de zonair gebouwde kristallen zien we in sneden loodrecht op den spitsen negatieven bissectrix van een kleinen assenhoek, de volgende absorptie: c (kern: roodachtig bruingroen, rand: groen) $\pm = b$ (kern: bruin met groenachtige tint, rand: bruingroen).

In sneden evenwijdig aan het symmetrievlak stijgt de uitdoovingshoek naar de groene randzone tot $\pm 22°$, we zien voor de volgens de a-as trillende stralen dikwijls een homogene licht geelbruine kleur zonder kleurverschil voor kern en randzone. De, slechts in geringe

[1]) F. E. Wright. loc. cit. blz. 246.

hoeveelheid aanwezige, pyroxeen is een groene augiet met uitdoovingen tot 40° ten opzichte van de splijtstrepen. Apatiet is in talrijke idiomorphe kristalletjes aanwezig.

Pulaskieten.

De glimmerrijke alkaligesteenten, soms met een gering veldspatoidgehalte, zijn onder dezen naam samengevat.

Type 1. De veldspaten zijn meer roodachtig getint, dan die der vorige gesteenten. Het monster werd verzameld langs den weg van Maxambomba naar Mascarenhas, dicht voorbij de façenda D. Eugenia. Biotiet en titaniet zijn in talrijke kristallen reeds makroskopisch zichtbaar. De samenstellende mineralen zijn: mikroperthiet en in geringe hoeveelheid zure plagioklaas, sodaliet en analciem, biotiet, augiet met rand van aegirienaugiet, apatiet en erts. Als secondair product komt een vrij sterk dubbelbrekend chlorietisch mineraal voor, dat ten koste van den pyroxeen is gevormd.

De groote uitdoovingshoeken in sneden loodrecht op den stompen bissectrix wijzen wederom op een Na-gehalte van den orthoklaas der mikroperthieten. De analciem is ten deele ten koste van den veldspaat gevormd, optische anomalieën komen voor. De biotiet is zeer sterk pleochroitisch van bruinzwart tot bruinachtig geel. De pyroxeen is bijna kleurloos en is dikwijls door een rand van groenen aegirienaugiet omgeven, doch beide komen ook afzonderlijk voor. Biotiet, pyroxeen, titanomagnetiet, titaniet en apatiet vormen soms regelmatige vergroeiingen, waarin alle genoemde of eenige dezer mineralen voorkomen.

Type 2. De veldspaten zijn in dit gesteente ten deele groen gekleurd en de donkere mineralen zijn in hoofdzaak slechts in kleine kristalletjes aanwezig. Het werd verzameld van het gedeelte der Serra do Geriçino, dat bekend is als Serra de Cabuçu, langs den weg tusschen Mascarenhas en Cabuçu.

De veldspaten bestaan uit orthoklaas of plagioklaasarmen mikroperthiet. Van veldspatoiden is geen spoor te herkennen. De sterk, van bruinzwart tot licht bruinachtig geel, pleochroitische biotiet is dikwijls ten deele of geheel overgegaan in groenen glimmer, terwijl tevens korrels van een licht geelgroen sterk lichtbrekend, isotroop mineraal met de eigenschappen van granaat, zijn gevormd. Deze korrels komen ook verspreid in de veldspaten voor en de omzetting kan reeds vóór de volledige kristallisatie van het gesteente hebben plaats gehad.

Er is verder titanomagnetiet in het gesteente aanwezig, die geheel of ten deele is omgezet in leukoxeen.

De gang- en effusiefgesteenten.

De volgende gesteentetypen kunnen worden onderscheiden:

1. Alkalisyenietporphyren.
2. Nepheliensyenietaplieten.
3. Tinguaieten.
4. Sölvsbergieten,
5. Trachyten.

Alkalisyenietporphyren.

Indien in deze gesteenten oorspronkelijk veldspaten aanwezig geweest zijn, dan zijn ze geheel in secondaire mineralen omgezet.

Type 1. Een gesteente, dat werd verzameld, waar de weg naar de façenda D. Eugenia het riviertje Cachoeira snijdt, bevat witte tot licht roodachtige veldspaatphenocristen in een grijze fijnkorrelige grondmassa.

De veldspaatphenocristen bestaan uit orthoklaas, waarin een geringe hoeveelheid van een sterker dubbelbrekenden veldspaat bijgemengd voorkomt. Er komen ook pseudomorphosen voor, die bestaan uit muskovietblaadjes; of het oorspronkelijke mineraal ten deele tot veldspatoiden heeft behoord, waarop de begrenzing soms schijnt te wijzen, kon niet met zekerheid worden uitgemaakt. In de grondmassa komen dezelfde veldspaten voor, de lijstjes bevatten meer van den genoemden sterker dubbelbrekenden veldspaat, waaraan soms polysynthetische tweelingen zijn te zien. Deze laatste komt ook in enkele afzonderlijke kristalletjes voor. Verder bevat de grondmassa muscoviet, calciet, vrij veel apatiet en erts, dat ook in enkele grootere kristallen voorkomt, sterk is verweerd en ten deele bestaat uit pyriet.

Type 2. Nabij de façenda D. Eugenia werd een gesteente verzameld met witte tot zwak roodachtig getinte veldspaatphenocristen in een lichtgrijze, fijnkristallijne grondmassa. Het gesteente is sterk gesericietiseerd, hoewel de veldspaatphenocristen weinig zijn veranderd. Misschien waren oorspronkelijk veldspatoiden aanwezig. Erts, leukoxeen en titaniet komen voor.

Nepheliensyenietaplieten.

Deze gesteenten zijn slechts bekend als rolsteen bij de berg Sapé in de Serra de Marapicú (westelijk deel der Serra do Gericino). Makroskopisch is het een midden- tot fijnkorrelig lichtgrijs gesteente, waartegen talrijke zwarte puntjes afsteken, die hoofdzakelijk uit magnetiet bestaan. De samenstellende mineralen zijn: heldere albiet, troebele orthoklaas en mikroperthiet, nephelien en analciem, magnetiet en weinig pyriet, titaniet, apatiet en groene of bruinachtige biotiet.

De nephelien wordt dikwijls door de veldspaten omsloten. De

albiet is in groote hoeveelheid in polysynthetisch vertweelingde kristallen in het gesteente aanwezig. Analciem is rijkelijk aanwezig, een Cl reactie met negatief resultaat wijst op de afwezigheid van sodaliet.

Tinguaieten.

Typische tingüaieten werden verzameld nabij Maxambomba, de gesteenten schijnen hier een gang en ook een stroom te vormen, de laatste van meer dan 100 M. dikte. Er werd slechts een enkel monster onderzocht, waarschijnlijk komen hier verschillende variaties en ook typische effusiefgesteenten voor.

Het bevat in een grauwe fijnkristallijne grondmassa enkele phenocristen van lichtgekleurden veldspaat, bestaande uit Na-houdenden orthoklaas of anorthoklaas. Ze zijn ten deele omgezet in natroliet. De grondmassa blijkt mikroskopisch te bestaan uit veldspaatlijstjes, aegirien, natroliet, analciem en weinig nephelien. Enkele sterk lichten dubbelbrekende zuiltjes met rechte uitdooving en positieve ellipsligging wijzen op zirkoon. De kleurlooze massa met lagen brekingsindex, welke in groote hoeveelheid tusschen de veldspaatlijstjes aanwezig is, bestaat waarschijnlijk in hoofdzaak uit analciem, die ten deele uit oorspronkelijken nephelien is ontstaan.

Ook muscovietblaadjes komen als omzettingsproduct van nephelien voor. Van den aegirien vertoonen grootere kristalletjes duidelijke kernen van aegirienaugiet, de naaldjes zijn dikwijls tot schoofvormige of radiaire aggregaten vergroeid.

Sölvsbergieten.

We hebben onder dezen naam de gesteenten samengevat, waarin waarschijnlijk veldspatoiden voorkwamen, doch in geringere hoeveelheid als in de tinguaieten. Als zoodanig kunnen de veldspatoiden niet meer worden herkend, de secondaire mineralen wijzen er echter op, dat ze oorspronkelijk aanwezig zijn geweest. De gesteenten naderen dan tot de tinguaieten.

Type 1 (*met pyroxeen*). Het onderscheidt zich van den boven beschreven tinguaiet door de donkergrijze kleur der fijnkristallijne grondmassa, waartegen talrijke wit of lichtrood gekleurde phenocristen, die grootendeels zeker uit veldspaat bestaan, afsteken, terwijl ook enkele grootere pyroxeenzuiltjes voorkomen. Het werd verzameld van een gang tusschen de Serra de Cabuçu en de Serra de Marapicu.

Orthoklaas is het overheerschende mineraal der phenocristen, in geringe hoeveelheid komen polysynthetisch vertweelingde veldspaten met kleine uitdoovingshoeken voor. Min of meer regelmatig begrensde partijen, voornamelijk bestaande uit zuren plagioklaas en cancriniet, waarbij soms analciem bijgemengd voorkomt, kunnen wijzen op oorspronkelijke veldspatoiden.

Naast grootere kristalletjes van aegirienaugiet met een hoog augietgehalte, dat in zonaire kristallen in een smalle randzone afneemt, komen ook enkele phenocristen van bruinen amphibool en zeer weinig biotiet naast grootere ertskristallen in het gesteente voor. De grondmassa bestaat uit talrijke, soms zonaire gebouwde, pyroxeennaaldjes, bestaande uit aegirien en aegirienaugiet. Somtijds is de kern van zonair gebouwde zuiltjes violet gekleurd met grooten uitdoovingshoek, wijzend op de aanwezigheid van titaanaugiet, die ook in enkele groote kristallen werd waargenomen. In zeer geringe hoeveelheid komen amphiboolzuiltjes voor. In de kleurlooze massa daartusschen kan veldspaat worden herkend, oorspronkelijk bestond ze waarschijnlijk in hoofdzaak uit veldspaat en veldspatoiden, thans zijn cancriniet en analciem als omzettingsproducten rijkelijk aanwezig. Ertsinsluitsels zijn talrijk.

Type 2 (*met amphibool*). Het werd nabij type 1, eveneens van een gang verzameld. Het is een donkergrijs fijnkristallijn gesteente met enkele veldspaatphenocristen. Oorspronkelijke veldspatoiden zijn niet waarneembaar, maar het cancrinietgehalte der grondmassa wijst op de oorspronkelijke aanwezigheid ervan. Eigenlijke amphiboolphenocristen komen niet voor, wel zien we ophoopingen van bruingroenen amphibool en erts, die somtijds een regelmatige begrenzing vertoonen.

De grondmassa bestaat uit zeer veel, soms polysynthetisch vertweelingde, plagioklaaslijstjes, sterk, van donker bruingroen tot licht bruingeel, pleochroitischen amphibool zonder groote uitdoovingshoeken, erts, cancriniet, analciem, fluoried en weinig calciet.

Trachyt.

Het grijze, dichte gesteente werd verzameld van een lavastroom met een dikte van meer dan 100 M. nabij de façenda D. Eugenia.

Mikroskopisch zien we naast gedeelten, waarin nauwelijks kristallijne bestanddeelen met geringe dubbelbreking te zien zijn, zulke waarin duidelijk veldspaatlijstjes zonder polysynthetische tweelingen en met ongeveer rechte uitdooving talrijk zijn ontwikkeld. Er zijn ook grootere veldspaatkristallen; in sneden loodrecht op de spitse bissectrix vertoonen ze een vrij kleinen assenhoek. Enkele der grootere veldspaten vertoonen polysynthetische tweelingen met kleine uitdoovingshoeken. Er komen min of meer regelmatig begrensde gedeelten in het gesteente voor, die uit muskovietblaadjes bestaan en eenigzins kunnen herinneren aan liebenerietpseudomorphosen naar nephelien. Echter komt somtijds kwarts in groote hoeveelheid met de muskovietblaadjes gemengd voor. De kwarts, die we als een secondair product beschouwen komt ook in het gesteente verspreid

voor. Ten slotte dient pyriet onder de samenstellende mineralen te worden vermeld.

Overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika.

Alkalirijke gesteenten, waarvan er hierboven eenige zijn beschreven, hebben zoowel in Brazilië als in Zuid-Afrika een groote uitgebreidheid en de verschillende gesteentetypen vertoonen in beide gebieden tal van punten van overeenkomst, waarop hieronder nader zal worden teruggekomen. Deze overeenkomst bestaat ook voor andere eruptiefgesteenten, terwijl mij tijdens een reis in Brazilië ook herhaaldelijk de groote overeenstemming tusschen sommige groepen van sedimentaire gesteenten is opgevallen; de verschillen zijn althans niet grooter, dan die welke bij den veel geringeren afstand voor nabijgelegen gebieden van het Afrikaansche continent bekend zijn.

Als voornaamste groepen van eruptiefgesteenten, waarvan de overeenstemming in samenstelling en geologisch voorkomen van Brazilië en Zuid-Afrika hieronder ter sprake zal komen, noemen we:

1. Onde granieten, intrusief in gesteenten van waarschijnlijk archaeischen ouderdom.
2. Jongere granieten, intrusief in afzettingen van devonischen ouderdom en onder dan permo-carboon.
3. Jongere alkalirijke gesteenten (nepheliensyenieten, alkalisyenieten met begeleidende gang- en effusiefgesteenten).
4. Jurassische vulkanische gesteenten en intrusieve dolerieten (de ouderdomsbepaling berust op de langdurige denudatie vóór het boven-krijt).
5. Kimberlieten, alnoieten etc. in pijpen en gangen, jonger dan de sub 4 vermelde dolerieten [1]).

Oude granieten.

De archaeische gesteenten, voor Brazilië samengevat onder den naam Brazilian complex, zijn granieten, gneizen, kwartsieten, marmers en kristallijne schisten. Ze kunnen worden vergeleken met het Malmesbury systeem der zuidelijke Kaap Kolonie, het Swaziland systeem van Transvaal en Rhodesia en het Fundamental complex met in-

---

[1]) Voor samenstellende werken en literatuur over gedeelten der kustgebieden aan weerszijden van den Atlantischen Oceaan vergelijke men: J. C. Branner. Geology of Brazil. Bull. Americ. Geol. Soc. 1919. P. A. Wagner. The Geology and Mineral Industry of South-West-Africa Geol. Surv. Memoir N°. 7, 1916.

trusieve oude granieten van Zuid-West-Afrika. Zoowel de oostkust van Brazilië in de Serra do Mar als de tegenoverliggende westkust van Zuid- en Midden-Afrika bestaan voor het grootste deel uit deze gesteenten en ze verleenen in beide continenten het landschap dikwijls een soortgelijk topographisch karakter. Omtrent de petrografiische kenmerken dezer gesteenten zijn geen voldoende gegevens bekend om een nauwkeurige vergelijking der gesteenten nabij de tegenoverliggende kusten uit te voeren.

Jonge granieten.

We noemen als voorbeeld in Zuid-Afrika de granieten van het „Bushveld Igneous Complex" in Transvaal, die gezamenlijk met de gabbro's, norieten en ultrabasische gesteenten voorkomen, de Erongo-graniet in Hereroland en de Brandberg-graniet in het noordwestelijk deel van Damaraland. De eerstgenoemde zijn intrusief in den ? devonischen Waterberg-zandsteen, de Erongo-graniet heeft de onderste afdeeling van het ? cambrische Nama systeem doorbroken, ze zijn dus jonger dan de oude granieten en ook in petrographische samenstelling wijken ze hiervan af, doch hun juiste ouderdom is niet bekend.

In Brazilië zijn de uitgebreide granietterreinen en hunne contacten met de omringende sedimenten nog zeer weinig bestudeerd. Granieten zijn echter ook hier reeds bekend als intrusies in de algonkische of oud-palaeozoische Minas Serie, zooals b.v. blijkt uit de goudhoudende gang van Passagem [1]) in Minas Geraes, een ultrazure granietapophyse en intrusief in de zgn. itabirietformatie der Minas Serie. In de nabijheid komt een granietmassief voor en soortgelijke goudhoudende kwartsgangen zijn op verschillende plaatsen in de staten Minas Geraes en Goyaz bekend. In de zuidelijke staten wordt het voorkomen van granieten, intrusief in gesteenten van waarschijnlijk oud-palaeozoischen ouderdom vermeld. Zoo b.v. door E. P. de Oliveira en volgens een mededeeling aan den schrijver door Gonzaga de Campos komen eveneens in den Staat Sao Paulo granieten met een duidelijken kontakthof in oud-palaeozoische gesteenten voor. Evenals bij de oude granieten zijn de petrographische kenmerken der Braziliaansche jonge granieten nog te weinig bekend, om deze met de Afrikaansche nauwkeurig te kunnen vergelijken.

Alkalirijke gesteenten.

We noemen in de eerste plaats voorbeelden, waar alkaligesteenten aan of nabij de tegenoverliggende kusten voorkomen, zooals in Brazilië op tal van plaatsen in de Serra do Mar [2]) (Itatiaya, Serra

[1]) E. Hussak. Der goldführende kiesige Quarzlagergang von Passagem in Minas Geraes. Zeitschr. f. Prakt. Geol. 1898. Oktober, blz. 345 e.v.

[2]) O. E. Derby. On Nepheline rocks in Brazil. loc. cit.

do Gericino, Serra de Tingua, Cabo Frio) en in Afrika nabij de kust van Lüderitzland en bij Kaap Cross ten Noorden van Swakopmund [1]). Het is zeer waarschijnlijk, dat soortgelijke gesteenten buiten deze beter bekende gebieden nog op tal van andere plaatsen nabij de kusten voorkomen, we kennen b.v. reeds pyroxeenfoyaiet van Angola en nog veel verder noordelijk verschillende alkalirijke gesteenten van de Los eilanden (9°30′ N.Br.).

Dieptegesteenten en de bijbehoorende gang- en effusiefgesteenten komen bij elkander voor, het zijn in Zuid-West-Afrika syenieten, nepheliensyenieten, essexieten en theralieten met phonolieten, tinguaieten, bostonieten, camptonieten, monchiquieten en alnoieten. Gelijksoortige gesteenten zijn uit het Braziliaansche kustgebied bekend geworden, we noemen slechts de goed onderzochte foyaieten, essexieten, phonolieten en basische ganggesteenten, benevens tingnaieten en bostonieten in en in de nabijheid van den Staat Rio de Janeiro. Het samen voorkomen met de bijbehoorende effusiefgesteenten wijst er in beide gebieden op, dat de alkaligesteenten ten deele intrusief zijn in hun eigen effusiefgesteenten en dat ze op geringe diepte beneden de aardoppervlakte tot volledige kristallisatie zijn gekomen. De erosie heeft de vulkanen doen verdwijnen, welke vroeger nabij de tegenwoordige wederzijdsche kusten van den Atlantischen Oceaan aanwezig waren, zooals ze thans verrijzen nabij het Oost-Afrikaansche breukgebied, waar eveneens alkaligesteenten verbreid zijn.

Verder van de wederzijdsche kusten zijn de alkalirijke gesteenten van verschillende plaatsen bekend, we beperken ons tot de vermelding van de twee grootste eruptiefgebieden, welke tot nu toe op beide continenten zijn onderzocht, n.l. die van Poços de Caldas [2]) in het Zuiden van den Staat Minas Geraes en die van den Pilandsberg [3]) in het Rustenburg-district (Transvaal). Deze twee groote gebieden, waarvan het eerste ongeveer een diameter van 25 tot 30 K.M., het tweede van omstreeks 30 K.M. bezit, zijn beide de resten van vulkanische centra van groote uitgestrektheid. In beide gebieden zijn onder de effusiva o.a. phonolieten, leucietgesteenten, vulkanische breccies en tuffen, onder de dieptegesteenten foyaieten en syenieten bekend geworden. In beide gebieden is aegirien of aegirienaugiet een verbreid donker bestanddeel en tingnaieten treden op als zelfstandige gesteenten of als randzone van nepheliensyenieten.

---

[1]) E. Kayser. Bericht über geologische Studien während des Krieges in Süd-West-Afrika. Abh. der Giessener Hochschulegesellsch. II, 1920, blz. 18.

[2]) O. E. Derby. loc cit.

[3]) H. A. Brouwer. Geology of the alkali rocks in the Transvaal. Journ. of Geology, 1917, XXV, blz. 741 e.v.

Vulkanische gesteenten en intrusieve dolerieten.

Een vulkanische episode in de mesozoïsche geschiedenis van Zuid-Afrika wordt aangeduid door de vulkanische gesteenten der Stormberg-serie, waarvan de lava's een groote uitgebreidheid hebben over geheel Zuid-Afrika. Ten deele ongeveer gelijktijdig, ten deele kort daarop, had de intrusie der zgn. Karroo-dolorieten plaats, welke hoofdzakelijk als gangen en intrusiefplaten voorkomen. Nabij de westkust komt de Kaoko-formatie, bestaande uit horizontale zandsteenen en augietporphyriet, over groote oppervlakte tusschen 18° en 21° Z.B. voor.

In Brazilië hebben soortgelijke gesteenten een groote uitgebreidheid. Gangen en intrusiefplaten van diabaas komen voor op verschillende plaatsen in de Staten Minas Geraes en Sao Paulo in gesteenten van permischen en triadischen ouderdom. Evenals in Zuid-Afrika komt in de bovenste niveaux van het, ongeveer met het Zuid-Afrikaansche Karroo-systeem overeenstemmende, Sta Catharina-systeem een dikke serie van vulkanische gesteenten voor, die als van jurassischen ouderdom worden beschouwd en groote oppervlakten in de Staten Rio Grande do Sul, Santa Catharina, Parana, Sao Paulo en Matto Grosso en zelfs gedeelten van Argentinië, Uruguay en Paraguay bedekken.

Evenals de reeds genoemde Kaoko formatie in Zuid-Afrika komen soortgelijke gesteenten in Brazilië nabij de tegenoverliggende kust voor in de zuidelijke Staten Santa Catharina en Rio Grande do Sul en in beide gebieden rusten deze formaties grootendeels direct op archaeische gesteenten.

Kimberlieten, alnoieten etc.

De groote verbreiding dezer gesteenten in Zuid-Afrika tot in den Congo-Staat is welbekend, in verband met het voorkomen der diamanten in een deel dezer gesteenten, vooral in sommige diamantpijpen, welke doorgaans met een vulkanische breccie van geserpentiniseerd ultrabasisch materiaal zijn opgevuld.

Van Brazilië zijn reeds langen tijd soortgelijke gesteenten bekend, die door Hussak [1]) als pikrietporphyriet werden beschreven. Door hem wordt gewezen op een zekere overeenkomst tusschen de diamanthoudende afzetting van Agua Suja in West-Minas Geraes en de kimberlieten van Zuid-Afrika, terwijl later kimberliet in gangen werd vastgesteld in den Staat Rio de Janeiro te zamen met pikrietporphyrieten, alnoieten en limburgieten, benevens het voorkomen

[1]) E. Hussak. Uber das Vorkomen von Palladium und Platin in Brasilien. Zeitschr. f. prakt. Geol. XIV, 1906, blz. 284 e.v.

van soortgelijke gesteenten in gangen en pijpen in het westelijk gedeelte van den Staat Minas Geraes [1]). Evenals de kimberlietische gesteenten nabij de westkust van Zuid-Afrika behooren ook de bekende Braziliaansche gesteenten bijna alle tot de glimmerarme bazaltische variëteiten.

Horizontale beweging der Atlantische kusten.

De gelijkenis tusschen sommige groepen van sedimentaire gesteenten aan weerszijden van den Atlantischen Oceaan is eveneens opvallend. We vermelden slechts het Zuid-Afrikaansche Karroo Systeem en het Braziliaansche Santa Catharina systeem. Het Orleans conglomeraat in Sta. Catharina en Rio Grande do Sul komt overeen met het Dwyka conglomeraat van Zuid-Afrika en in beide continenten worden de hoogste afdeelingen gevormd door de reeds genoemde dikke serie van vulkanische gesteenten, zooals die van den Drakensberg in de Kaap Kolonie en die van de Serra Geral in Rio Grande do Sul.

Indien we de vulkanen van alkalirijke gesteenten, welke in vroegere perioden langs de tegenwoordige kusten aanwezig geweest zijn, reconstrueeren en beide continenten elkander dicht genaderd denken, dan krijgen we een soortgelijk beeld als tegenwoordig het Oost-Afrikaansche breukgebied vertoont, waar thans de uit alkalirijke gesteenten opgebouwde vulkanen als Kenia en Kilima Ndsjaro verrijzen. Dit beeld illustreert de verklaring van Wegener [2]) omtrent het ontstaan van den Atlantischen Oceaan [3]). Er zou meer dan in

[1]) E. Rimann. Uber Kimberlite und Alnoite in Brasilien. Tscherm. Min. u. Petr. Mitt. 1915. Id. A Kimberlita no Brazil. Annaes da Escola de Minas de Ouro Preto. N°. 15, 1917, blz. 27 e.v.

[2]) A. Wegener. Die Entstehung der Kontinente und Ozeane, Die Wissenschaft. Bd. 66, 1920.

[3]) Er kunnen ook nog andere spleten op het Afrikaansche continent worden geconstrueerd van soortgelijk karakter, maar van grooteren geologischen ouderdom dan die der tegenwoordige Oost-Afrikaansche breuken. We wijzen op het systeem van gangen van alkaligesteenten met een uniforme noordwestelijke tot noordelijke richting, welke aan weerszijden van het oude vulkanische centrum van den Pilandsberg in Transvaal voorkomen en over een afstand van meer dan 100 K.M., dwars door alle oudere formaties heensnijdend, kunnen worden vervolgd. In het gedeelte der aardkorst, dat hier thans door erosie is verdwenen kan het breuksysteem een soortgelijk aspect hebben vertoond als gedeelten van het tegenwoordige Oost-Afrikaansche breuksysteem, de horizontale bewegingen schijnen aan weerszijden van deze breuken echter spoedig te zijn opgehouden en geen belangrijke gapingen te hebben veroorzaakt. De spleten zullen dan op grootere diepte verdwijnen en vele soortgelijke breuken kunnen in een vroeger erosiestadium op het Afrikaansche continent als al of niet opgevulde spleten aanwezig zijn geweest, waarvan thans geen sporen meer zichtbaar zijn. (Vgl. fig. 2 in deze mededeeling en blz. 765 in H. A. Brouwer, Geology of the alkali rocks etc. loc. cit.).

het bovenstaande is medegedeeld omtrent de overeenkomst der eruptiefgesteenten en omtrent de petrographische provincies nabij de tegenoverliggende kusten bekend moeten zijn, om hierin een sterke steun voor de genoemde verklaringswijze te kunnen vinden. Maar in ieder geval is de overeenstemming, ook der zeldzame eruptiefgesteenten opvallend, vooral omdat steeds meer gegevens pleiten tegen de opvattingen van HARKER, BECKE en PRIOR omtrent het bestaan van een Atlantische en Pacifische provincie van eruptief gesteenten. Volgens WEGENER zouden de tegenwoordige kustlijnen van Afrika en Zuid-Amerika de randen voorstellen van een spleet, die zich, door uit elkander schuiven en draaien der beide tegenwoordige werelddeelen ten opzichte van elkander verwijd heeft tot den tegenwoordigen Atlantischen Oceaan. Hiertegenover staat de meening, dat de Atlantische Oceaan door instorting van een oorspronkelijk landgebied, dus door vertikale dalende bewegingen is ontstaan, terwijl Afrika en Amerika zich niet in horizontale richting hebben bewogen.

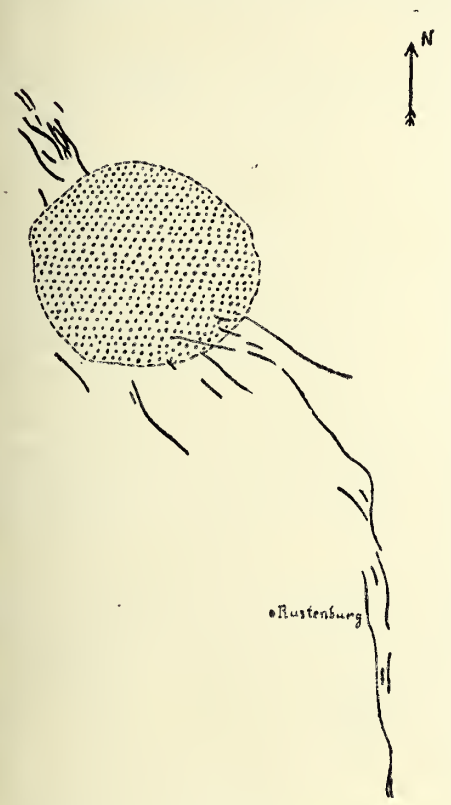


Fig. 2. Een ouder Afrikaansch breuksysteem.[1])

⋯⋯ De oude Pilandsberg vulkaan (Transvaal).

——— Gangen van (nephelien) syenietische gesteenten.

Schaal ± 1 : 1100.000.

De vertikale bewegingen, welke aan de aardoppervlakte worden uitgevoerd worden b.v. door opgeheven strandterrassen, opgeheven rifkalken, verdronken rivierdalen etc. vastgesteld en men verklaart in verband daarmede het ontstaan van zeebekkens door vertikale dalende bewegingen, omdat de horizontale bewegingen niet op soortgelijke wijze worden vastgelegd en dus ontsnappen aan directe waarneming. Maar de horizontale componente der bewegingssnelheid is bij rijzende eilandenreeksen somtijds veel grooter dan de vertikale, waarbij slechts de laatste door opgeheven rifkalken en strandafzet-

[1]) Vgl. noot 3 op blz. 1018.

tingen direct waarneembaar is, terwijl de eerste uit veel minder duidelijke kenmerken, zooals de vorm der rifpantsers en het karakter der breukbewegingen moet worden afgeleid [1]). De mesozoische eilandenreeksen der Tethys hebben voornamelijk horizontale en veel minder belangrijke vertikale bewegingen uitgevoerd, hun massa's rusten thans in de overschuivingsbladen der ketengebergten op elkander. En deze bewegingen worden verklaard, doordat de oude massieven van Eurasië en Indo-Afrika elkander zijn genaderd, waarbij continentale gebieden horizontale bewegingen hebben uitgevoerd. Soortgelijke bewegingen kunnen hebben medegewerkt tot het ontstaan van den Atlantischen Oceaan. In hoeverre horizontale of vertikale bewegingen hebben overheerscht zal bij benadering kunnen worden beoordeeld door vergelijking van de geologische samenstelling en bouw der tegenover elkander liggende kustgebieden. De door WEGENER opgesomde en o.a. door SOERGEL [2]) bestreden punten van overeenkomst behouden zeker een deel van hunne waarde en de door ons besproken overeenkomst der eruptiefgesteenten is op zijn minst met belangrijke horizontale bewegingen niet in strijd.

[1]) H. A. BROUWER. Uber die horizontale Bewegung der Inselreihen in den Molukken. Nachr. Ges. der Wiss. zu Göttingen. 1920, Math. phys. Kl. Id. Breuken en Verschuivingen nabij de oppervlakte van bewegende geantiklinalen. Versl. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam, XXVIII, 1920, blz. 1151.

[2]) W. SOERGEL. Die atlantische „Spalte". Zeitschr. der Deutschen Geol, Gesell. 1916, Monatsber. Bd. 68, Blz. 200 e.v.

Hydrologie. — De Heer Eug. Dubois biedt eene mededeeling aan: *„Over beweging van grondwater bij vorst en dooiweder".*

Uit kleine plassen, uit op zich zelf staande slooten, vooral met hooge kanten, uit wagensporen ziet men bij aanhoudende vorst water verdwijnen van onder het gevormde ijs, zoodat dit hol komt te liggen. De verdwenen waterlaag kan eenige centimeters tot enkele decimeters dik zijn. Het verschijnsel is overbekend, maar de vraag werd nog niet beantwoord, waar dat water dan blijft.

Andere, even gewone verschijnselen worden bij dooiweder waargenomen. Voor de vorst kan de bovengrond tamelijk droog geweest zijn, doch zonder voorafgaande sneeuw of regen bevindt men hem modderig op de nog bevroren onderlaag, zoodra dooi is ingetreden. Eerst wanneer „de vorst geheel uit den grond" is, herneemt de bovengrond spoedig zijn vroegeren, minder natten toestand, doordien de overmatige waterhoeveelheid wegzakt. Van waar dat overmatige water?

Is de vorst uit den grond, dan kan men nog niet behoorlijk gewortelde pootplanten „opgevroren" vinden, dat wil zeggen, gedeeltelijk, in sommige gevallen van kleine pootplanten geheel, uit den grond gelicht. Waardoor?

Eenige winters, vooral dien van 1917/18, had ik gelegenheid, in het zanddiluvium van midden-Limburg, waarnemingen te doen, die, naar ik meen, eenig licht kunnen werpen op de oorzaken dezer verschijnselen.

Het belangrijkste feit dat zich daarbij voordeed is, *dat bij dooiweder het grondwater stijgt.* Ook zonder sneeuw of regen en zonder oppervlakkige toevloeiing van water ziet men, o.a. in slooten, nadat het ijs daarin gesmolten is, het peil hooger worden, in de genoemde landstreek tot een dergelijk bedrag als 1 cM. per etmaal.

Er is dus verplaatsing van grondwater, bij vorst naar boven en bij dooi naar beneden, en deze stel ik mij als volgt voor.

De drukwerking der oppervlaktespanning van het water, dat de bodemkorrels omhult, neemt af met toenemenden diameter. Vandaar, dat in den evenwichtstoestand de grove bodemkorrels met dikker waterlaagjes bedekt zijn dan de fijne bodemkorrels. En zooals van een kleine zeepbel de vloeistof zich naar de groote begeeft, zoo beweegt zich, wanneer die evenwichtstoestand nog niet bereikt is,

water, dat de bodemkorrels omhult, van de fijne naar de grove korrels. Op dezen belangrijken invloed der korrelgrootte voor de bodemvochtigheid heeft, zoover mij bekend is, het eerst E. RAMANN gewezen [1]). In de capillaire bodemruimten is evenzoo de stijghoogte omgekeerd evenredig met de doorsnede.

Dezelfde invloed is nu, naar ik meen, in het spel bij die verschijnselen van het bevriezen en ontdooien van den grond.

Zoodra toch de vorst in den grond dringt, worden de betroffen bodemkorrels, door het bevriezen van hun wateromhulsels, grooter en zuigen dan van de naburige, nog onbevroren korrels het water aan; dit bevriest dan weder en zoo wordt de diameter der vaste korrels grooter en grooter. Op gelijke wijze worden capillaire ruimten nauwer, zoodat daarin grondwater opstijgt. De hoeveelheden water, die aldus in de bevroren deelen van den grond kunnen geborgen worden, moeten zeer aanzienlijk zijn.

Dat blijkt bij dooiweder, uit den modderigen toestand van den bovengrond, die het eerst ontdooit. Wanneer ook de onderlaag ontdooid is, kan het gedurende de vorst opgestegen water wegzakken en tot het grondwater terugkeeren.

Opgevroren pootplanten vindt men eerst bij dooiweder. Dit kan aldus verklaard worden, dat bij het ontdooien van den grond, van onder naar boven gerichte spanningsverschillen ontstaan, waardoor de nog slecht in den bodem gewortelde planten worden uitgestooten.

---

[1]) In de Derde uitgaaf van zijn *Bodenkunde*, p. 332. (Berlin 1911).

Scheikunde. — De Heer Ernst Cohen biedt eene mededeeling aan van den Heer Nil Ratan Dhar: "*Catalysis* — Part XII. *Some induced reactions and their mechanism*".

(Mede aangeboden door den Heer van Romburgh).

When an aqueous solution of mercuric chloride is boiled with oxalic acid, there is no reduction of the mercuric chloride to the mercurous state, but as is well known this mixture of mercuric chloride and oxalic acid decomposes at the ordinary temperature in sunlight according to the equation,

$$2HgCl_2 + H_2C_2O_4 = 2HgCl + 2HCl + 2CO_2.$$

The same change, however, takes place in the dark as the author has observed if a few drops of a deci-normal potasssium permanganate are added to the mixture. As soon as the color of the permanganate is discharged, mercurous chloride begins to separate out.

This phenomenon appears to be of general occurrence. Thus the reduction of mercuric chloride and bromide by oxalic acid, tartaric acid, citric acid, malonic acid, malic acid, glycollic acid, cane sugar, glycerine, lactic acid, hydroxylamine hydrochloride, hydrazinehydrochloride etc., the reduction of gold chloride by several reducing agents, the reduction of silver nitrate, cupric chloride and selenious acid (to selenium) by various organic acids, cane sugar etc. are promoted by the addition of such oxidising agents as potassium permanganate, potassium persulphate, manganese dioxide, potassium nitrite, hydrogen peroxide, ceric salts etc.

It is a remarkable fact that this effect is particularly noticeable in those reactions which are sensitive to light.

In all these instances, chemical changes are taking place in a homogeneous system. I have also investigated several cases of induced reactions taking place in heterogeneous systems, and I have made a special study of oxidations effected by oxygen of the air. The following are some of the experimental results obtained:

Primary change	Induced change
Sodium sulphite + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Sodium sulphite + oxygen	Sodium nitrite + oxygen
Sodium sulphite + oxygen	Sodium oxalate + oxygen
Sodium sulphite + oxygen	Sodium formate + oxygen
Sodium sulphite + oxygen	Ferrous ammonium sulphate + O_2
Sulphurous acid + oxygen	Ferrous ammonium sulphate + O_2
Stannous chloride + oxygen	Ferrous ammonium sulphate + O_2
Manganous hydroxide + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Cobaltous hydroxide + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Acetaldehyde + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Formaldehyde + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Benzaldehyde + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Ferrous ammonium sulphate + oxygen	Sodium oxalate + oxygen
Ferrous ammonium sulphate + oxygen	Sodium tartarate + oxygen
Ferrous ammonium sulphate + oxygen	Sodium citrate + oxygen
Ferrous hydroxyde + oxygen	Sodium arsenite + oxygen
Ammoniacal cuprous hydroxide + oxygen	Sodium arsenite + oxygen.

In all these cases at first the primary change, that is, the oxidation of the easily oxidisable substance takes place and this primary change induces or promotes the secondary or the induced change that is, the oxidation of the difficultly oxidisable substance. In other words, the potential chemical change between oxygen and sodium arsenite is activated by the previous oxidation of sodium sulphite. The oxygen divides itself, as it were, between the two reducing agents and the proportion in which it divides itself between the two reducing agents is the next point of interest.

It is well known that a solution of sodium arsenite is not oxidised by atmospheric oxygen under ordinary conditions. On the other hand a solution of sodium sulphite is readily oxidised to sodium sulphate. Now if we mix the two together both the oxidations take place simultaneously. At the same time a curious phenomenon takes place. The velocity of the oxidation of sodium sulphite becomes very small in presence of sodium arsenite that is, sodium arsenite which is undergoing a slow oxidation acts as a powerful negative catalyst in the oxidation of sodium sulphite. Similarly a solution of an oxalate which also undergoes slow oxidation in presence of sodium sulphite which itself is being oxidised decreases to a marked extent the oxidation of sodium sulphite by atmospheric oxygen. It appears, probable, therefore that the phenomenon of negative catalysis is

possible only when the catalyst is liable to be oxidised. These cases are of great importance in connection with the controversial question of negative catalysis.

In a previous paper (Jour. Chem. Soc. 1917, **111**, 707) I have shown that manganous salts act as a powerful negative catalyst in the oxidations of formic and phosphorous acids by chromic acid and manganous salts can easily pass into the manganic state. Moreover it has been shown by myself as well as other investigators that various organic substances notably hydroquinone, brucine etc. act as negative catalysts in the oxidation of sodium sulphite by oxygen and all these organic substances are themselves readily oxidised. It is well known that the oxidation of phosphorus by oxygen of the air is retarded by the vapours of various organic substances e.g. ether, alcohol, turpentine etc. and the oxidation of chloroform is retarded by the presence of a small quantity of alcohol. Now all these negative catalysts are good reducing agents and are themselves readily oxidised. Hence in oxidation reactions the phenomenon of negative catalysis takes place when the catalyst itself is liable to be readily oxidised.

A study of the slower oxidations that take place at ordinary temperatures has not only shown that the process of oxidation is complicated by the presence of water, but the question has been raised that just so much oxygen takes part in the induced reaction as combines with the substance undergoing oxidation.

Schönbein (Jour. prakt. Chem. 1858, **75**, 99; 1864, **93**, 25; **105**, 226, 1868) first noticed that when certain substances are undergoing oxidation spontaneously by atmospheric oxygen one part of the oxygen combines directly with the substance undergoing oxidation whilst another part of it is converted into ozone, hydrogen peroxide or simultaneously oxidises some other substance. Schönbein (*loc. cit.*) still further demonstrated that just so much oxygen is rendered active as is consumed by the substance which is being oxidised or in all slow oxidations the same amount of oxygen is required as is consumed in the formation of hydrogen peroxide from water or is consumed in the induced oxidation.

Later investigators like Jorissen (Zeit. phys. Chem. 1897 **23**, 667) Engler and Wild (Ber. **33**, 1109, 1000) have verified the law of Schönbein in several cases. If we expose a mixture of sodium sulphite and sodium arsenite to atmospheric oxygen according to Schönbein (loc. cit.) one atom of oxygen should go to oxidise sodium sulphite while the other atom would oxidise a molecule of sodium arsenite in the same time. The oxidation of sodium arsenite is a very slow

chemical change and in order that SCHÖNBEIN's law be applicable it follows immediately that the oxidation of sodium sulphite which is fairly rapid becomes a slow change and the velocity of this oxidation becomes equal to that of the oxidation of sodium arsenite, because the same amount of oxygen will be taken up by the reducing agents in the same time. As a matter of fact from my experiments I have observed that in presence of sodium arsenite or potassium oxalate the velocity of the oxidation of sodium sulphite becomes very small. We assume that a molecule of oxygen splits up in this reaction into two atoms and each atom oxidises one of the reducing agents. Now as a solution of sodium sulphite is much more readily oxidised than a solution of sodium arsenite it becomes difficult to understand why the other oxygen atom instead of attacking the readily oxidisable unacted sodium sulphite attacks the much more difficultly oxidisable sodium arsenite. Or if we assume that at first a peroxide of the type of BODLÄNDER's benzoyl peroxide (Ahrens' Sam. **3**, 470 1899) is formed as a combination of the sodium sulphite with a molecule of oxygen we are still encountered with the same difficulty. In this case we will have to assume that this peroxide instead of attacking the readily oxidisable and unattacked sodium sulphite will attack the less readily oxidisable sodium arsenite by preference. It seems to me therefore that the only course left to us is to find out the explanation in the view of the formation of a complex of sulphite and arsenite or of sulphite and oxalate and that this complex is oxidised as a whole. It is well known that complex oxalates and sulphites do exist. OSTWALD thinks that in order to explain positive catalysis by the hypothesis of intermediate compound formation it is necessary to show that the intermediate reactions actually take place more readily than the direct reaction under the given conditions because if a reaction goes more slowly via the intermediate product than the direct path, it will take the latter and the possibility of intermediate products can have no influence on the process. "Hence", adds OSTWALD, "I see no possibility of explaining retarding catalytic influences by the intermediate products". (Nature, 1902, **65** 522).

I have observed in a previous paper (Proc. Akad. Wet. Amsterdam 1920) that in the oxidation of sulphites and sulphurous acid the sulphite ion is the active agent. If we can decrease the sulphite ion we can decrease the chemical change and a solution of sulphurous acid which is a weak acid containing few sulphite ions is oxidised less readily than a solution of sodium sulphite of the same concentration. On the addition of an arsenite to a sulphite a complex which

itself is oxidised as a whole is formed. At the same time the velocity of the oxidation of the sulphite becomes less due to the decrease in the concentration of the sulphite ions, arising out of the formation of a complex of sulphite and arsenite or of sulphite and oxalate. Here it seems to me that the only plausible explanation of this negative catalysis stands on the hypothesis of the formation of an intermediate complex compound.

On investigating these various cases of induced reactions I was naturally led to the more general conclusion that one chemical change should induce another chemical change of the *same type* and I tried to verify this conclusion. I found that the reduction of mercuric chloride by such different reducing agents as formic acid, sulphurous acid, phosphorous acid etc. induce in all cases the reduction of the same substance (e.g. mercuric chloride) by sodium arsenite. I also investigated other changes, as for instance, the decomposition of unstable substances. It is well known that ammonium dichromate decomposes readily into nitrogen, water and chromium oxide. Also the decomposition temperature of potassium persulphate is lower than that of potassium chlorate and I have found that in presence of decomposing ammonium dichromate or persulphate the decomposition temperature of potassium chlorate is appreciably lowered. In this connection it will be of interest to investigate whether the presence of an easily decomposable explosive will lower down the decomposition temperature of a difficultly decomposable explosive, and this investigation will throw light on the stability of mixed explosives. As far as my experiments go I am inclined to the view that *one chemical change will either promote or induce another chemical change of the same nature.*

A solution of ferrous ammonium sulphate is very slowly oxidised by atmospheric oxygen. If an oxalate is added to this solution the rate of oxidation is greatly increased and the ferrous iron readily passes into the ferric state in presence of atmospheric oxygen, and the oxalate is also slowly oxidised. The same sort of behaviour is noticeable if we add a tartrate or a citrate instead of an oxalate to a ferrous salt solution. The potential reducing activity of iron is increased by the addition of an oxalate or a tartrate. Hence solutions of ammonium ferro-oxalate, or ferro-citrate or ferro-tartrate are better reducing agents than ferrous ammonium sulphate and are largely used as developers in photography.

Now there is no chemical change between potassium oxalate and mercuric chloride in the dark at the ordinary temperature, though the following chemical change takes place in light

$$K_2C_2O_4 + HgCl_2 = 2HgCl + 2KCl + 2CO_2,$$

If to this mixture of oxalate and mercuric chloride one adds a ferrous salt one gets a slight precipitate of ferrous oxalate and at the same time mercurous chloride is formed. A solution of ferrous salt cannot reduce mercuric chloride at the ordinary-temperature but in presence of an oxalate it becomes a better reducing agent and reduces mercuric chloride to the mercurous state and at the same time the potential reducing power of an oxalate is activated in bringing forth the reduction of mercuric chloride to the mercurous state. Evidently the reducing power of the ferrous salt as also that of the oxalate is activated by their mutual presence. Tartrates and citrates behave in a similar manner in presence of ferrous salts.

Winther (Zeit. wiss. Phot. 1909, **7**, 409) has brought forward argument to show that the light sensitiveness of a mixture of an oxalate and mercuric chloride is due to the presence of iron and the investigator suggests that the purest mixtures, of an oxalate and mercuric chloride so far prepared have contained iron. In absence of iron the mixture is not sensitive to visible rays. It seems to me that the real function of iron, if it is present, is not that of a photoferment or photocatalyst, as suggested by Winther, but that of an inductor. The ferrous salt in presence of an oxalate reduces the mercuric chloride to the mercurous state and at the same time activates the potential reducing power of the oxalate in inducing the reduction of mercuric chloride to the mercurous state. This induced reaction takes place also in the dark. Evidently the Winther hypothesis seems to be doubtful.

Chemical Laboratory Muir Central College
Allahabad India.

Physiologie. — De Heer SPRONCK biedt eene mededeeling aan van den Heer Prof. K. LANDSTEINER: *„Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende diersoorten"*.

(Mede aangeboden door den Heer EYKMAN).

Onze kennis van de specificiteit der diersoorten berust in hoofdzaak op morphologische feiten, op verschijnselen, die zich voordoen bij overerving en transplantatie en op serologische reacties. De eerstgenoemde ervaringen geven aanleiding om te denken, dat de specificiteit der soorten een eigenschap is van alle bestanddeelen van het lichaam. De uitkomsten van serologische onderzoekingen hieromtrent echter hebben in de allereerste plaats, voor zoover het dierlijke organismen betreft, betrekking op de eiwitstoffen van het bloedserum. Uitgebreid onderzoek over deze serumeiwitten is door middel van de praecipitine-reactie (TSCHISTOVITCH, BORDET) verricht vooral door NUTALL[1]), waarbij men tot het resultaat kwam, dat in het algemeen de serologische verwantschap der verschillende dieren overeenkomt met de indeeling in het zoölogisch systeem, met dien verstande, dat de sera der verschillende dieren des te meer onderscheid vertoonen (volgens de praecipitine-reacties beoordeeld), naarmate zij in de dierenreeks verder van elkaar staan. Wellicht zullen dezelfde wetten, die voor het serum gelden ook voor de overige bestanddeelen van het dierlijk lichaam van toepassing zijn; meestal neemt men dit als vaststaande aan, hoewel de zaak voor deze andere lichaamseiwitten veel minder nauwkeurig is onderzocht, dan voor de sera.

Van sommige lichaamseiwitten weet men zeker, dat zij in meerdere (eiwit van de lens van het oog[2]) en van hoornsubstantie[3])) of mindere mate (caseine)[4]) van het gewone specificiteits type afwijken, d.w.z. deze eiwitten zijn wel antigenen, maar hun specificiteit is meer of minder onafhankelijk van de diersoort waarvan zij afkomstig zijn. Het blijft intusschen mogelijk, dat bij deze eiwitten nog wel de aan de soort eigen structuur aanwezig is, dat zij echter door andere structuren wordt gemaskeerd.

[1]) NUTTALL. Bloodimmunity and bloodrelationsship, Cambridge (1904).
[2]) UHLENHUTH. Festschr. f. Rob. Koch.
[3]) KRUSIUS. Arch. f. Augenheilk. **67**. (1910).
[4]) VERSELL. Zeitschr. f. Immunitätsf. **24**, 267. (1915).

Of nu de immuunsera, welke bloedlichaampjes agglutineeren, zich evengoed als de besproken praecipitinen, wat hunne groepreacties aangaat, aansluiten aan het zoölogisch systeem, is wel nog twijfelachtig [1]). Hetzelfde geldt ook van de immuunsera tegen de bestanddeelen van de orgaancellen [2]). Voor de globulinen uit de melk moet wel als zeer waarschijnlijk worden aangenomen, dat zij dezelfde „soort-specificiteit" zullen bezitten als de globulinen uit het serum en hetzelfde zou men kunnen denken van alle eiwitten, die wat den aard en hoeveelheid der aminozuren betreft waaruit ze zijn opgebouwd, met serumproteïnen overeenkomst vertoonen.

Een alle aandacht verdienend probleem wordt echter opgeworpen, wanneer men zulke proteïnen, b.v. het haemoglobine, beschouwt, welke in hun chemische structuur, d. w. z. in den opbouw uit aminozuren ver van de eiwitstoffen van het serum afwijken.

Indien zulk een eiwitstof, wat de soortspecificiteit aangaat, zich gedraagt als het serumeiwit, dan volgt daaruit een van de beide consequenties,

Of de serumeiwitten en de andere lichaamseiwitten hebben elk een van elkander onafhankelijke „soortstructuur", of de verschillende eiwitten van een zelfde diersoort hebben afgescheiden van verschillen in bouw, die ze ook overigens mogen vertoonen, alle eenzelfde groep (of meerdere groepen) van atomen, die voor die bepaalde diersoort karakteristiek is. M. a. w. de specificiteit van paardenserum en paardehaemoglobine kan berusten op de aanwezigheid in beide moleculen van een bepaalde kern, die specifiek voor het paard is, of de serumspecificiteit is afhankelijk van een bepaalde atoomgroep en de haemoglobine-specificiteit weer van een andere atoomgroep, enz. Indien de eerste veronderstelling juist is, dan ligt het voor de hand te trachten de soortspecifieke kern aan te toonen. In het tweede geval, dat misschien minder waarschijnlijk is, moet men aannemen, dat er wel een bepaalde overeenkomst bestaat in chemische structuur tusschen twee gelijksoortige eiwitten van verschillende diersoorten maar niet tusschen de verschillende eiwitten van eenzelfde diersoort.

Uit het bovenstaande volgt de noodzakelijkheid nader te onderzoeken, welke verhoudingen bij de „soortspecificiteit" der verschillende proteinen bestaan. Daarom heb ik opnieuw een onderzoek ingesteld over de praecipitinen tegen haemoglobine, aangezien, zooals reeds boven is vermeld, het haemoglobine zich tot een dergelijk

[1]) Cf. Landsteiner u. Reich. Zeitschr. f. Hyg. 58. 227. (1907). Brockmann. Zeitschr. f. Immunitätsf. 9. 114 (1911).

[2]) Salus. Bioch. Zeitschr. 60. 1. 1914.

onderzoek zoo bij uitstek leent en de literatuur hierover bovendien geen voldoende zekerheid geeft.

De eersten, die de vorming van de praecipitine tegen haemoglobine onderzochten waren LEBLANC [1]), IDE [2]) en DEMEES [3]).

Het vraagstuk over de soortspecificiteit van haemoglobine werd door THOMSEN [4]) ter hand genomen, die tot het resultaat kwam, dat de anaphylaxie der roode bloedcellen tot op zekeren grond soortspecifiek is. Het grootste deel van zijn proeven — en hetzelfde geldt voor een proefreeks van BRADLEY en SANSUM [5]) — is niet verricht met zuivere haemoglobine, maar met een oplossing van bloed. BRADLEY en SANSUM werkten in een tweede reeks met gekristalliseerd haemoglobine van den hond, waarbij zij vonden, dat caviae die met hondenhaemoglobine zijn gesensibiliseerd, sterk (maar geen acute dood) op bloedoplossingen van den hond reageeren, zwakker op bloedoplossingen van schildpad, kat en varken en niet op bloedoplossingen van kip, kalf, paard, geit, konijn, rat, cavia, schaap, mensch

Door deze resultaten kan het vraagstuk van de soortspecificiteit van haemoglobine nog niet als volledig opgelost worden beschouwd.

Aangezien de specificiteit van haemoglobine zeker op de globinecomponent berust, zoo moeten ook de proeven die met globine zijn verricht hier worden vermeld. BROWNING en WILSON [6]) vonden dat een immuunserum tegen cavia-globine een sterke complementbinding met cavia-globine gaf, een zwakke met konijne- en geen binding met runder-globine; in een latere mededeeling [7]) vinden zij, dat een immuunserum tegen runderglobine ook reageert met globine van de geit, de cavia en de eend, niet met globine van het konijn. Zij formuleeren hun conclusies als volgt: "Thus, while evidence of species-specificity exists in certain cases, there is also a wide, though not universal, community of antigenic properties shared by the globin of widely separate animal species".

Opgemerkt moet nog worden, dat SCHMIDT en BENNETT [8]) op grond van vroegere onderzoekingen van anderen (FORD en HALSEY) en de

---

[1]) La Cellule **18**. 337. (1901).

[2]) „ „ **20**. 263. (1902).

[3]) „ „ **24**. 423. (1907).

[4]) Zeitschr. f. Immunitätsf. **3**. 539. (1909). Cf. WEICHARDT. Zeitschr. f. Immunitätsf. **14**. 609. (1912). Over de specificiteit van de haemoglobinekristallen. cf- REICHERT a. BROWN. Carnegie Institution Publication Washington 1909.

[5]) Journ. Biol. Chem. **18**. 497. (1914).

[6]) Journ. of Path. a. Bact. **14** 174. (1909). Cf. GAY a. ROBERTSON J. Exper. Med **17**. 535. (1913).

[7]) Journ. of Immunol. **5**. 417 (1920).

[8]) Journ. infect. Dis. **25**. 207. (1919).

eigen proeven van hunzelf aannemen, dat haemoglobine geen antistoffen kan doen ontstaan, zoodat zij meenen, dat de positieve uitkomsten, die anderen hiermede verkregen, op de aanwezigheid van verontreinigingen moet worden geschoven. Browning en Wilson, die zelf een duidelijk werkzaam serum tegen haemoglobine hebben in handen gehad, schrijven de negatieve resultaten van anderen hieraan toe, dat haemoglobine slechts een zwak antigeen is. Met deze opvatting kan ik mij vereenigen [1]), daar in mijn hieronder te vermelden proeven van vijf konijnen, die energiek met haemoglobine (2 gr. of meer) voorbehandeld waren, slechts één een goed serum leverde; twee anderen gaven nog een zwak serum en bij de overige twee was in het geheel geen immuniteitsreactie aan te toonen. Ik heb geen reden om te betwijfelen of de verkregen reacties werkelijk van het haemoglobine zelf afhankelijk zijn, aangezien de werkzame sera, die ik verkreeg slechts zeer zwakke haemolyse met paardenbloed en eerst na langdurig staan een even merkbare troebeling met verdund paardeserum gaven [2]). Voor de opvatting, dat haemoglobine inderdaad een antigeen is, spreken ook de resultaten van Leblanc [3]), die vond dat haemoglobine in het door praecipitineserum veroorzaakt neerslag meegaat.

Ik ben van plan deze onderzoekingen nog verder voort te zetten en zal dan misschien ook op dit punt nog terugkomen en de hier slechts kort aangegeven resultaten uitvoeriger beschrijven.

Bij de proeven waarover thans verslag zal worden uitgebracht, gebruikte ik ter immuniseering van konijnen gekristalliseerd paardenhaemoglobine, dat ongeveer op dezelfde wijze bereid werd, als aangegeven was door Ide en Demees.

Gedefibrineerd paardenbloed werd gecentrifugeerd, neerslag werd vijfmaal gewasschen en opnieuw gecentrifugeerd, tenslotte werden de bloedlichaampjes in de dubbele hoeveelheid van het oorspronkelijke bloedvolume water opgelost en werd aether toegevoegd, daarna bleven zij één tot twee dagen in de ijskast, waarbij eenige keeren werd geschud. Een eventueel bezinksel werd door afgieten verwijderd.

Vervolgens werd, om globuline en de stromata der bloedcellen te verwijderen, aan de vloeistof toegevoegd een gelijk volume ammoniumsulfaatoplossing en wordt door goede, gevouwen filters gefiltreerd, aan het heldere filtraat wordt ammoniumsulfaat in substantie toegevoegd, tot het haemoglobine (bij stilstaan in koude) is neergeslagen, daarna het neerslag van haemoglobine afgefiltreerd en op het filter met ammoniumsulfaatoplossing gewasschen, daarna in water gesuspen-

[1]) Misschien kunnen ook bij de bereiding veranderingen optreden, welke de antigeenwerking verzwakken.

[2]) De oplossing van paardehaemoglobine gedroeg zich op dezelfde wijze tegenover gewoon paardepraecipitine.

[3]) Ide. l.c. p. 263.

deerd (opgelost) een weinig aether toegevoegd en gedialyseerd. Tenslotte wordt 1% keukenzout toegevoegd.

Bij de proeven die vervolgens gedaan werden, werden in reageerbuizen oplossingen gedaan, die bereid waren door toevoeging van water (het dubbele bloedvolume) en aether aan zeer goed gewasschen bloedcellen. Uit deze oplossingen werden door filtratie door asbest-filters de gesuspendeerde bestanddeelen volledig verwijderd. Bij paardenbloed werd bovendien nog gewerkt met oplossingen van gekristalliseerd haemoglobine.

Het onderzoek naar de specificiteitsreacties gaf het volgende resultaat.

Inrichting van de proeven: 0,2 cc. van een 500 maal verdunde oplossing van haemoglobine met een eiwitgehalte van 5%. Daaraan toegevoegd 3 capillaire druppels (een druppel was ongeveer 0.04 cc.) van het immuunserum. Aflezen na een uur staan bij kamertemperatuur. Van paardenserum een 500 voudige verdunning. Van alle oplossingen werden ook verdunningen van 1 : 100 en 1 : 2500 onderzocht; de resultaten daarvan worden hieronder niet medegedeeld, omdat ze in hoofdzaak dezelfde zijn als bij de verdunning 1 : 500.

Haemoglobine-oplossingen.													serum
mensch	hond	paard	ezel	varken	rund	schaap	geit	konijn	rat	muis	kip	duif	paard
0	0	+++	++±	0	0	0	0	0	0	+	0	0	0

Uit deze proeven blijkt, dat het haemoglobine een „soortspecificiteit" bezit, die zeker niet veel minder is, dan die van het serumeiwit. Wat eenigszins opvalt is de tamelijk sterke reactie met muizenbloed, maar zooals bekend is, komen dergelijke reacties ook voor bij praecipitine tegen serum-eiwit. Het zou interessant zijn om te weten of deze reactie op muizenbloed ook te vinden zou zijn bij andere praecipitinesera tegen paardenhaemoglobine.

Nadat de hier vermelde proeven 20 uur gestaan hadden, werd opnieuw waargenomen en nu bleken ook eenige andere sera een zwakke nevenreactie te hebben gegeven.

Een reactie op haemoglobine-oplossingen in het algemeen kon tot stand gebracht worden door middel van de „remmingsreactie" [1]).

Werd n.l. aan de reageerbuizen, die de bovengenoemde mengsels van hoeveelheden paardehaemoglobine en immuunserum bevatten

[1]) Landsteiner. Bioch. Z. **93**. 115, **104**. 280. Halban u. Landsteiner. Munch. med. Woch. 1902. N°. 12.

bovendien nog gedaan 0,05 cc. van een 1% haemoglobine-oplossing van verschillende dieren, dan werd de praecipitine-reactie geremd, door alle soorten van haemoglobine. Deze remming was — zooals bleek uit proeven, waar een geringere hoeveelheid haemoglobine was toegevoegd — met een enkele uitzondering het sterkste bij paarde- en ezelhaemoglobine.

Haemoglobine-oplossingen.

paard	ezel	hond	rund	schaap	konijn	cavia	rat	contrôle
0	0	0	0	0	0	+	±	++±

Afgelezen na een uur kamertemperatuur.

Tenslotte heb ik nog getracht te onderzoeken of aangenomen kan worden, dat in het serum-eiwit en in het haemoglobine een gemeenschappelijke „soortspecifieke" groep zich bevindt (zie boven); dit onderzoek geschiedde eveneens door middel van de remmingsreactie. Daarbij bleek, dat door aan de mengsels van haemoglobine en hun antistof toe te voegen 0,05 cc. normaal serum van verschillende diersoorten de uitvlokking kon worden geremd. Bij het onderzoek van elf verschillende diersoorten bleek, dat deze remming het sterkste was bij paard, ezel en twee andere serumsoorten (en deze vier waren onderling gelijk van sterkte). Uit dit resultaat kan dus nog geen definitieve conclusie worden getrokken; mogelijk is echter door meer variatie in de proeven aan te brengen (immuunlichamen ook tegen andere haemoglobinesoorten) en wellicht door de indeeling van de proef eenigszins te varieeren, dat ook in dit opzicht een positief resultaat zou kunnen worden verkregen.

Anatomie. — De Heer Bolk biedt eene mededeeling aan van den Heer J. M. van Vugt: *„De Homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der Zoogdieren."*

(Mede aangeboden door den Heer Sluiter).

Met den naam van M. pyramidalis duidt men in de anatomische literatuur een spier aan, die bij verschillende zoogdierklassen in het onderste gedeelte van den voorsten buikwand wordt aangetroffen. Bij de volgende zoogdierklassen is nooit een M. pyramidales waargenomen: Edentata, Glires, Galeopithecidae, Ungulata, Sirenia en Cetaceae; terwijl er een aanwezig kan zijn bij Monotremata, Marsupialia, Insectivora, Chiroptera en Primates. Ook is een M. pyramidalis beschreven bij Hyrax en bij Hyena [1]). Ellenberger en Baum [2]) beschrijven verder nog een M. praeputialis bij den hond, die zij als het borstgedeelte van den M. pyramidalis aanzien.

Uit de gelijkheid van naam blijkt reeds, dat men deze spier bij alle genoemde klassen als homoloog beschouwt, hetgeen nu en dan door de schrijvers uitdrukkelijk vermeld wordt. Zoo zegt Eisler [3]): „Der M. pyramidalis ist ein typischer und groszer Muskel bei den Säugern, die einen Beutelknochen besitzen." In Bronn's Klassen und Ordnungen [1]) leest men: „Dieser zwischen der ventralen Wand der Rectusscheide und dem Rectus gelegene Muskel ist als der Muskel des Beutelknochens anzusehen und ist deshalb bei den aplacentalen Säugern am starksten entwickelt." Ook Wiedersheim is van deze meening: „Der Pyramidalis ist der eigentliche Muskel des Beutelknochens" [4]) en: „Bei den aplacentalen Säugethieren d.h. bei Monotremen und Beutelthieren ist der M. pyramidalis im Anschlusz an die Beutelknochen gewaltig entwickelt" [5]). Van gelijke meening zijn o a. ook: Gegenbaur, Bardeleben, Rauber en Testut. Alleen Loth [6]) vermeldt dat Chudzinski deze opvatting niet is toegedaan; wat de meening van Chudzinski in dit opzicht wel is, geeft hij niet aan.

Bewijzen voor de homologie van deze spier bij placentale en aplacentale zoogdieren — dat is dus van M. pyramidalis en M. marsupialis — geeft men echter niet. Want het feit, dat de M. mar-

[1]) Bronn's Klassen und Ordnungen. Mammalia II. pg. 788 e.v.

[2]) Ellenberger und Baum. Anatomie des Hundes, pg. 167.

[3]) Eisler. Die Muskeln des Stammes, pg. 575.

[4]) Wiedersheim. Vergleichende Anatomie der Wirbeltiere, pg. 244.

[5]) „ . Der Bau der Menschen als Zeugnis für seine Vergangenheit.

[6]) Loth. Muskelsystem des Negers. pg. 98. Studien und Forschungen zur Menschen- und Völkerkunde IX. 1912.

supialis der Didelphen ongeveer een gelijke plaats als de M. pyramidalis der overige zoogdieren in den buikwand inneemt en dat beide in de rectusscheede zijn ingesloten, kan toch niet als voldoende bewijs der homologie gelden. In het volgende worden nu de resultaten medegedeeld van een onderzoek naar de juistheid dezer homologiseering.

De M. marsupialis ontspringt in het algemeen van den medialen rand van het os marsupiale, waarbij de onderste vezels van de spier een min of meer transversaal verloop hebben, terwijl de meer craniaalwaarts gelegenen schuin omhoog naar de linea alba verloopen. Deze spier ligt vóór den M. rectus en is er meestal slechts van gescheiden door een dunne laag los bindweefsel. Niet altijd echter schijnt de M. marsupialis vóór den M. rectus te liggen. W. Vrolik[1]) vond bij Dendrolagus inustus, dat „de pyramidaalspier door de regte buikspier bedekt werd".

De overige buikspieren der buideldieren hebben het volgend verloop t.o.v. den M. marsupialis en M. rectus. De M. obliquus externus loopt steeds vóór den M. rectus en vóór den M. marsupialis langs. Het verloop van den M. obliquus internus echter varieert, evenals dat van den M. transversus. Door de schemata in figuur 1, waarin

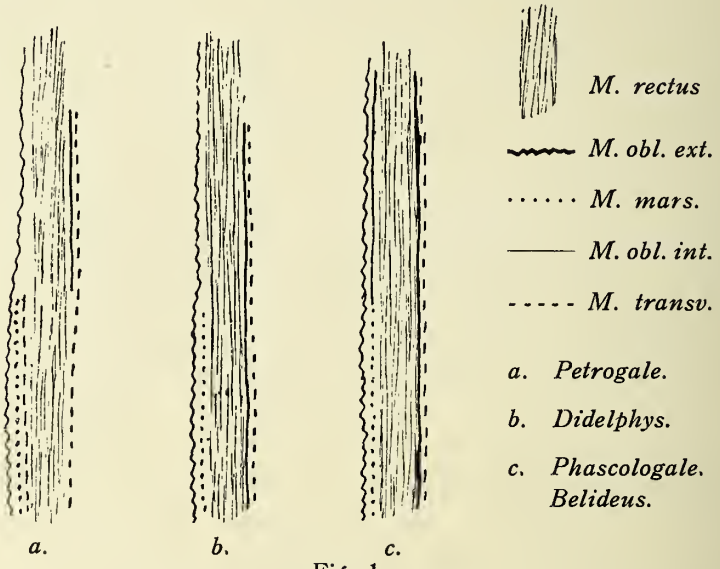


Fig. 1.

de opvolging der verschillende spieren op een overlangsche doorsnede in het onderste deel der buikholte is aangegeven, is getracht dit in een overzichtelijke wijze voor te stellen. Bij Phascologale penicillata (fig. 1*c*) is de toestand als volgt. Het onderste deel van den M.

[1]) W. Vrolik. Ontleedkundige nasporingen omtrent Dendrolagus inustus. Kon. Akad. v. Wet. A'dam Afd. Nat. Deel V.

obliquus internus insereert aan den lateralen rand van het Os marsupiale; het bovenste deel dat zich niet meer aan het Os marsupiale kan vasthechten, loopt langs den bovenrand van den M. marsupialis en insereert aan de linea alba. De aponeurose splitst bovendien nog een blad af, dat met de aponeurose van den M. transversus achter den M. rectus langs gaat. Bij Belideus ariel was het verloop van M. obliquus internus en M. transversus als bij Phascologale. De M. marsupialis ligt ook hier vóór den M. rectus, het verloop der spiervezels is echter meer schuin craniaalwaarts gericht dan bij Phascologale.

Tusschen M. marsupialis en M. rectus van Petrogale penicillata (fig. 1*a*) loopt het voorste blad der aponeurose van den M. transversus; slechts in het onderste deel van den M. transversus heeft deze splitsing in een voorste en achterste blad plaats. Meer craniaalwaarts loopt de M. transversus ongesplitst achter den M. rectus. De M. obliquus internus zet zich bij dit dier niet voort tusschen M. marsupialis en aponeurose van den M. transversus, maar verloopt met deze laatste spier achter den M. rectus. Bij Petrogale xanthopus is ongeveer dezelfde toestand aangetroffen door Parsons [1]): „The internal oblique „is inserted into the lest three ribs, dorsal to the lateral line of the „body it is fleshy, while ventrally it becomes aponeurotic and blends „with the transversalis. The transversalis .... passes in the anterior „two thirds of the abdomen deep to the rectus, in the posterior third „it splits to enclose that muscle".

Over den M. obliquus internus en M. transversus van Didelphys virginiana schrijft Elliot Coues [2]): „The lower border (of the internal „oblique) is fleshy and stretches nearly horizontally inward from „Poupart; ligament to the upper part of the marsupial bone, a stout „bundle of fibres being insected into the tip of that bone. The rest „of the muscle passes more and more directly upward, till its „posterior part is vertical. Its anterior margin ends along a linea „semilunaris by blending the aponeurosis with that of the transversalis". Van deze laatste spier zegt Coues: „There is no splitting of the aponeurosis to get outside the rectus below" (fig. 1*b*).

Gegenbaur [3]) zegt van den M. pyramidalis — ook die der Monotremen en Marsupialiers — het volgende: „.... allein seine „Lage nicht nur, sondern vielmehr sein Anschlusz an den Rectus,

[1]) Parsons. On the anatomy of Petrogale xanthopus. Proceedings of the Zoological Society of London. June 16, 1896.

[2]) Elliott Coues. The osteology and myology of Didelphys Virginiana. Memoirs of the Boston Society of Natural History, Vol. II. Part. I 1872.

[3]) Gegenbauer. Vergleichende Anatomie, I. 1898 pg. 664.

„sowie der Einschlusz in eine mit dem Rectus gemeinsame Scheide „macht seine Entstehung aus dem Rectus wahrscheinlich und verweist „auf die Thatsache, dasz bereits bei Amphibien mehrfache Rectus-„bildungen vorkommen, von welchen die oberflächliche der Metamerie „entbehrt, gleich dem Pyramidalis der Säugethiere, welcher auch „nicht mit Unrecht als vorderer Rectus unterschieden ward". Ook in het hierboven geciteerde onderzoek van Elliott Coues vindt men de verdeeling in een M. rectus externus en internus.

Voor wat den M. marsupialis betreft, lijkt deze opvatting niet waarschijnlijk. Zooals uit het schema van den buikwand van Petrogale (fig. 1*a*) blijkt, gaat een blad van den aponeurose van den M. transversus tusschen M. rectus en M. marsupialis door. Dit maakt het ontstaan van den M. marsupialis uit den M. rectus zeer onwaarschijnlijk. Uit de schemata van Phascologale en Belidens (fig. 1*c*) blijkt ook dat de M. marsupialis niet zoozeer door de rectusschede wordt ingesloten — hetgeen volgens Gegenbauer een argument voor het ontstaan uit den M. rectus zou zijn — doch een deel van de rectusschede zelf uitmaakt. De M. obliquus internus neemt tengevolge van zijn insertie aan den lateralen rand van het Os marsupiale geen deel aan de vorming van het voorste blad der vagina musc. recti; en nu completeert juist de M. marsupialis dat deel van de rectusscheede. Ook maakt het vezelverloop van het onderste deel van den M. marsupialis een hoek van ongeveer 90° met den M. rectus. En al is dit geen zeker bewijs van het tegendeel, aannemelijk maakt het een ontstaan uit den M. rectus toch geenszins.

Het vezelverloop van de buidelspier vertoont veel meer aansluiting aan dat van den M. obliquus internus. Door het feit dat de M. marsupialis den M. obliquus internus als het ware completeert, en door de ligging van deze spier tusschen M. obliquus externus en M. transversus — wat vooral duidelijk is bij Petrogale (fig. 1*a*) — wordt het waarschijnlijker dat de M. marsupialis een gedeelte is van den M. obliquus internus. Door deze opvatting is ook beter te begrijpen de toestand door Vrolik beschreven, dat de M. pyramidalis van Dendrolagus inustus door den M. rectus bedekt wordt, daar zulks voor een gedeelte van den M. obliquus internus niets buitengewoon is [1]).

Een duidelijke aanwijzing in die richting werd gevonden bij een Didelphys marsupialis, zooals uit het volgende blijkt (fig. 2). Het onderste deel van den M. obliquus internus insereert aan den lateralen rand van het Os marsupiale; het onderste deel van

[1]) Voor het verloop der buikspieren t.o.v. den M. rectus, zie: W. A. Mijsberg. Over den bouw van den musculeuzen buikwand der Primaten. Kon. Akad. v. Wet. A'dam 14 Mei 1915.

den M. marsupialis ontspringt van den medialen rand van dit skeletstuk. De aponeurose van het middelste deel van den M. obliquus internus loopt niet door tot aan de linea alba, maar gaat over in het bovenste deel van den M. marsupialis, zoodat dit deel der aponeurose een tusschenpees tusschen beide spieren vormt. Het bovenste deel van den M. obliquus internus insereert aan de linea alba en aan de onderste ribben. Hier bestaat dus een innig verband tusschen beide spieren, zoodat men hier zelfs zou kunnen spreken van een Pars marsupialis musculi obliqui interni. Maar in de meeste gevallen is de samenhang tusschen beide spieren niet zoo duidelijk. In de aangehaalde beschrijving van Dendrolagus inustus door Vrolik komt het volgende voor: „Zij (de buidelspier) hecht zich aan de witte lijn en slaat zich achter het marsupiaalbeen om ten einde zich te vereenigen met de peesplaat van den M. obliquus internus en transversus". Deze beschrijving is wel niet zeer duidelijk, maar onmogelijk is het niet dat bij Dendralogus eenzelfde toestand voorkwam als bij Didelphys marsupialis door mij werd aangetroffen.

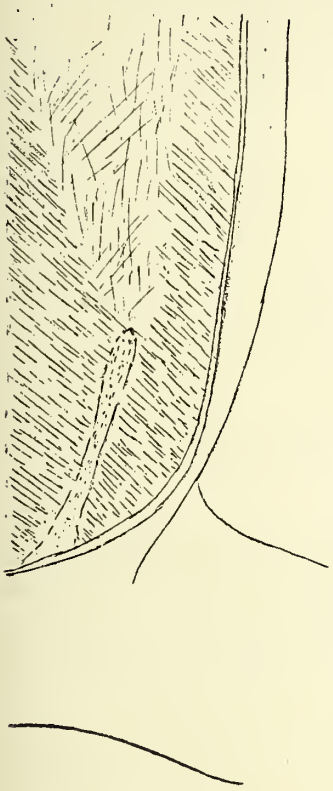


Fig 2.

Over de Ossa marsupialia heerschen verschillende meeningen. Flower [1]) beschouwt ze als: „Verknöcherungen der inneren Sehne der äusseren schrägen Bauchmuskel selbst, oder doch innig mit ihr verbunden, und fallen daher unter der Kategorie der Sesam beine". Katz [2]) spreekt van: „Ossificationen in einer hintern sehnig gedachten Partie des M. Pyramidalis". Sinds de uitgebreide onderzoekingen van Wiedersheim [3]) over den bekkengordel wordt wel algemeen aangenomen, dat het Os marsupiale een tot sterke ontwikkeling gekomen Epipubis is. Met de kwestie omtrent de homologie van M. pyramidalis en M. marsupialis houdt evenwel de beteekenis van het Os marsupiale geen direct verband.

[1]) Flower. Einleitung in der Osteologie der Säugethiere, 1888 pg. 298.

[2]) Katz. Zur Kenntniss der Bauchdecke und der mit ihr verknüpften Organe bei den Beutelthieren. Zeitschrift für wiss. Zoöl. Bd. 36. 1882.

[3]) Wiedersheim. Die Phylogenie der Beutelknochen. Zeitschrift für wiss. Zoöl. Bd. 53—1892. Suppl.

Wat nu den M. pyramidalis betreft, zij op het volgende gewezen. De M. pyramidalis is bij den mensch een kleine, driehoekige spier, in den voorsten buikwand gelegen, ontspringend van het Os pubis, vóór de insertie van den M. rectus; zijn vezels loopen schuin omhoog en insereeren aan de linea alba. Ook insereeren eenige oppervlakkige vezels aan den achterkant van het ventrale blad der rectusscheede [1]). Deze spier ligt onmiddellijk voor den M. rectus en is van deze laatste slechts door een dunne laag los bindweefsel gescheiden. Toch schijnt het bindweefsel tusschen beide spieren nu en dan tot een vaste membraan te kunnen worden, want in het meer aangehaalde werk van Eisler [1]) leest men: „In der Regel findet sich zwischen. Pyramidalis und Rectus „nur eine dünne Schicht lockeren Bindegewebes, doch schiebt sich „gelegentlich von lateral her ein aponeurotisches von der ventralen „Rectusscheidewand im besondern von der Aponeurose des M. trans- „versus abdominis abgespaltenes Blatt zwischen beide, ohne aber „eine vollständige Abschliesszung des Pyramidalis herzustellen". „Krause [2]) geeft dezen laatsten toestand zelfs als regel aan. Daar echter de afsluiting zooals Eisler opmerkt, nooit volledig is en het voorkomen ervan slechts een uitzondering, althans lang niet constant is — getuige het verschil van meening dat hier omtrent heerscht — lijkt het onwaarschijnlijk, dat die afsluiting gevormd wordt door een echte aponeurose.

De M. pyramidalis ontbreekt beiderzijds bij $\pm 16\%$ der Europeanen, in de helft der overige gevallen komt hij slechts éénzijdig voor. De M. pyramidalis ontbreekt verder bij ongeveer 10% der Negers en 4% der Japanneezen.

Santorini, Cruveilhier, Quain en Gegenbaur maken nog melding van het volgende. Bij ontbreken van den M. pyramidalis is het caudale einde van den M. rectus breeder en sterker; omgekeerd deelt Macalister [3]) mee dat de insertie van den M. rectus smal is, als de M. pyramidalis een sterke ontwikkeling heeft. Deze verhoudingen zijn, zooals we zien zullen, niet zonder beteekenis.

De aponeurose van den M. obliquus internus loopt bij den mensch door tot aan de linea alba, zonder dat een verbinding bestaat tusschen deze aponeurose en den M. pyramidalis, zooals bij Didelphys het geval was. De richting van vezelverloop van M. pyramidalis en M. obliquus internus verschilt ook vrij sterk en tusschen beide spieren ligt bovendien nog de aponeurose van den M. transversus. Een en ander maakt het niet aannemelijk om ook den M. pyramidalis

[1]) Eisler. Die Muskeln des Stammes. pg. 572.

[2]) Krause. Handbuch der menschlichen Anatomie 1879. Bd. II. pg. 242.

[3]) Eisler. Die Muskeln des Stammes. pg. 574.

te beschouwen als een gedeelte van den M. obliquus internus, zooals den M. marsupialis. En hieruit volgt weer dat M. pyramidalis en M. marsupialis niet homoloog kunnen zijn.

Maar welke beteekenis heeft de M. pyramidalis der Monodelphen dan wèl. Ter beantwoording van die vraag zij de uitkomst meegedeeld van een onderzoek naar de insertiewijze van den M. rectus abdominis bij eenige zoogdieren. Bij Tarsius spectrum biedt het Os pubis aan deze spier slechts een geringe ruimte tot insertie en wel smaller dan de breedte van de spier bedraagt. De insertie komt echter toch over de geheele breedte van de spier tot stand, door dat het onderste deel van den M. rectus zich bij de linea alba ombuigt naar voren en lateraalwaarts, zoodat een klein driehoekig deel van de spier vóór het grootere niet omgebogen deel komt te liggen. Dit stukje van den M. rectus lijkt zeer veel op een M. pyramidalis; het heeft echter geen eigen insertie aan de linea alba, maar zijn vezels gaan bij de linea alba direct over in die van den M. rectus. De M. rectus bij Tarsius heeft dus een U-vormige insertie. Wanneer echter door een of andere oorzaak zoo'n driehoekig stukje spier zelfstandig zou worden en een eigen insertie aan de linea alba verkrijgen, is daarmee een M. pyramidalis ontstaan. Bij Insectivoren is zoo'n omstandigheid te vinden in het kruisen der beide Mm. recti, door Leche [1]) beschreven. De kruising begint bij het embryo in het meest caudale gedeelte. De Mm. recti naderen de mediaanlijn, de rechter M. rectus splitst zich in tweeën om den linker M. rectus door te laten (bij Talpa europea) of wel beide Mm. recti splitsen zich en zoodoende wordt er een meer ingewikkeld vlechtwerk gevormd. De rechter M. rectus insereert dan aan het linker Os pubis en de linker M. rectus aan het rechter Os pubis. Naar mate het embryo onder wordt, gaat het proces craniaalwaarts verder, totdat de volwassen toestand bereikt is. Bij een onderzoek van embryonen van Talpa vond ik nu eveneens een ombuiging van den medialen rand van den M. rectus naar voren en lateraalwaarts, en wanneer nu de niet omgebogen rectusstukken gaan kruisen, dan verliest noodzakelijkerwijze de driehoekige voorste laag den samenhang met de rest van den M. rectus en krijgt een eigen insertie, m. a. w. wordt tot M. pyramidalis. Immers de mediale rand van den M. rectus, waarlangs de ombuiging naar voren en lateraalwaarts plaats vond, komt na de kruising lateraal aan den tegenovergestelden kant te liggen, zoodat een samenhang van omgebogen en niet omgebogen stukken van den M. rectus niet meer mogelijk is. Bij embryonen,

[1]) Leche. Zur Anatomie der Beckenregion bei Insectivora. Kon. Svenska Vet. Akad. Handl. Bd. 20 N°. 4. 1883.

waarbij de kruising van de Mm. recti begonnen, maar niet geheel voltooid is, kan men in een bepaald niveau de ombuiging van den M. rectus zien; terwijl in een lager niveau, waar de kruising reeds gedeeltelijk tot stand kwam, de samenhang tusschen beide stukken van den M. rectus opgeheven is.

Om welke reden bij de Simiae en bij den mensch een omgebogen stuk van den M. rectus als M. pyramidalis vrij zou komen te liggen, is niet zoo gemakkelijk te begrijpen als bij de Insectivora. Echter het komt ook elders bij den mensch voor, dat dat deel van een spier met U-vormige insertie, waarvan de insertie één der beenen der U vormt, zelfstandig wordt. Dit kan b.v. het geval zijn met het pars abdominalis van den M. pectoralis maior.

Met deze voorstelling van het ontstaan van den M. pyramidalis bij den mensch komen verschillende feiten goed overeen. In de eerste plaats dat door Santorini e. a. vastgesteld is, dat de insertie van den M. rectus aan het Os pubis smal is, wanneer de M. pyramidalis een breeden oorsprong van dit skeletstuk heeft en omgekeerd. Voorts is hiermee in overeenstemming, dat regelmatig eenige vezels van den M. rectus aan het onderste deel van de linea alba tot insectie komen, hetgeen door Nicaise is beschreven [1]). Het is immers noodzakelijk dat de rectus langs de vroegere ombnigingslijn een insertie verkrijgt aan de linea alba, wanneer zulks met den M. pyramidalis geschiedt.

Daar de functie van den M. pyramidalis zeer gering is, verdwijnt hij betrekkelijk vaak, hetzij aan één of aan beide zijden. Het eenige wat dan nog op zijn vroegere aanwezigheid en ontstaanswijze wijst, is de insertie van vezels van den M. rectus aan het onderste deel van de linea alba.

Men kan de vraag stellen, waarom bij sommige dieren de M. rectus een U-vormige insectie heeft. Misschien bestaat in dit opzicht verband tusschen de breedte van den M. rectus eenerzijds en de afmetingen, vorm en grootte van het bekken, dus met de ruimte tot insertie anderzijds. Dit dient echter nog nader onderzocht te worden; alleen zij hier slechts opgemerkt, dat onder de halfapen de M. rectus een eenvoudige, rechtlijnige insertie heeft bij de Lemurinae, en dat bij de overige halfapen de M. rectus een meer gecompliceerde insertiewijze vertoont. Dit staat wel in verband met het feit door Weber [2]) vermeld, dat de Lemurinae een wijd bekken hebben: „Gegenüber dem weiten Becken der Lemurinae, haben die nicht-madagassichen Prosimiae ein enges Becken".

[1]) Eisler. Die Muskeln des Stammes. pg. 565.

[2]) M. Weber. Die Säugetiere. pg. 747.

Geologie. — De Heer L. RUTTEN, Correspondent der Afdeeling, biedt eene mededeeling aan: *„Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biristroomgebied"*.

(Deze mededeeling zal worden opgenomen in het volgende Zittingsverslag).

Voor de boekerij wordt ten geschenke aangeboden door den Heer I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON, namens den Heer F. B. M. B. SCHIPHORST, een exemplaar van diens dissertatie: „Over de aetiologie en symptomatologie van tabes".

De vergadering wordt gesloten.

---

15 April 1921.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 26 FEBRUARI 1921.

DEEL XXIX.

N°. 8.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.
Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 1046.
Bericht over het Centraal-Bureau voor schimmelcultures, p. 1047.
Verslag over de werkzaamheden van de Commissie van Uitvoering van het Zoölogisch Insulindefonds gedurende 1920, p. 1067.
L. RUTTEN: „Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biri-stroomgebied", p. 1069.
J. P. WIBAUT en J. JÜRGENS: „De inwerking van mercuri-acetaat op nitrobenzol". (Aangeboden door de Heeren A. F. HOLLEMAN en J. BÖESEKEN), p. 1074.
F. ROELS en J. FELDBRUGGE: „De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar". (Aangeboden door de Heeren C. WINKLER en H. ZWAARDEMAKER), p. 1077.
L. BOLK: „Over het karakter der morphologische veranderingen bij aandoening der endocrine organen". p. 1092.
F. A. H. SCHREINEMAKERS: „In-, mono- en divariante evenwichten". XXI, p. 1104.
J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige Interferentie-figuren van Eén- en Twee-assige Kristallen door Superpositie van Ellipsenbundels". (Aangeboden door de Heeren HENDRIK DE VRIES en P. ZEEMAN), p. 1114. (Met één plaat).
KARL LANDSTEINER: „Over heterogenetisch antigeen". (Aangeboden door de Heeren C. H. H. SPRONCK en C. EIJKMAN), p. 1118.
H. J. VAN VEEN: „Eigenschappen van stralencongruenties". (Aangeboden door de Heeren J. CARDINAAL en JAN DE VRIES), p. 1122.
W. E. DE MOL: „Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van *Hyacinthus orientalis*". (Aangeboden door de Heeren A. H. BLAAUW en F. A. F. C. WENT), p. 1125.
L. RUTTEN: „Over den ouderdom der tertiaire, oliehoudende afzettingen van Klias-Schiereiland en Poeloe Laboean (Noordwest-Borneo)", p. 1140.
J. A. SCHOUTEN: „Over de geodetische praecessie". (Aangeboden door de Heeren H. A. LORENTZ en J. CARDINAAL), p. 1150.
W. H. KEESOM: „Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van CURIE". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST), p. 1155.
N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. III. Bijdrage tot de atoomkinematica. A. Eindige kerngroepen van de eerste soort". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST). p. 1166.
N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. IV. Bijdrage tot de atoomkinematica. B. Eindige kerngroepen van de tweede soort". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST), p. 1166.
P. EHRENFEST: „Opmerking over de verzadiging bij magnetisatie van vaste paramagnetische stoffen", p. 1166.
Aanbieding van boekgeschenken, p. 1166.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.
Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren F. A. H. Schreinemakers en W. H. Julius dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Een bij renvooi van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 31 Januari 1921 N°. 627, Afd. K. W., met verzoek om bericht en raad, aan de Afdeeling doorgezonden request van het Algemeen Bestuur der Ned. Chemische Vereeniging, waarin gevraagd wordt te willen bevorderen dat op de Staatsbegrooting voor 1922 ten behoeve van het door haar uitgegeven tijdschrift „Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas" een subsidie van *f* 5000.— zal worden uitgetrokken.

De Voorzitter heeft dit request bereids gesteld in handen van de Heeren H. Zwaardemaker, G. van Iterson Jr. en J. P. Kuenen ter fine van prae-advies, uit te brengen in een volgende vergadering.

3°. Eene uitnoodiging tot bijwoning van den 20sten „Dentschen Geographentag", welke van 17—19 Mei 1921 te Leipzig zal gehouden worden.

De uitnoodiging wordt ter visie voor de leden gelegd.

Plantkunde. — De Heer VAN ITERSON leest, mede namens den Heer WENT en Mej. JOH^A WESTERDIJK, het volgende bericht voor over het Centraalbureau voor Schimmelcultures van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam.

Het Centraalbureau voor Schimmelcultures werd in 1903 door de Association Internationale des botanistes opgericht.

Eerst stond het onder directie van den Heer WENT te Utrecht, in 1907 ging het over naar het Phytopathologisch Laboratorium „Willie Commelin Scholten" en kwam onder directie van Mej. WESTERDIJK.

Deze verzameling van reincultures van schimmels breidde zich gestadig uit, zoowel door ruiling als door soorten, die op het laboratorium geïsoleerd werden, terwijl tal van onderzoekers geregeld hun nieuw geïsoleerde soorten, hetzij op of zonder aanvrage inzenden.

Het bureau werd gedeeltelijk door de Associatie, gedeeltelijk uit de inkomsten van de schimmels bekostigd.

Toen de verzameling zich uitbreidde, werden ook de onkosten grooter. De Nederlandsche regeering die aan de Association een subsidie van *f* 1000 verleent, verklaarde in 1913 alleen dan verder bereid te blijven deze bijdrage te geven, wanneer het geld voor het in Nederland gevestigde Centraalbureau werd gebruikt.

Gedurende de oorlogsjaren bleef het voor de Association onmogelijk het Centraalbureau zoodanig geldelijk te steunen dat het kon blijven bestaan. Dit wendde zich toen om steun tot verschillende wetenschappelijke vereenigingen en instellingen in Nederland.

Inderdaad werden ook herhaaldelijk bijdragen gegeven door het Provinciaal Utrechtsch Genootschap voor Kunsten en Wetenschappen, de Hollandsche Maatschappij van Wetenschappen, het Genootschap voor Natuur-, Genees- en Heelkunde te Amsterdam, terwijl ook tijdelijke voorschotten door Teyler's stichting werden verstrekt.

Over de jaren 1918 en 1919 betaalde het Phytopathologisch Laboratorium „Willie Commelin Scholten", de geheele uitgaven. Zoo kon het bureau ook tijdens den oorlog zijn werkzaamheden voortzetten. Ruil en levering van schimmels gingen, hoewel in geringere mate, naar alle landen door.

De Associatie kon ten slotte niets meer tot onderhoud van het bureau bijdragen.

De Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam heeft zich toen in 1918 tot de regeering gewend met het verzoek

om een doorloopende subsidie voor het Centraalbureau, om het voortbestaan van deze instelling mogelijk te maken.

Deze werd verkregen voor het jaar 1920, terwijl de verzameling het eigendom van de Kon. Akademie van Wetenschappen werd. Hierbij werd door de Akademie voorgesteld voortaan aan Nederlandsche Onderwijsinrichtingen de cultures gratis te verstrekken. Een en ander werd met het bestuur der Associatie overlegd. Er is nu eene Commissie gevormd, onder wier voortdurend toezicht het Centraalbureau staat. Hierin hebben zitting: een lid namens de Koninklijke Akademie van Wetenschappen (thans Prof. G. VAN ITERSON), één lid namens de Association internationale des Botanistes thans Prof. F. A. F. C. WENT) en een lid namens het Phytopathologisch Laboratorium „Willie Commelin Scholten" (thans de directrice Prof. J. WESTERDIJK). Deze Commissie brengt jaarlijks verslag uit en legt rekening en verantwoording aan de Koninklijke Akademie van Wetenschappen over.

Het bureau is gevestigd in het Phytopathologisch Laboratorium „Willie Commelin Scholten", welks tegenwoordig adres is Javalaan 4, Baarn.

Hieronder volgt de lijst van schimmels, die te verkrijgen zijn, tegen de volgende prijzen:

Nederland.	*f* 2.50
Engeland	„ 2.50
Japan	„ 2.50
Zwitserland	„ 2.50
Scandinavië	„ 2.50
Denemarken	„ 2.50

Voor de landen met gedeprecieerde valuta worden speciale condities gemaakt.

In Duitschland betaalt men 5 Mark per cultuur op de Deutsche Bank, Berlin.

In the following list, after the name of the author, is always placed the name of the botanist from whom the central station received the original culture.

Certain species of the Fungi came from Kral's collection in Vienna. Nothing could be learnt about the source of these forms. In other cases information about the origin, culture media etc., is given when desired.

The species of Mucorineae indicated by * occur as + and — mycelia. Professor BLAKESLEE kindly determined for us the sexual character of some of the Mucorineae. We indicate this in the list by a + or — sign. Neutral mycelia are indicated by n.

Mycologists and pathologists are invited to send cultures of species which the Central Station does not yet possess. Transfers from such cultures may subsequently be obtained, free of charge, by those who originally sent them.

	Absidia coerulea. Bainier.	Thaxter.
*	„ *cylindrospora.* Hagem.	Hagem.
*	„ *glauca.* Hagem.	Hagem.
	„ „ *var. paradoxa.* Namyslowsky.	Namyslowsky.
—	„ *Lichtheimi.* Lendner.	Lendner.
*	„ *Orchidis.* (Vuill.). Hagem.	Hagem.
n	„ *ramosa var. Rasti.* Lendner.	Lendner.
—	„ „ „ *Zürcheri.* Lendner.	Lendner.
	„ „ „ *nova typica.* Hagem.	Hagem.
	„ *septata.* v. Tieghem.	Lendner.
	„ *spinosa.* Lendner.	Lendner.
	Acanthorhynchus Vaccinii. Shear.	Shear.
	Achorion gallinae (aut. ?).	v. Ginneken.
	„ *Schonleini.* Lebert.	Inst. Pasteur.
	„ *Quinkeanum.* Zopf.	Baudet.
	Acladium Castellanii. Pinoy.	Joekes.
	Acremonium Potronii. Vuill.	Vuillemin.
	Acrostalagmus albus. Preuss.	Whetzel.
	„ *cinnabarinus.* Corda.	Doyer.
	Acrothecium lunatum. Wakker.	Went.
	Actinomucor repens. Schostaxowitsch.	Naoumoff.
	Actinomyces alboflavus. Waksman & Curt.	Waksman & Curtis.
	„ *albosporeus.* Krainsky.	„ „
	„ *albus.* Krainsky.	„ „ Lab. Beijerinck.
	„ *annulatus.* (aut. ?).	Lab. Beijerinck.
	„ *aureus.* Waksman & Curtis.	Waksman & Curtis.
	„ *Bobili.* „ „	„ „
	„ *Bovis.* Harz.	Bartram.
	„ *Californicus.* Waksman & Curt.	Waksman & Curtis.
	„ *cellulosae.* (aut. ?).	Lab. Beijerinck.
	„ *chromogenus.* Gasperini.	„ „ Bartram, W. & C.
	„ *citreus.* Krainsky.	Waksman & Curtis.
	„ *coelicolor.* R. Müller.	Bartram.
	„ *diastaticus.* Krainsky.	Waksman & Curtis.
	„ *exfoliatus.* Waksman & Curtis.	„ „
	„ *flavus.* Krainsky.	„ „
	„ *Fradii.* Waksman & Curtis.	„ „
	„ *griseus.* Krainsky.	„ „
	„ *Halstedii.* Waksman & Curtis.	„ „
	„ *lavendulae.* „ „	„ „
	„ *Lipmanii.* „ „	„ „
	„ *microflavus* (aut. ?).	Lab. Beijerinck.
	„ *pheochromogenus* (aut. ?).	Waksman & Curtis.
	„ *purpureochromogenus.* W. & Curt.	„ „
	„ *reticuli.* Waksman & Curtis.	„ „
	„ *reticuli-ruber.* Waksm. & Curt.	„ „
	„ *roseus.* Krainsky.	„ „
	„ *ruber* (aut. ?).	„ „
	„ *Rutgersensis.* Waksm. & Curt.	„ „
	„ *tyrosinaticus.* (aut. ?).	Lab. Beijerinck.

Actinomyces verne. Waksman & Curtis.	Waksman & Curtis.
„ *violaceus-Caesari.* Waksm. & Curt.	„ „
„ *violaceus-ruber.* „ „	„ „
„ *viridochromogenus.* Krainsky.	„ „
Aleurisma flavissimum. Link.	Vuillemin.
Alternaria Citri. Penz.	Fawcett.
„ *crassa.* Rands.	Rands.
„ *Dianthi.* Stevens et Hall.	Stevens et Hall.
„ *fasciculata.* Cooke et Ellis.	Jensen
„ *geophila.* Daszewska.	Daszewska.
„ *Panax.* Whetzel.	Whetzel.
„ *Solani.* Jones et Grout.	Whetzel.
„ *tenuis.* Nees.	Quanjer.
Amblyosporium albo-luteum. Cost.	Lendner.
„ *botrytis.* Fres.	Naoumoff.
Ambrosia fungus from Xyleborus dispar. Neger.	Neger.
Armillaria mellea. (Vahl.) Quél.	Cool.
„ *mucida.* Schrad.	Cool.
Ascobolus amoenus. Oudem.	v. Luyk.
„ *carbonarius.* Karst.	Dodge.
„ *mirabilis.* Dang.	Dodge.
Ascochyta abelmoschi. Harter.	Harter.
„ *clematidina.* Thümen.	Gloyer.
„ *Pisi.* Lib.	Stone. Spruit.
„ *Viciae.* Stone.	Stone.
Aspergillus albus Wilh.	Kita.
„ *atropurpureus.* Zimm.	Blochwitz.
„ *candidus.* Link.	Kral.
„ *cinnamomeus.* Schiemann.	Schiemann.
„ *conicus.* Blochwitz.	Dale.
„ *elegans.* Gasparini.	Blochwitz.
„ *ferrugineus.* Fuck.	v. Oyen.
„ *Fischeri.* Wehmer.	Wehmer.
„ *flavus.* Link.	Kral.
„ *fumigatus.* Fres.	De Vries. Blochwitz.
„ *fuscus.* Schiemann.	Schiemann.
„ *giganteus.* Wehmer.	Hariot.
„ *glaucus.* Link.	Blochwitz.
„ „ *var. a.* Kita.	Kita.
„ *luchuensis.* T. Inui.	Blochwitz.
„ *medius.* Meissner.	Bierberg.
„ *minimus.* Wehmer.	Bierberg.
„ *nidulans.* Eidam.	Thom.
„ *niger.* v. Tieghem.	Westerdijk.
„ *niger altipes.* Schiemann.	Schiemann.
„ *ochraceus.* Wilhelm.	Blochwitz.
„ *Oryzae.* (Ahlberg) Cohn.	Went.
„ *ostianus.* Wehmer.	Westling.
„ *parasiticus.* Speare.	Speare. Westerdijk.
„ *repens.* (De Bary) Dale.	Dale.

Aspergillus spec. weisz. Kita.	Kita.
„ *Sydowi.* Bainier et Sartbr.	Kopeloff.
„ *Tamarii.* Kita.	Kita.
„ *varians.* Wehmer.	Wehmer.
„ *versicolor.* Vuill.	Blochwitz.
„ *Wentii.* Wehmer.	Wehmer.
Basidiobolus Ranarum. Eidam.	Blakeslee.
Basisporium gallarum. Molliard.	Dale.
Bissochlamys nivea. Westling.	Westling.
Botryosphaeria berengeriana. de Not.	Matz.
Botryosporium pulchrum. Corda.	Blakeslee. Kaiser.
Botryotrichum piluliferum E. Marchal.	Blochwitz.
Botrytis anthophila. Boudarzew.	Naoumoff.
„ *Bassiana.* Balsam.	Kral.
„ *cinerea.* Pers.	Westerdijk.
„ *effusa.* Beauverie.	Guilliermond.
„ *parasitica.* Cavara.	Westerdijk.
„ *terrestris.* Jensen.	Jensen.
„ *vulgaris.* Fawcett.	Fawcett.
Boudiera spec.	Gray.
Bulgaria inquinans. Fr.	Cool.
Catenularia fuliginea. Saïto.	Lindner.
Cephalophora irregularis. Thaxter.	Blakeslee.
„ *tropica.* Thaxter.	Blakeslee.
Cephalosporium acremonium. Corda.	Dale.
„ *rubescens.* Schimon.	Will.
Cephalothecium roseum. Corda.	v. Luyk.
Ceriomyces albus. (Corda) Sacc.	Doyer.
Cercospora fusca. Rand.	Rand.
„ *personata.* Ellis.	Wolf.
Chaetocladium Jonesii. Bref.	Naoumoff.
Chaetomella horrida. Oudem.	Oudemans.
Chaetomidium barbatum. Traen.	Traen.
Chaetomium indicum. Corda.	Went.
„ *globosum.* Kunze.	Claussen.
„ *Kunzeanum.* Zopf.	Went.
„ *olivaceum.* Cooke et Ellis.	Jensen.
Chaetostylum Fresenii. v. Tieghem et Le Monnier.	Thaxter.
Choanephora cucurbitarum. (B. Rav.) Thaxter.	Brandes.
Ciliciopodium hyalinum. Daszewska.	Daszewska.
Cintractia Sorghi vulgaris. (Sorok.) de Toni.	Mc. Rae.
Circinella aspera. (Schroeter) Lendner.	Lendner.
„ *conica.* Moreau.	Naoumoff.
„ *minor.* Lendner.	Lendner.
„ *Sydowi.* Lendner.	Lendner.
„ *umbellata.* v. Tieghem.	Lendner.
Citromyces glaber. Wehmer.	Dale.
„ *Pfefferianus.* Wehmer.	Thom.
Cladosporium aphidis. v. Thüm.	Heymons.
„ *butyri.* Jensen.	Kral.

Cladosporium carpophilum. Thüm.	Westerdijk.
„ *cucumerinum.* Ell. et Arth.	Jones.
„ *epiphyllum.* Pers.	Dale.
„ *fulvum.* Cooke.	Doyer.
„ *herbarum.* Link.	Oudemans.
Clitocybe clavipes. (Pers.) Quel.	Kniep.
„ *flaccida.* Sow.	Cool.
„ *infundibuliformis.* (Schaeff.) Quel.	Kniep.
„ *nebularis.* Batsch.	Cool.
Clonostachys araucaria var. rosea. Preuss.	Shapovalov.
Coccomyces Kerriae. Stewart.	Stewart.
Coemansia spec.	Gray.
Colletotrichum falcatum. Went.	Westerdijk.
„ *gloeosporoides.* Penz.	Fawcett.
„ *Lagenarium.* (Pass.) Ell. et Halst.	Jensen.
„ *Trifolii.* Bain. & Essary.	Gray.
„ *Solanicolum.* O'Gara.	Quanjer.
Collybia butyracea. Bull.	Cool.
„ *conigena.* (Pers.) Fr.	Cool.
„ *fusipes.* Bull.	Cool.
„ *velutipes.* (Curt.) Lond.	Cool. Young.
Coniophora cerebella. Alb. et Schwein.	E. Pringsheim.
Coniosporium rhizophilum. (Pr.) Sacc.	Schaffnit.
Coniothyrium pyrina. (Sacc.) Sheldon.	Crabill.
Coprinus comatus. Fr.	Cool.
„ *nycthemerus.* Fr.	Kniep.
„ *sterquilinus.* Fr.	Lendner.
Coremium arbusculum. Hugo Fischer.	Hugo Fischer.
„ *silvaticum.* Wehmer.	Wehmer.
Corticium alutaceum. (Schrad.) Bres.	Blakeslee.
„ *bisporum.* Schroet.	Kniep.
„ *confluens.* Fr.	Kniep.
„ *laeve.* Pers.	Kniep.
„ *quercinum.* Pers.	Kaiser.
„ *salmonicolor.* B. et Bred.	Rant.
„ *vagum.* Briosi et Cavara.	Whetzel.
Coryneum Beyerinckii. Oudem.	Beijerinck.
Cryptosporella populina. Tode.	Kniep.
„ *viticola.* (Red) Shear.	Gregory.
Cunninghamella Bertholletiae. Stadel.	Stadel.
„ *echinulata.* Thaxter.	Stevens et Hall. Saïto.
„ *elegans.* Lendner.	Lendner. Burgeff.
Cyathus striatus. (Huds.) Hoffn.	Kniep.
Cylindrocarpon Mali. (All.) Wr.	Wollenweber.
Cylindrocladium parvum. Anderson.	v. Luyk.
„ *Scoparium.* Morgan.	Massey.
Cylindrophora Hoffmanni. Daszewska.	Daszewska.
Cytospora chrysosperma. (Pers.) Fr.	Kaiser.
Cytosporella damnosa. Petri.	Petri.
Dacryomyces deliquescens. (Bull.).	Kniep.

Dactylium dendroides. (Bull.) Fr.	v. Luyk.
Daedalea Quercina. (L.) Pers.	Kniep.
Debaryomyces globulosus. Klöcker.	Klöcker.
„ *tyricola.* Konokotine.	Konokotine.
Dematium Chodati. Nechitch.	Lendner.
„ *pullulans.* De Bary et Löw	Blakeslee.
Dendrostilbella macrospora. Bally.	Bally.
Diaporthe batatis. (E. & H.). Harter & Field.	Harter.
„ *umbrina.* Jenkins.	Jenkins.
Diatrypella quercina. Pers.	Doyer.
Didymella applanata. (Niessl) Sacc.	Wormald. Paravicini.
Didymellina Iridis. Tisdale.	Tisdale.
Didymocladium ternatum. (Bon) Sacc.	Atkinson.
Dipocladium minus. Bon.	Went.
Diplodia natalensis. Evans.	Fawcett.
„ *tubericola.* E. & E.	Harter.
„ *Zeae.* (Schw.) Lev.	v. d. Byl.
Discina reticulata. Sacc.	Kniep.
Discomyces Bovis. (aut. ?).	Inst. Pasteur.
„ *Canis.* Rossi Doria.	Inst. Pasteur.
„ *Caprae.* Silberschmidt.	Inst. Pasteur.
„ *Deri.* (Rossi Doria) Casp.	Inst. Pasteur.
„ *farcinicus.* de Toni et Trevisum.	Inst. Pasteur.
„ *orangicus.* Rossi Doria.	Inst. Pasteur.
„ *spec.* Sabrazès.	Inst. Pasteur.
„ *violaceus.* Rossi Doria.	Inst. Pasteur.
Dothiorella gregaria. Sacc.	Fawcett.
„ *Zeae.* Berthollet et Foex.	Foex.
Echinobotryum atrum. Corda.	Doyer.
Eidamia acremonioides. Harz.	Doyer.
Endoblastoderma liquefaciens. Fischer et Brebeck.	Lindner.
„ *salmonicolor.* „ „	Bierberg.
Endodermophyton indicum. Cast.	Joekes.
Endomyces albicans. Vuill.	Guilliermond.
„ *decipiens.* (Tul.) Reess.	Guilliermond.
„ *fibuliger.* Lindner.	Lindner.
„ *javanensis.* Klöcker.	Klöcker. Guilliermond.
„ *Lindneri.* Saïto.	Saïto.
„ *Magnusii.* Ludwig.	Claussen.
„ *Mali.* Lewis.	Lewis.
Endothia gyrosa. (Schw.) Fr.	Clinton.
„ *gyrosa var parasitica.* Murr.	Clinton.
„ *parasitica.* (Murr.) And.	Heald.
„ *radicalis.* (Schw.) Fr.	Anderson. Clinton.
Epicoccum purpurascens. Ehrenberg.	v. Iterson.
Epidermophyton inquinale.	Inst. Pasteur.
„ *rubrum.* Cast.	Joekes.
Eremascus fertilis. Stoppel.	Kniep.
Eurotium insigne. Winter.	Claussen.
Fomes annosus. Fr.	v. Luyk.

Fomes fomentarius. (L.) Frank.	Whetzel.
„ *pinicola.* (Fr.) Cooke.	Gray.
„ *pomaceus.* Pers.	v. Oyen.
Fusarium acuminatum. Ell. et. Ev. emend. Wr.	Harter.
„ *albido-violaceum.* Daszewska.	Daszewska.
„ *aquaeductum.* Radelk.	Kral.
„ *aqaeductum var. pusillum* Wr.	Wollenweber.
„ „ Lagerh. *var. volutum.* Wr.	Wollenweber.
„ *avenaceum.* (Fr.) Sacc.	Doyer.
„ *batatis.* Wr.	Sydow. Harter.
„ *Betae.* (Desm.) Sacc.	Wollenweber.
„ *bulbigenum.* Cooke & Mass.	v. Luyk.
„ *candidum.* Link.	Daszewska.
„ *coeruleum.* (Lib.) Sacc.	Wollenweber. Kral.
„ *colorans.* De Jonge.	Rutgers.
„ *commutatum.* Sacc.	Daszewska.
„ *conglutinans.* Wr.	Jones.
„ *culmorum.* W. Sm. Sacc.	Wollenweber. Dale. Taubenhaus.
„ *Cydoniae.* Allescher.	Taubenhaus.
„ *decoloratum.* Wr.	Wollenweber.
„ *dimerum.* Penz.	Wollenweber.
„ *discolor.* App. et Wr.	Edson.
„ *discolor var. sulphureum.* Schlecht.	Wollenweber.
„ *discolor var. triseptatum* Sherb.	Waterman.
„ *ensiforme* Wr.	Wollenweber.
„ *ensiforme var. majus* Wr.	Wollenweber.
„ *ensiforme var. medius* Wr.	Wollenweber.
„ *Eumartii.* Carp.	Haskell. Sydow.
„ *falcatum.* Appel et Wr.	Wollenweber.
„ *falcatum var. caespitosum* Wr.	Wollenweber.
„ *filiferum* (Preuss.) Wr.	Wollenweber.
„ *gemmiperda.* Aderh.	v. Luyk.
„ *genevense.* Daszewka.	Daszewska.
„ *gibbosum.* Appel et Wr.	Wollenweber.
„ *hyperoxysporum* Wr.	Harter.
„ *isabellinum* Wr.	Harter.
„ *limosum.* Rostrup.	Dale.
„ *Lini.* Bolley.	Jones. Jensen.
„ *Lolii* (Smith.) Sacc.	Wollenweber.
„ *Martii.* Appel et Wr.	Wollenweber. Doyer.
„ *metachroum.* Appel en Wollenweber.	Wollenweber.
„ *metachroum imperfectum.* Wollenw.	Wollenweber.
„ *moniliiforme.* Scheldon.	Dale.
„ *Müntzii.* Wollenweber.	Wollenweber.
„ *Musae. (Leptospora* Drost).	Stahel.
„ *nivale.* Sorauer.	Schaffnit. Doyer.
„ *orthoceras.* Appel et Wr.	Wollenweber.
„ *oxysporum.* Schlecht. emend. Wr.	Edson. Berkhout. Harter.
„ *putraefaciens.* Osterwalder.	Osterwalder.

Fusarium radicicola. Wr.	Edson. Harter.
„ *rhizophilum* Cda.	Wollenweber.
„ *Robiniae.* Passer.	Sydow.
„ *semitectum.*	Wollenweber.
„ *Solani.* Mart.	Wollenweber. Doyer.
„ *Solani.* var. medium Wr.	Wollenweber.
„ *Solani.* var. minus Wr.	Wollenweber.
„ *spec. sectio Elegans.*	Dale.
„ *subulatum.* Appel et Wr.	Wollenweber.
„ *tracheiphilum.* Wr.	Sydow.
„ *trichothecioides.* Wr.	Wollenweber.
„ *tuberculariodes.* (Corda) Sacc.	Wollenweber.
„ *tubivorum Wilcox a Link.*	Wilcox.
„ *uncinatum* Wr.	Wollenweber.
„ *Vasinfectum Schikorra.*	Doyer. Harter.
Fusicladium dendriticum. Wallr.	Whetzel.
„ *effusum.* Wint.	Rand.
„ *pirinum.* Libert.	Sluiter.
Geomyces auratus. Traen.	Traen.
Gibberella Saubinetti. (Mont.) Sacc.	Wollenweber. Doyer. Harter.
Gliocladium penicilloides. Corda.	Dale.
Gloeosporium caulivorum. Kirchn.	Kaiser.
„ *fructigenum.* f. *americanum.* Krüger.	Krüger.
„ „ f. *germanica.* Krüger.	Krüger.
„ *limetticolum.* Claussen.	Claussen.
„ *Lindemuthianum.* Sacc. et Magn.	Klebahn. Doyer.
„ *Musarum.* Cke et Mass.	Dastur.
„ *nervisequum.* Sacc.	v. Luyk.
„ *Quercinum. West.*	v. Luyk.
„ *Ribes* (Lib.) M. et D.	v. Luyk.
„ *Tiliae.* Oudem.	v. Luyk.
Glomerella cingulata. (Stonem.) Schrenk Sp.	Gray.
„ *Lycopersici.* Krüger.	Krüger.
„ *rufomaculans.* Sp. et v. Schr.	Taubenhaus. v. Luyk.
Gnomonia iliau. Lyon.	Edgerton.
Gonatobotryum maculicolum. (Wint.) Sacc.	Taubenhaus.
Gonatorrhodiella parasitica. Thaxt.	Thaxter.
Guignardia Vaccinii. Shear.	Shear.
Guilliermondia fulvescens. Nadson et Konokot.	Nadson et Konokot.
Gymnoascus candidus. Eidam.	Dale.
Gymnoascus Reessii Baranetzky.	Claussen.
„ *setosus.* Eidam.	Dale.
„ *umbrinus.* Boudier.	Inst. Pasteur.
Gyromitra esculenta. (Pers.) Fr.	Cool.
Hanseniaspora Valbyensis. Klöcker.	Klöcker.
Haplographium from Aleyrodes.	v. d. Goot.
Haplosporangium decipiens. Thaxter.	Thaxter.
Helicostylum piriforme. Bainier.	Gray.
Helminthosporium interseminatum Berk et Rav.	Dale.

Helminthosporium teres (Sacc.)	Bakke.
Hemispora stellata. Vuill.	Vuillemin.
Hendersonia Rubi. (Westd.) Sacc.	Wormald.
Herpotrichia nigra. Hartig.	Sluiter.
Heterobasidium annosum. Bref.	Thaxter.
Heterocephalum aurantiacum. Thaxter.	Blakeslee.
Heterosporium echinulatum. (Berk.) Cooke.	Doyer.
„ *gracile.* Sacc.	Westerdijk.
„ *variabile.* Cke.	Howard Reed.
Hormiscium aurantiacum. Lindau.	Doyer.
Humicola fuscoatra. Traen.	Traen.
„ *grisea.* Traen.	Traen.
Hydnum auriscalpum. L.	Cool.
Hypholoma fasciculare. (Huds.) Quel.	Kniep.
„ *hydrophilum.* (Bull.) Quel.	Kniep.
„ *sublateritium.* Schaeff.	Cool.
Hypochnus Solani. Prill. et Delacr.	Pethybridge.
Hypocrea citrina. (Pers.) Fr.	Kniep.
Hypomyces chrysospermus. (Bull.) Tull.	Kniep.
Isaria Casei. Mazé.	Inst. Pasteur.
„ *destructor.* Metschnikoff.	Inst. Pasteur.
„ *farinosa.* (Dicks.) Fr.	Blakeslee.
„ *felina* Fr.	Blakeslee.
„ *Psychidae.* Pole Evans.	Pole Evans.
„ *spec.*	Cool.
„ „	Leefmans.
„ „	Sluiter.
Kickxella alabastrina Coem.	Burgeff.
Lachnea cretea. Phil.	Fraser.
Lactarius sanguifluus. Fr.	Lendner.
Lasiodiplodia nigra. Appel et Laubert.	Peters.
„ *tubericola.* E. et E.	Taubenhaus.
Lentinus tigrinus. (Bull.) Fr.	Cool.
Leutodium squammulosum. Morgan.	Blakeslee.
Lenzites betulina. Fr.	Cool.
„ *flaccida.* Fr.	Cool.
Lepiota exoriata. Schaeff.	Kniep.
Lycoperdon bovista. Linn.	Cool.
„ *piriforme.* Schaeff.	Kniep.
Macrophoma Coronillae Emeri. Neger.	Neger.
Macrosporium instipitatum. Preuss.	Dale.
Marasmius confluens. Pers.	Kniep.
„ *oreades.* Fr.	Cool.
„ *perniciosus.* Stahel.	Stahel.
Melanconium spec.	Tisdale.
Melanospora marchica. Lindau.	Neger.
„ *parasitica.* Tul.	Whetzel.
Menispora ciliata. Corda.	v. Luyk.
Merulius Corium. Fr.	Cool.

	Merulius lacrymans. (Jcq.) Fr.	E. Pringsheim. Cool.
	„ *sylvester.* Falck.	E. Pringsheim.
	„ *tremellosus.* Schrad.	Cool.
	Metarrhizum Anisopliae. Sorokin.	Groenewege.
	Microsporum audouini. Grüby-Saubouraud.	Baudet.
	„ „ *var. equinum. Bodin.*	Inst. Pasteur.
	„ *fulvum.* J. Uriburu.	v. Ginneken.
	„ *lanosum.* Sabouraud.	Inst. Pasteur.
	Mitrula pusilla (Nees.)	Kniep.
	Monascus purpureus. Went.	Went.
	„ *spec. X.* Schikorra.	Schikorra.
	„ *spec. von Reis.* Lindner.	Lindner.
	Monilia candida. Bon.	Kral.
	„ *cinerea.* (Bon.) Schröter.	Westerdijk.
	„ *fructigena.* Pers.	Westerdijk.
	„ *grisea.* Daszewska.	Daszewska.
	„ *humicola.* Oudem.	Beyerinck.
	„ *javanica.* Went et Prinsen Geerligs.	Went.
	„ *Krusei.* Cast.	Joekes.
	„ *nigra.* Burri et Staub.	Lindner.
	„ *sitophila.* (Mont.) Dacc.	Oudemans.
	„ *tropicalis* (?) Cast.	Joekes.
	„ *variabilis.* Lindner.	Kral.
	Moniliopsis Aderholdi. Ruhland.	v. Luyk.
	Monochaetia Desmazieri. Sacc.	Graves.
	Monopodium uredopsis. Delacr.	Gentner.
	Monosporium ellipticum. Daszewska.	Daszewska.
	„ *flavum.* Bon.	Daszewska.
	„ *glaucum.* Daszewska.	Daszewska.
	„ *humicolum.* Daszewska.	Daszewska.
	„ *olivaceum.* Cooke et Mass. *var. major.*	Daszewska.
	„ *reflexum.* (Bon.) *var. viride.*	Daszewska.
	„ *subtile.* Daszewska.	Daszewska.
	„ *viridescens.* Bon.	Daszewska.
n	*Mortierella isabellina.* Oudem.	Kral.
	„ *reticulata.* v. Tieghem et le Monnier.	Claussen.
	„ *rhizogena.* Daszewska.	Daszewska.
+	*Mucor adventitus.* Oudem. *var. aur. ant.* Lendn.	Lendner.
	„ *alpinus.* Hansen.	Bierberg.
	„ *arrhizus.* (Fischer) Hagem.	Went.
	„ *botryoides.* Lendner.	Lendner.
	„ *botryoides var. minor.* Jensen.	Jensen.
	„ *christianensis.* Hagem.	Hagem.
	„ *circinelloides.* v. Tieghem.	Hagem.
	„ *corticolus.* Hagem.	Hagem.
+	„ *corymbifer.* Cohn.	Went.
	„ *cyanogenus.* Guyot.	Lendner.
n	„ *dimorphosporus.* Lendner.	Lendner.

Mucor dispersus. Hagem.		Hagem.
*	„ *dubius.* Wehmer.	Saïto.
	„ *erectus.* Bainier.	Bierberg.
n	„ *flavus.* Bainier.	Hagem.
	„ *genevensis.* Lendner.	Lendner.
	„ *glomerula.* (Bainier) Lendner.	Dale.
–	„ *griseo-cyanus.* Hagem.	Hagem.
*	„ *hiemalis.* Wehmer.	Hagem.
	„ *hiemalis var. albus.* Lendner.	Lendner.
	„ *hiemalis var. toundrae.* Lendner.	Lendner.
+	„ *Janseni.* Lendner.	Lendner.
	„ *Jauchi.* Lendner.	Lendner.
	„ *javanicus. Wehmer.*	Kral. Saïto.
+	„ *lamprosporus.* Lendner.	Lendner.
	„ lausannensis. Lendner.	Dale.
	„ *Lusitanicus.* Brüderlein.	Lendner.
	„ *mandshuricus,* Saïto.	Saïto.
	„ *microsporus.* Namyslowski.	Namyslowski.
*n	„ *Mucedo.* Bref.	Sluiter. Saïto.
	„ *mucilagineus.* Bref.	Naoumoff.
	„ *pirelloides.* Lendner.	Chodat.
	„ *plumbeus.* Bon.	Boas.
	„ *Prainii.* Chodat et Nechitch.	Lendner.
	„ *pusillus.* Lindt.	Hagem. Noack.
	„ *pyriformis.* Fischer.	Wehmer.
*	„ *racemosus.* Fres.	Lendner. Saïto.
	„ *Ramannianus.* Möller.	Dale.
	„ *Rouxii.* Wehmer.	Wehmer.
+	„ *Saturninus.* Hagem.	Hagem.
+	„ *sylvaticus.* Hagem.	Hagem.
+	„ *sphaeorasporus.* Hagem.	Hagem.
	„ *spinosus.* v. Tieghem.	Kral.
	„ *strictus.* Hagem.	Hagem.
	„ *Vallerianus.* Lendner.	Lendner.
Mycena galericulata. Scop.		Cool.
	„ *parabolica.* (Fr.)	Kniep.
Mycobacillaria simplex. Naoumoff.		Naoumoff.
Mycocladus hyalinus. Naoumoff.		Naoumoff.
Mycoderma cerevisiae. Desmazières.		Claussen.
	„ „ *var. pulverulenta.* Beyerinck.	Lindner.
	„ *decolorans.* Will.	Bierberg.
	„ *gallica.* Leberle.	Bierberg.
	„ *lambica.* Lindn. et Gormod.	Lindner.
	„ valida. Leberle.	Geisenheim.
	„ *Vanlaeriana.* Lindn. et Gormod.	Lindner.
Mycogone puccinoides. (Preuss) Sacc.		Oudemans.
Mycosphaerella Fragariae (Tul.) Lin.		Kaiser.
Nectria cancri. Rutgers.		Rutgers.
	„ *cinnabarina* (Tode) Fr.	Kaiser.

Nectria cucurbitula. (Tode?) Fr.	Neger.
„ *galligena.* Bres.	v. Luyk.
„ *Ipomoeae.* Halstedt.	Whetzel.
„ *Rubi.* Osterwalder.	Osterwalder.
„ *striatospora.* (Zimm.) de Jonge.	de Jonge.
Nematogonium humicola. Oud.	Dale.
Neocosmospora vasinfecta. E. Smith.	Stevens et Hall. Wolf.
Nocardia asteroides. (Eppinger) de T.	Inst. Pasteur.
„ *Bovis.* (Harz) de T.	Inst. Pasteur.
„ *Dassonvillei.* Broque-Rousseau.	Inst. Pasteur.
„ *lutea.* Khartum.	Joekes.
„ *odorifera.* (Ruhlmann) de T.	Inst. Pasteur.
„ *Pelletieri.* Laverau) de T.	Inst. Pasteur.
Nyctalis asterophora. Fr.	Thaxter.
Oedocephalum glomerulosum. (Bull.) Sacc.	Doyer.
Oidium albicans. Robin.	Inst. Pasteur.
„ *camemberti.* Mazé.	Inst. Pasteur.
„ *farinosum.* Mazé.	Inst. Pasteur.
„ *gracile.* Weigm. et Wolff.	Bierberg.
„ *humi.* Mazé.	Inst. Pasteur.
„ *lactis.* Fres.	Blakeslee.
„ *Ludwigii.* (Ludwig) Hansen.	Lindner.
„ *moniliiforme.* Weigm. et Wolff.	Bierberg.
„ *nubilum.* Weigm. et Wolff.	Bierberg.
„ *pullulans.* Lindner.	Lindner.
„ *suaveolens.* Krzemecki.	Krzemecki.
„ *tenuis.* Mazé.	Inst. Pasteur.
Oospora aurantiaca (Lev.) Hert.	Herter.
„ *Scabies.* Thaxter.	Whetzel.
„ *variabilis.* Lindner.	Dale. Herter.
Ozonium croceum. Pers.	Dale.
Panus rudis (Fr.)	Kniep.
„ *stipticus.* (Bull.) Fr.	Cool.
Papulaspora parasitica. (Eid.) Harz.	Rosenbaum.
„ *polyspora.* Thaxter.	Thaxter.
Patellina Fragariae. Stevens.	Stevens. Kaiser.
Penicillium africanum. Doebelt.	Doebelt.
„ *atramentosum.* Thom.	Thom.
„ *avellaneum.* Thom et Turesson.	Thom.
„ *baculatum.* Westling.	Westling.
„ *biforme.* Thom.	Thom.
„ *brevicaule.* Sacc.	Thom.
„ *camemberti.* Thom.	Thom.
„ „ *var. Rogeri.* Thom.	Thom.
„ *citrinum.* Thom.	Thom.
„ *claviforme.* Bainier.	Bainier.
„ *conditaneum.* Westling.	Westling.
„ *corymbiferum.* Westling.	Westling.
„ *Costantini.* Bainier.	Dale.

Penicillium cyclopium. Westling.	Westling.
„ *Duclauxi.* Delacr.	Delacroix.
„ *echinatum.* Dale.	Dale.
„ *expansum.* Link.	Thom. Kopeloff.
„ *flexuosum.* Dale.	Dale.
„ *frequentans.* Westling.	Westling. Thom.
„ *glaucum.* Link.	Wehmer.
„ *intricatum.* Thom.	Thom.
„ *italicum.* Wehmer.	Thom. Kaiser.
„ *Lagerheimi.* Westling.	Westling.
„ *lanosum.* Westling.	Westling.
„ *lilacinum.* Thom.	Thom.
„ *lividum.* Westling.	Dale. Thom.
„ *luteum.* Zukal.	Thom.
„ *majusculum.* Westling.	Westling.
„ *mandshuricum.* Saïto.	Saïto.
„ No. 29. Thom.	Dale.
„ *oxalicum.* Currie & Thom.	Shapovalov.
„ *palitans.* Westling.	Westling.
„ *pinophilum.* Hedgcock.	Thom.
„ *puberulum.* Bainier.	Alsberg et Black.
„ *purpurogenum.* Fleroff.	Thom.
„ *roseum.* Link.	Robertson Proschovsky.
„ *sacculum.* Dale.	Dale.
„ *Schneggii.*	Boas.
„ *solitum.* Westling.	Westling.
„ *subcinereum.* Westling.	Westling.
„ *variabile.* Wehmer.	Wehmer.
„ *vididicatum.* Westling.	Westling.
Peniophora corticalis. (Bull.) Bress.	Kniep.
„ *cremea.* Bress.	Kniep.
Peristomium desmosporium var. Odium. Lechmere.	Lechmere.
„ „ *var. Verticillium.* Lechmere.	Lechmere.
Pestalozzia funerea. Desm.	Taubenhaus.
„ *Guepini Vaccinii.* Shear.	Shear.
„ *Hartigii.* v. Tubeuf.	E. Fischer.
„ *Palmarum.* Cooke.	Bernard.
„ *scirrofaciens.* Brown.	N. Brown.
Peziza nigrella. Pers.	Cool.
Phallus impudicus. (L.) Fr.	Cool.
Phialophora verrucosa. Medlar.	Thaxter.
Phlebia aurantiaca. Sowerby.	Cool.
Pholiota aurea. (Mattusch.) Gill.	Cool.
„ *aurivella.* (Batsch.) Quel.	Kniep.
„ *mutabilis.* (Schaeff.) Quel.	Kniep.
„ *praecox.* Pers.	Cool.
„ *spectabilis.* (Fr.) Gill.	Kniep.
„ *squarrosa.* Müll.	Cool.

Phoma apiicola. Klebahn.	Quanjer.
Phoma Betae. Fr.	Edson. v. Luyk.
„ *cinerescens.* Sacc.	Wormald.
„ *citricarpa.* Mac. Alp.	Birmingham.
„ *conidiogena.* Schnegg.	Boas.
„ *destructiva.* Jamison.	Jamison.
„ *fictilis.* Delacr.	Naoumoff.
„ *Mali.* Schulz et Sacc.	Lewis.
„ *oleracea.* Sacc.	Sluiter.
„ *Pomi.* Passer.	Brooks.
„ *Richardiae.* Mercer.	Mercer.
„ *spec. from Citrus canker.*	Wolf.
„ *spec. fr. Nursery Blight of Cedars.*	Glenn. Hahn.
Phomopsis Citri, Fawcett.	Fawcett.
„ *vexans.* (Sacc. et Syd.) Harter.	Harter.
n* *Phycomyces nitens.* Kunze.	Burgeff. Lindner.
„ „ *ramified.*	Wisse.
* „ „ *v. piloboloides.*	Burgeff.
Phyllosticta Antirrhini Sydow.	v. Luyk. Smiley.
„ *Caryae.* Peck.	Rand.
„ *limitata* Peck.	Whetzel.
„ *pirina.* Dacc. 1, 2, and 3.	Crabill.
Physalospora Cydoniae. Arnaud.	Hesler.
Phytophthora Cactorum (Lebert et Cohn) Schr.	Peters.
„ *cryptogea Pethybr.*	Pethybridge.
„ *erythroseptica.* Peth.	v. Luyk.
„ *Faberi.* Maublanc.	Rorer.
„ *Fagi.* Hartig.	Peters.
„ *Nicotianae.* Breda de Haan.	Rutgers.
„ *Spec. Reddick.*	Pethybridge.
„ *Syringae.* Klebahn.	Pethybridge.
„ *terrestria.* Sherb.	Pethybridge.
Pichia farinosa. Lindner.	Lindner.
„ *mandshurica.* Saïto.	Saïto.
„ *membranifaciens.* Hansen.	Claussen.
Piptocephalus Freseniana. de By et Wor.	Lendner.
„ *fusispora.* v. Tieghem.	Naoumoff.
„ *repens.* v. Tieghem.	Naoumoff.
Plectodiscella veneta. Burkholder.	Burkholder.
Plenodomus Chelidonii. Naoumoff.	Naoumoff.
„ *detruens.* Harter.	Harter.
„ *fuscomaculans.* Sacc.	Coons.
„ *lingam.* (Tode).	Naoumoff.
Pleospora herbarum. (Pers.) Rabh.	Kniep.
Pleurage verruculosis. Jensen.	Jensen.
Pleurotus corticatus. (Fr.) Quel.	Kniep.
„ *ostreatus.* (Jacq.) Fr.	Cool.
„ *ulmarius.* Bull. I en II.	Cool.
Podospora anserina. (Rabh.) Winter.	Atkinson.

Podospera pleiospora. Winter.	Kniep.
Podosporiella verticillata. O'Gara.	O'Gara.
Polyporus abietinus. Fr.	Cool.
„ *adustus.* Fr.	Cool.
„ *betulinus.* Pers.	Cool. Goethals.
„ *brumalis.* Pers.	Cool.
„ *destructor.* Pers.	E. Pringsheim.
„ *fumosus.* (P.) Fr.	Cool.
„ *giganteus.* (Pers.) Fr.	Cool.
„ *lucidus.* Fr.	Stahel.
„ *obtusus.* Berk.	Humphrey.
„ *resinosus.* (Schrad.) Fr.	Humphrey.
„ *squamosus.* (Huds.) Fr.	Cool.
„ *sulfureus.* (Bull.) Fr.	Atkinson.
„ *vaporarius.* (Bull.)	E. Pringsheim.
„ *varius.* (Pers.) Fr.	Cool.
„ *versicolor.* L.	Cool.
Prototheca Zopfii. Krüger.	Lindner.
Psalliota arvensis. Schaeff.	Cool.
„ *campestris.* Linn.	Kniep.
„ *perrara.* Schulz.	Kniep.
Pseudomonilia albo-marginata. Geiger.	Bierberg.
„ *cartilaginosa.* Geiger.	Bierberg.
„ *rubescens.* Geiger.	Bierberg.
Pseudosaccharomyces africanus. Klöcker.	Klöcker.
„ *austriacus.* Klöcker.	Klöcker.
„ *Corticis.* Klöcker.	Klöcker.
„ *Lafari.* Klöcker.	Klöcker.
Pyrenochaeta humicola. Oudem.	Oudemans.
Pyronema. Spec.	Dodge.
Pythiacystis citrophthora. Smith et Smith.	Atkinson.
Pythium artotrogus de Bary.	Hartley.
„ *Butleri.* Subramaniam.	Subramaniam.
„ *de Baryanum Hesse.*	Hartley.
Racodium cellare. Pers.	Inst. Pasteur.
Ramularia Anchusae. Massal.	Wollenweber.
„ *candida.* (Ekr.) Wr.	Wollenweber.
„ *eudidyma.* Wr.	Wollenweber.
„ *macrospora.* Fres.	Wollenweber. Paravicini.
„ *Magnusiana.* (Sacc.) Lindau.	Wollenweber.
„ *myxophaga.* Jaworonxorox.	Naoumoff.
Rheosporangium aphanidermatum. Edson.	Hartley.
Rhinocladium Lesnei. Vuill.	Vuillemin.
Rhinotrichum macrosporium. Farlowe.	Blakeslee.
Rhizoctonia Myc. Rad. Maculatae. Burg.	Burgeff.
„ „ *(Ophrys) Tenthrediniferae.* Burg.	Burgeff.
„ *cavendishianum.* Burgeff.	Burgeff.
„ *(Platantherae) Chloranthae.* Burg.	Burgeff.
„ *Chloranthae.* Burgeff.	Burgeff.

Rhizoctonia constricti. Burgeff.	Burgeff.
„ *mucoroides from Vanda triolor.* N. B.	N. Bernard.
„ *lanuginosa from Odontoglossum.* „	N. Bernard.
„ *Schilleriana.* Burgeff.	Burgeff.
„ *Solani.* Kühn.	N. Bernard. Edson.
„ *Solani.* Kühn (Strain R 5.)	Rosenbaum.
„ *spec. from Gossypium.* Wolf.	Wolf.
„ *suavis.* Burgeff.	Burgeff.
„ *tigrinae.* Burgeff.	Burgeff.
Rhizohypha Limodori. Chodat.	Chodat.
n*Rhizopus arrhizus.* Fischer.	Went.
– „ *chinensis.* Saïto.	Saïto.
„ *Delemar* (Boidin) Wehm. et Hanz.	Hanzawa.
„ *Maydis.* Brüderlein.	Lendner.
* „ *nigricans.* Ehrenberg.	Whetzel.
„ *nodosus.* Namyslowski.	Lindner.
„ *Oryzae.* Went et Prinsen Geerligs.	Went.
„ *Tritici.* Saïto.	Saïto.
Saccharomyces cerevisiae. Hansen.	Claussen.
„ „ *type.* Klein.	Bierberg.
„ *ellipsoides I.* Hansen.	Claussen.
„ *Logos.* Van Laer.	Bierberg.
„ *mandshuricus.* Saïto.	Saïto.
„ *neoformans.* Sanfelice.	Inst. Pasteur.
„ *niger.* Lindner.	Bierberg.
„ *Pastorianus.* Hansen.	Claussen.
„ *path.* Binot.	Bierberg.
„ *spec.* Plimmer.	Bierberg.
„ *turbidans.* Hansen. (= S. ellips. II.)	Claussen.
„ *validus.* Hansen.	Claussen.
Sachsia snaveolens. Lindner.	Lab. Utrecht.
Schizophyllum commune. Fr.	Cool. Kniep.
Schizosaccharomyces mellacei. Jörgensen.	Claussen.
„ *Pombe.* Lindner.	Bierberg.
Sclerotinia bulborum. Wakker.	Westerdijk.
„ *Libertiana.* Fuckel.	Lendner. Doyer. Spruit.
„ *Matthiolae.* Lendner.	Kniep.
„ *Ricini.* Godfrey.	Godfrey.
„ *Trifoliorum.* Eriksson.	Kaiser.
Sclerotium bataticola. Taubenhaus.	Taubenhaus.
„ *cepivorum.* Berkeley.	Westerdijk.
„ *coffeicolum.* Stahel.	Stahel.
„ *rhizodes.* Auersw.	Westerdijk.
„ *Rolfsii.* Sacc.	Westerdijk.
„ *tuberosa.* (Herw.) Fuck.	Cool.
„ *Tuliparum.* Lib.	Westerdijk.
Scolecotrichum melophthorum. Prill, et Delacr.	Westerdijk.
Scopulariopsis brevicaulis var. hominis. De Brumpt & Langeron.	Pringault.

Scopulariopsis communis. Bainier.	Dale.
„ *repens.* Bainier.	Dale.
Scopulariopsis rufulus. Bainier.	Dale.
Sepedonium chrysospermum. (Bull.) Fr.	v. Luyk.
Septoria Gladioli. Passer.	Massey.
„ *Stellariae.* R. et Desm.	Taubenhaus.
Sordaria anserina. (Rab.) Wint.	A. Schmidt.
„ *fimicola.* (Rob.) Ces. et de Not.	Claussen.
„ *papyricola.* Winter.	Berkhout.
„ *sylvatica.* Daszewska.	Daszewska.
„ *spec.*	Doyer.
Sorosporium Saponariae. Rud.	Kniep.
Sparassis crispa. (Wulfen) Fr.	Cool.
Sphaceloma Ampelinum. De Bary.	Shear.
Sphaerobolus carpobolus (L.)	Kniep.
Sphaeronema fimbriatum. G. et G.	Lehmann. Harter.
Sphaeronemella Fragariae. Stevens.	Stevens.
Sphaeropsis Malorum. Peck.	Whetzel.
Sphaerostilbe coccophila. Tul.	Fawcett.
Spicaria Aphodii. Vuill.	Vuillemin.
„ *colorans.* de Jonge.	de Jonge.
Spondylocladium atrovirens. Harz.	Pethybridge.
Sporidesmium putrefaciens. Fuckel.	v. Luyk.
Sporocybe chartoikoon. Beyerinck.	Beyerinck.
Sporodinia grandis. Link.	Kniep.
Sporonema Oxycocci. Shear.	Shear.
Sporotrichum Beurmanni. Matr. et Ramond.	Inst. Pasteur.
„ *bombycinum.* (Corda) Rabh.	Oudemans.
„ *epigaeum. var. terrestre.* Bumaud.	Daszewska.
„ *globuliferum.* Forbes.	Oudemans.
„ *glomerulosum.* Speg.	Blakeslee.
„ *Janselmi.* Brumpt et Langeron.	Daszewska.
„ *olivaceum.* Fr.	Daszewska. Paravicini.
„ *roseolum.* Oudem. et Beyerinck.	Oudemans.
Stachybotrys alternans. Bon.	Oudemans.
„ *atra.* Corda.	Jensen.
„ *cylindrospora.* Jensen.	Jensen.
„ *lobulata.* Berkeley.	Went.
Stemphylium botryosum. Waller.	Oudemans.
„ *macrosporoideum.* (B. et Br.) Sacc.	Oudemans.
Stereum gausapatum. Fr.	Kniep.
„ *hirsutum.* Fr.	Cool.
„ *purpureum.* Fr.	Cool et Brooks.
„ *rameale.* Schw.	Humphrey.
„ *rubiginosum.* Fr.	Cool.
„ *rugosum.* Pers.	Kniep.
„ *spadiceum.* Fr.	Cool.
„ „ *var. quercinum.* Fr.	Cool.
Sterigmatocytis nidulans var. Nicollei. Nicolle & Pinoy.	Pringault.

Sterigmatocystis violaceae. Vaut.?	Gray.
Streptothrix chromogena. (Gasparini) Weigm.	Bierberg.
„ *odorifera.* Rullm.	Bierema.
„ *polychromogenus.* Bull.	Bartram.
Stropharia aeruginosa. Curt.	Cool.
„ *semiglobata.* Batsch.	Cool.
Stysanus stemonitis. (Pers.) Corda.	Sluiter. Jensen.
Syncephalastrum cinereum. Bainier.	Lendner.
„ *racemosum.* Cohn.	Atkinson.
Synsporium biguttatum. Preuss.	Dale.
Thamnidium elegans. Link.	Went.
Thermoascus aurantiacus. Miehe.	Noack.
Thermoidium sulfureum. Miehe.	Noack.
Thermomyces lanuginosus. Tsilinsky.	Noack.
Thielavia basicola. Zopf.	Whetzel.
Thielaviopsis ethaceticus. Went.	Westerdijk.
„ *paradoxa.* (de Seynes). v. Höhnel.	Larsen.
Torula colliculosa. Lindner.	Lindner.
„ *dattila.* Kluyver.	Kluyver.
„ *glutinis. (Conn.)* Pringsh. et Bilersky.	Pringsheim.
„ *Holmii.* Jörgensen.	Bierberg.
„ *humicola.* Daszewska.	Daszewska.
„ *monosa.* Kluyver.	Kluyver.
„ *mucilaginosa.* Jörgensen.	Bierberg.
„ *pulcherrima.* Lindner.	Bierberg.
„ *rubra.* Schimon.	Will.
„ *sanguinea.* Schimon.	Will.
Torulaspora Delbrückii. Lindner.	Lindner.
„ *Roseï.* Guill.	Guilliermond.
Trametes gibbosa. (P.) Fr.	Cool.
„ *robiniophila.* Murr.	Humphrey.
Tremella mesenterica. Retz.	Cool.
Trichocladium asperum. Harz.	Oudemans.
Trichoderma Koningii. Oudem.	Taubenhaus.
„ *lignorum.* (Tode) Harz.	Taubenhaus. Traen.
Tricholoma conglobatum. Vitt.	Cool.
„ *gambosum.* Fr.	Cool.
„ *molybdinum.* Bull.	Kniep.
Trichophyton acuminatum. Sabouraud.	Inst. Pasteur. v. Ginneken.
„ *albiscicans.* Nieuwenhuis.	Nieuwenhuis.
„ *asteroides gypseum.* Sabouraud.	Inst. Pasteur.
„ *cerebriforme.* Sabouraud.	v. Ginneken.
„ *crateriforme.* Sabouraud.	Inst. Pasteur. Carol.
„ *equinum.* Matrochet & Dassonville.	Baudet.
„ *faviforme album.* Sabouraud.	v. Ginneken.
„ *gypseum asteroides.* Sabouraud.	v. Ginneken.
„ *niveum radians.* (aut.?)	v. Ginneken.
„ *ochraceum.* Sabouraud.	v. Ginneken.
„ *plicatile.* Sabouraud.	v. Ginneken.

Trichophyton rosaceum. Sabouraud.	v. Ginneken.
„ *ruber. aut?*	Inst. Pasteur.
„ *spec.*	Kapsenberg.
„ *violaceum.* Sabouraud.	Inst. Pasteur.
Trichothecium roseum. (Pers.) Link.	Lindner.
„ *roseum. f. pseudoverticillium.* Matr.	Schouten.
Trichurus spiralis. Hasselbring.	Blakeslee.
Tuberculariа vulgaris. Tode.	Goethals.
Typhula erythropus. (Pers.)	Kniep.
Ustilago Hordei. (Pers.) Kellerm. et Swingle.	Riehm.
„ *Mayidis.* (DC.) Corda.	Westerdijk.
„ *nuda.* (Jensen) Kell. & Swingle.	Kniep.
„ *Reiliana.* Kühn.	Mc. Rae.
„ *Tritici.* (Pers.) Jensen.	Kniep.
„ *violacea.* (Pers.) Tul.	Kniep.
Venturia pirina. Aderh.	Kniep.
Verpa digitaliformis. Pers.	Cool.
Verticilliastrum glaucum. Daszewska.	Daszewska.
Verticillium albo-atrum. Reinke et Berth.	Quanjer. Doyer. Harter.
„ *cinnabarium.* Reinke et Berth.	Pethybridge.
„ *Dahliae.* Kleb.	Klebahn.
„ *glaucum.* Bon.	Went.
„ *heterocladum.* Penz.	Fawcett.
„ *Lactarii.* Peck.	v. Luyk.
„ *rufum.* (Schwabe) Rabenh.	Went.
„ *Sacchari.* Went.	Went.
Volutella ciliata (Alb. et. Schw.) Fries.	Doyer.
Vuilleminia comedens. Maire.	Kniep.
Wawelia regia. Namyslowski.	Namyslowski.
Willia belgica. Lindner.	Lindner.
„ *Saturnus.* Klöcker.	Bierberg.
Xylaria hypoxylon. (L.) Grev.	Doyer.
„ *polymorpha.* Pers.	Cool.
Zygorhynchus Dangeardi. Moreau.	Moreau.
„ *spec.* („explodeus.")	Burgeff.
„ *Mölleri.* Vuill.	Hagem.
„ *Vuillemini var agamus.* Namyslowski.	Namyslowski.
Zygosaccharomyces Chevalieri. Guill.	Guilliermond.
„ *japonicus.* Saïto.	Guilliermond.
„ *mandshuricus.* Saïto.	Saïto.
„ *mellis acidi.* Richter.	Richter.
„ *Nadsonii.*	Guilliermond.
„ *Priorianus.* Klöcker.	Guilliermond.
Zythia elegans. Fr.	Sabron.

Dierkunde. — De Heer MAX WEBER leest, namens de Commissie van uitvoering van het Zoologisch Insulindefonds, het volgende verslag.

$\frac{Eerbeek}{Amsterdam}$, 24 Februari 1921.

Aan het Bestuur der Koninklijke Akademie van Wetenschappen,

Gevolg gevende aan de bepalingen van artikel 8 van de Statuten van het „Zoologisch Insulinde-Fonds", hebben wij de eer verslag uit te brengen over de werkzaamheden der Commissie van uitvoering van genoemd fonds gedurende het jaar 1920.

In de samenstelling onzer Commissie had geenerlei verandering plaats.

De Commissie ontving van Dr. H. BOSCHMA het verzoek om financieelen steun bij zijn voorgenomen onderzoekingsreis naar Nederlandsch Oost-Indië.

Dr. BOSCHMA beoogt zich bezig te houden vooral met de nog onopgeloste kwestie van de voeding der koraaldieren; voorts met de ontwikkeling der larven van Anuren. Eindelijk wil hij trachten embryologisch materiaal te verzamelen van krokodillen ter voortzetting zijner studie over het halsskelet der krokodillen.

De middelen voor zijn reis zijn hem verschaft door het „Buitenzorgfonds". Om zijn verblijf in Indië over eene langere periode te kunnen uitstrekken en dus vruchtbaarder te maken voor zijne studiën, wil hij, voor zoover dat mogelijk is, eigen middelen gebruiken, die hij gaarne aangevuld zag door een subsidie uit het „Insulinde-Fonds".

Onze Commissie meende dit verzoek te moeten steunen en stelde voor *f* 400 daarvoor beschikbaar te stellen.

Bij schrijven van 12 Juli 1920 mochten wij vernemen, dat U zich hiermede vereenigen kondet.

Voorts stelden wij in November j.l. voor aan den heer R. VAN EECKE, Conservator bij het Rijks-Museum van Natuurlijke Historie te Leiden, een subsidie van ten hoogste honderd gulden uit het Insulinde-Fonds toe te kennen, voor het uitgeven eener plaat, die verschijnen zal in de „Zoologische Mededeelingen", nademaal de redacteur dier „Mededeelingen" niet bij machte is uit de beschik-

bare middelen die plaat te bekostigen. Zij zal bevatten afbeeldingen van eenige insecten in Insulinde door den heer Edw. Jacobson verzameld, die door den heer van Eecke zullen beschreven worden.

Overeenkomstig Uwen wensch is door ons op 23 December j.l. aan den heer van Eecke medegedeeld, de onkosten dier plaat te zijner tijd op te geven, opdat daarna de uitbetaling kan plaats hebben.

De Commissie van uitvoering van het Zoologisch Insulinde Fonds

Max Weber,
Voorzitter.
C. Ph. Sluiter,
Secretaris.

Geologie. — De Heer L. RUTTEN, Correspondent der Afdeeling, biedt eene mededeeling aan: *„Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biristroomgebied"*.

Bij de bewerking der door de Nieuw-Guinea-Expeditie van 1903 verzamelde gesteentecollecties is gebleken, dat in het kustgebied van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tamirivier en Walckenaersbaai naast oude basische eruptiefgesteenten en schaarsche mesozoische sedimenten, geplooide afzettingen van tertiairen ouderdom, en kalksteenen, die tot eene quartaire transgressie behooren, groote verspreiding hebben [1]).

De tertiaire afzettingen zijn in het gebied van den 141sten meridiaan later tot vrij ver naar het binnenland gevonden: kalksteenen met Lepidocyclina werden aan den bovenloop der Bewani-rivier (Tamistroomgebied) en der Keerom-rivier, circa 66 K.M. van de kust, aangetroffen [2]). In deze zone schijnen in het gebergte, gelegen tusschen de kust en de groote centrale vlakte, waarin de takken der Idenburgrivier verloopen, tertiaire afzettingen eene groote rol te spelen.

Men weet, dat ongeveer 300 K.M. westwaarts de Mamberamorivier in het Van Rees-gebergte, eveneens een jong plooiingsgebergte, dat vooral uit jongtertiaire zandsteenen, kleischalies en kalksteenen met gangen van eruptiefgesteenten is opgebouwd, doorbreekt, en dat ook hier schaarsche aanwijzingen van het voorkomen van oudere, basische eruptiva en mesozoische sedimenten gevonden zijn [3]). De strekking in het Van Reesgebergte is Z. 65° tot ZO, en men mocht verwachten, dat het tertiaire plooiingsgebergte eveneens in het gebied tusschen Van Rees-gebergte en Tami-rivier zou aangetroffen worden, terwijl het bovendien a priori waarschijnlijk was, dat hier aanwijzingen van het voorkomen van oudere basische eruptiva zouden voorkomen.

Voor de Bataafsche Petroleum-Maatschappij onderzocht ik voor eenigen tijd eene collectie kalksteenen en mergels, die bijeengebracht waren door Dr. W. VAN HOLST PELLEKAAN in het gebied tusschen

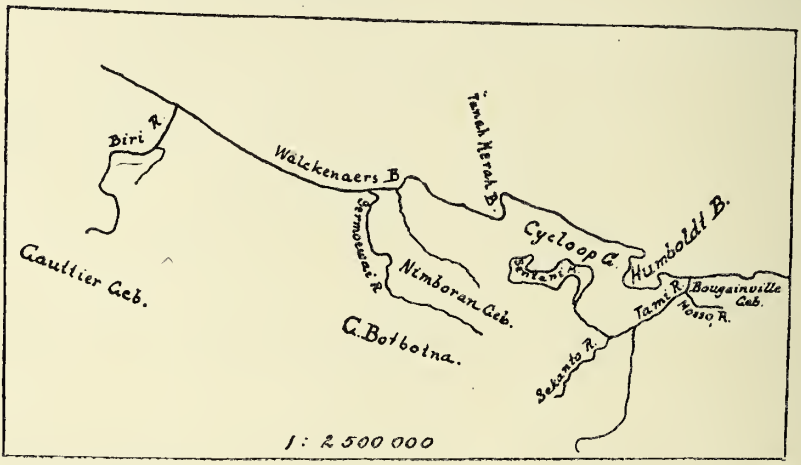
[1]) A. WICHMANN. Nova Guinea. IV. 1917.
L. RUTTEN. Nova Guinea. VI. 1914.

[2]) L. SCHULTZE. Mitteilungen aus den Deutschen Schutzgebieten. Ergänz. Heft 11. Berlijn 1914.

[3]) J. VAN GELDER. Jaarb. Mijnw. Nederl. Indië. 1910. Wetensch. Gedeelte. p. 87—112.

Tami- en Biri-rivier, en afkomstig zijn van vindplaatsen, die maximaal ongeveer 60 KM. van de kust liggen. Uit de resultaten van dit onderzoek, tot welker publicatie de Bataafsche Petroleum-Maatschappij mij op liberale wijze vergunning gaf, is gebleken, dat de boven geuite veronderstelling juist was, dat inderdaad tertiaire en wel vooral neogene sedimenten in het geheele kustgebergte tusschen Tami- en Biri-rivier groote verspreiding hebben, terwijl er aanwijzingen voor het voorkomen van oudere, basische eruptiefgesteenten eveneens gevonden werden.

Een en ander zal blijken uit de hier volgende beschrijving van een aantal dunne doorsneden.



Bij vroegere onderzoekingen is reeds gebleken, dat eocene gesteenten in het kustgebied van Noord Nieuw-Guinea zeer schaarsch zijn. Tot nu toe zijn alleen uit de Tawarin-rivier rolsteenen van eocenen rifkalk bekend [1]), die echter niet uit het tegenwoordige stroomgebied der rivier afkomstig kunnen zijn. WICHMANN vermoedt, dat hun moedergesteente in het gebied der Sermoewai, die veel verder uit het binnenland komt, moet gezocht worden [2]).

Met deze veronderstelling komt overeen, dat in de collectie HOLST PELLEKAAN ook slechts twee eocene kalksteenen voorkomen, die in de Sg. Nanggoi, in het Zuid-Nimborangebergte, dus in het stroomgebied der Sg. Sermoewai gevonden werden. Het zijn twee zwartgrijze rifkalksteenen. De eerste bevat Alveolina s.str,, de tweede Alveolina s.str., Lithothamnium, Nummulites cf. Bagelensis Verb. en Orthophragmina; hun ouderdom is zonder twijfel eoceen.

Verreweg de meeste kalksteenen uit de collectie zijn van *oligo-*

[1]) Nova Guinea. VI. p. 35.
[2]) Nova Guinea. IV. p. 266—267.

miocenen ouderdom, behooren tot het Lepidocyclina-houdende neogeen. Zij wijzen alle op het voorkomen van neogene afzettingen in littorale facies. Eene onderverdeeling in oudere en jongere niveaux is op grond van het onderzochte materiaal niet mogelijk. De hiertoe behoorende gesteenten zijn de volgende:

Zuivere, poreuse kalksteen, zuid van Nafri, Humboldt-baai. Geen terrigeen materiaal. Bevat: Lepidocyclina cf. Munieri Lem. et Douv., Globigerina, ? Cycloclypeus, ? Carpenteria en koralen.

Grijsgele, zeer kristallijne kalksteenen uit de Singringrengrivier, zuid van Nimborangebergte. Bevat groote en kleine Lepidocyclinen, Rotalidae en Lithothamnium.

Iets poreuse kalksteen uit de Sg. Toeng, Botbotna-gebergte met kleine Lepidocyclinen, Miogypsina, ? Carpenteria conoidea Rutten, Nummulites cf. Cuminghii Carp., Amphistegina, Operculina, ? Cycloclypeus, Rotalidae, Lithothamnium en koralen. Uit dezelfde rivier een groengrijze rifkalk, die dezelfde faunula als de vorige en bovendien *serpentijnkorrels* bevat, wijzende op het in de buurt voorkomen van eenen ondergrond van basische eruptiva.

Twee geelgrijze rifkalken uit de Sg. Ohoeng, rechter zijrivier der Sg. Sermoewai bij Kg. Sawé, met Lepidocyclina cf. Munieri Lem. et Douv., Operculina, Amphistegina, ? Cycloclypeus, Nummulites cf. Cuminghii Carp., ? Carpenteria, Globigerina, Orbulina, Lithothamnium en koralen.

Vier kalksteenen uit de Sg. Boearim, zuidwestelijke zijrivier der Sg. Sermoewai met Lepidocyclina cf. Munieri Lem. et Douv., Miogypsina, ? Carpenteria, Amphistegina, Gypsina cf. inhaerens, ? Planorbulina larvata P. a. J., ? Cycloclypeus, Miliola, Globigerina, Lithothamnium, Halimeda en koralen.

Een groen, kalkig gesteente uit de Sg. Gisé, noord van Botbotna-gebergte met veel kwartskorrels, en weinig plagioklaassplinters en serpentijnkorrels. Het bevat kleine Lepidocyclinen, ? Cycloclypeus, Amphistegina, Globigerina en Lithothamnium.

Verschillende kalksteen-rolsteenen uit conglomeraten aan den middenloop der Biri-rivier met Lepidocyclina, ? Miogypsina, Heterostegina, Operculina, Cycloclypeus, Amphistegina, Globigerina, Carpenteria, Miliola, Lithothamnium, Halimeda en koralen. Eén monster bevat serpentijnkorrels.

Een rifkalk van de Zuidrivier, bovenloop der Iwaré, Birigebied, bevat Cycloclypeus, Lepidocyclina cf. Munieri Lem. et Douv., Heterostegina of Spiroclypeus en koralen.

Een zeer kristallijne rifkalk van Prauw-bivak, Biri-rivier bevat kleine Lepidocyclinen, Globigerina en Lithothamnium.

Van een aantal gesteenten, die vooral door het voorkomen van talrijke Globigerinen gekenmerkt zijn, kan de ouderdom niet met zekerheid worden vastgesteld. Daar hunne vindplaatsen vaak dezelfde zijn als die der Lepidocyclinenhoudende gesteenten, is het waarschijnlijk, dat ze voor een deel ongeveer even oud zijn als deze, en alleen onder iets andere omstandigheden, n.l. in eenigszins dieper water zijn ontstaan.

Een mergelkalksteen met veel Globigerinen komt uit de Sg. Oerbiahoea, Tamigebied.

Een grijsgroene kalksteen met Globigerinen en enkele kwartssplinters werd aan het Sentani-meer tegenover Dondai gevonden.

Van het Morni-schiereiland, Matterer-baai is een groene mergelkalk met kwarts- en plagioklaassplinters en enkele Globigerinen afkomstig.

De Ajer Djambé, Demta-baai, leverde een grijze Globigerinenrijke, grijze mergelkalk.

Tuffige kalkzandsteenen met kwarts-, plagioklaas-en serpentijnkorrels, en met schaarsche Globigerinen zijn uit de omgeving der Moeris-baai afkomstig.

Bruine mergelkalken met kleine pyrietkorrels, Globigerinen, Pulvinulinen en Rotalidae werden in de Sg. Gauw, Zuid Nimborangebergte gevonden.

Een pyrietrijke kalksteen met zeer veel Globigerinen, Amphistegina, Operculina en koralen is van den Sawé-heuvel, Sermoewai-rivier afkomstig. De facies van dit gesteente is intermediair tusschen de rifkalken en de echte Globigerinengesteenten.

Een kalksteen uit de Sg. Gemoewai bleek bijna geheel eene breccië van Globigerinen en Pulvinulinen te zijn.

Terwijl het mogelijk is, dat van de boven beschreven Globigerinengesteenten enkele reeds tot de quartaire transgressie behooren, is dit nog veel waarschijnlijker voor enkele kalksteenen, die wel is waar geen kenmerkende fossielen bevatten, maar door hunnen habitus den indruk maken, echte „karang"-monsters, *zeer jonge rifkalken* te zijn. Het zijn poreuse kalksteenen uit de Moeris- en Demta-baai.

Van vier rifkalken (Sekanto-rivier, Midden Biri-rivier, Boven Biririvier en Iwarin-rivier in het Gautier-gebergte) kan de juiste ouderdom niet aangegeven worden, maar het is zeker, dat ze van postcretaceischen ouderdom zijn.

Uit het voorgaande blijkt, dat alle beschreven kalksteenen van postcretaceischen ouderdom zijn, terwijl eocene gesteenten zeer schaarsch zijn. Twee andere, vrij sterk omgekristalliseerde kalksteenen (van Kg. Semenaré en uit het Cycloopgebergte), die absoluut

geen herkenbare fossielen meer bevatten, waren de eenige in de collectie, welke mogelijkerwijze van praetertiairen ouderdom zouden kunnen zijn, al is het zeer goed mogelijk, dat ook zij jong zijn.

Verreweg de meeste gesteenten behooren tot het Lepidocyclinen-houdende tertiair, en wijzen op de groote verspreiding van neogene afzettingen in litorale facies.

Met groote waarschijnlijkheid mag ook de aanwezigheid van zeer jonge, waarschijnlijk quartaire rifkalken onder het materiaal aangenomen worden.

Utrecht, 15 Januari 1921.

Scheikunde. — De Heer HOLLEMAN biedt een voorloopige mededeeling aan van de Heeren J. P. WIBAUT en J. JÜRGENS, over: *„De inwerking van mercuri-acetaat op nitrobenzol"*.

(Mede aangeboden door den Heer J. BÖESEKEN.).

Door de onderzoekingen over de invoering van substituenten in de benzolkern is de regel van het behoud van het substitutietype in talrijke gevallen bevestigd geworden. Terecht heeft BÖESEKEN er echter op gewezen, dat tot nu toe bijna altijd zoogenaamd negatieve substituenten zijn ingevoerd, en het niet onmogelijk, ja zelfs waarschijnlijk is te achten, dat bij invoering van positieve substituenten genoemde regel niet meer geldig is.

De onderzoekingen van DIMROTH en zijne leerlingen over de mercureering van benzol en zijne derivaten wijzen er inderdaad op, dat BÖESEKEN's meening juist is. Bij de bestudeering dezer onderzoekingen viel het echter aan Prof. HOLLEMAN op, dat in vele gevallen door DIMROTH uit het reactieproduct slechts ééne kwikverbinding werd geïsoleerd, terwijl toch te verwachten was, dat dit een mengsel van verschillende isomeren zal zijn. Zoo wordt door DIMROTH [1]) medegedeeld, dat hij bij inwerking van kwikacetaat op nitrobenzol alleen o.nitrophenylkwikchloride

heeft verkregen, hetgeen dus in strijd met bovengenoemden regel is, daar de nitrogroep een tweeden substituent naar de *m*-plaats richt. Ontstaan nu echter naast deze verbinding nog andere daarmede isomere stoffen, dan zonde het beeld dezer reactie wel geheel anders kunnen worden.

Wij hebben hiernaar, en in 't algemeen naar deze mercureeringen een nader onderzoek ingesteld, met name om uit te maken of, en zoo ja welke, isomeren er naast de door DIMROTH geïsoleerde stoffen ontstaan. Wij zijn ons onderzoek begonnen met de mercureering van nitrobenzol en deelen hieronder de voorloopig door ons verkregen resultaten mede, daar de heer JÜRGENS door bijzondere omstandigheden verhinderd is, dit onderzoek voort te zetten.

---

[1]) B. **36**, 2036 (1902).

50 gr. watervrij kwikacetaat werden met 250 gr. nitrobenzol onder omroeren in een oliebad op 150° verhit (thermometer in de olie). Na $^1/_4$ uur was het zout geheel opgelost. Om het half uur werd een proefje uit de oplossing genomen, dit met water doorgeschud, afgefiltreerd en beproefd, of in het filtraat nog een neerslag van HgO kwam met kali. Na $3^1/_2$ uur was er geen reactie meer. Bij bekoeling zette zich een kleine hoeveelheid van een vaste stof af, welke een mercuro-reactie gaf (zwartkleuring met ammonia). Hieraan werd afgefiltreerd, water toegevoegd bij het filtraat, en 30 gr. NaCl (d.i. 3 × de theoretische hoeveelheid) in de kolf gebracht. Het onveranderde nitrobenzol werd met waterdamp overgedistilleerd. Dit woog 228 gr. Er is dus 22 gr. met mercuriacetaat in reactie getreden. Na het overstoomen van het onveranderde nitrobenzol vertoonde het water, dat in de distilleerkolf was teruggebleven, een sterke kwikreactie. Aan de vloeistof werd overmaat loog toegevoegd, waardoor 3.68 gr. HgO = 5.3 gr. Hg-acetaat werd verkregen. Blijkbaar is dus een deel van de kwikverbinding door de behandeling met stoom weer ontleed. Aan nitrobenzol gebonden is dus 50—5.3 = 44.7 gr. Hg-acetaat = 0.14 mol, terwijl 22 gr. nitrobenzol = 0.18 mol zijn. Met 1 mol nitrobenzol is dus $\frac{0.14}{0.18} = 0.78$ mol Hg-acetaat in werking getreden.

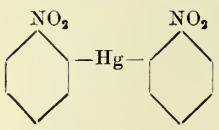
Na het afstoomen van het nitrobenzol bleef er een harde lichtgele massa in de distilleerkolf terug. Deze werd met water fijngewreven, uitgewasschen en gedroogd. Haar gewicht was toen 43.5 gr.; haar smelttraject lag van 140—175°.

In tegenstelling met Dimroth's mededeeling l.c. loste deze massa slechts gedeeltelijk in ligroine (kookpunt 80—100°) op. Na weken lang dagelijks met dit oplosmiddel te zijn uitgekookt, tot niets meer oploste, was nog niet de helft in oplossing gegaan.

De stof, die in oplossing was gegaan liet zich door langdurige gefractioneerde krystallisatie uit alcohol in twee andere ontleden met de smeltpunten 187° en 206°. De eerste heeft, blijkens analyse de samenstelling van een nitrophenylkwikchloride en daar zij bij schudden met broom o-broomnitrobenzol geeft is zij de o-verbinding, waarvoor Dimroth het smp. 181—182° opgeeft. Het is zeer moeilijk om deze stof enkel door gefractioneerde krystallisatie zuiver te krijgen. Schudt men haar, als zij op het smpt. 176° is gekomen, met een weinig Br-water, dan wordt de tweede verbinding, smeltende bij 206° ontleed, daar deze gemakkelijker wordt aangetast, en zoo het o-nitrophenylkwikchloride op het smp. 187° gebracht.

Volgens analyse is de bij 206° smeltende verbinding een dinitrodi-

phenylkwik; daar zij bij schudden met broomwater ook o-broom-



nitrobenzol geeft, moet aan haar nevenstaande formule worden gegeven. Vermoedelijk is zij bij de stoombehandeling van het reactieproduct ontstaan, daar immers in het water in de stoomkolf Hg-ionen konden worden aangetoond:

$$2\,C_6H_4\,.\,NO_2HgCl \rightarrow (NO_2C_6H_4)_2Hg + HgCl_2.$$

Het o-dinitrodiphenylkwik kan op de volgende wijze uit o-nitrophenylkwikchloride worden verkregen: Leidt men in de kokende alcoholische oplossing dezer verbinding zwavelwaterstof, dan scheidt zich eene geel gekleurde verbinding af, die zich bij 190° begint te ontleden en dan zwart wordt. Wordt zij gedurende eenige dagen met eene keukenzoutoplossing gekookt, dan scheidt zich HgS af, naast de bij 206° smeltende verbinding, die er door alcohol is uit te trekken.

De reactie verloopt waarschijnlijk aldus:

$$2\,C_6H_4\begin{matrix}NO_2\\HgCl\end{matrix} + H_2S = NO_2C_6H_4Hg\,.\,S\,.\,Hg\,.\,C_6H_4NO_2 + 2\,HCl$$

$$NO_2C_6H_4\,.\,Hg\,.\,S\,.\,Hg\,.\,C_6H_4NO_2 = NO_2C_6H_4Hg\,.\,C_6H_4NO_2 + HgS.$$

In de stof, die door extractie met ligroine was verkregen, bevindt zich ook nog eene p-nitro-kwikverbinding, die er echter door gefractioneerde krystallisatie niet uit kon verkregen worden. Schudt men nl. de ruwe stof met broomwater, dan ontstaat er eene olie, die na in vacuo te zijn gedistilleerd, door uitvriezing en gefractioneerde krystallisatie p-nitrobroombenzol opleverde.

De hoofdmassa van het inwerkingsproduct van Hg-acetaat op nitrobenzol, die in ligroine onoplosbaar is, bestaat uit een mengsel van verschillende Hg-verbindingen, die evenwel nog niet konden gescheiden worden. Wij hebben deze massa achtereenvolgens met eene heete keukenzoutoplossing en daarna met alcohol geextraheerd, zonder tot goed gedefinieerde producten te zijn gekomen. Na deze twee extracties blijft dan eene stof over, die op 1 atoom stikstof ca. 2 atomen Hg bevat.

De kleine hoeveelheid stof, die na het mercureeren niet in nitrobenzol in oplossing bleef gaf bij schudden met broomwater o.a. een mengsel van tribroomnitrobenzolen, blijkens de Br-bepaling (Br gev. 66.52, ber. 66.65). De reactie in haar geheel heeft dus een zeer gecompliceerd verloop. Wij hopen later in de gelegenheid te zijn, haar nader te bestudeeren.

Amsterdam, Februari 1921. *Org. chem. lab. d. Univ.*

Experimenteele Psychologie. — De Heer WINKLER biedt eene mededeeling aan van de Heeren F. ROELS en J. FELDBRUGGE: *„De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar."*

(Mede aangeboden door den Heer ZWAARDEMAKER).

I.

Wat wij omtrent de ontwikkeling der opmerkzaamheid bij kinderen in de literatuur vinden, bepaalt zich voornamelijk tot een belichting der paedagogische beteekenis, die het experimenteel onderzoek der opmerkzaamheidsverschijnselen van volwassenen, met name dat naar den omvang der opmerkzaamheid voor simultane en successieve indrukken, de intensiteit, de afleidbaarheid of het weerstandsvermogen tegenover storende invloeden, den bewustheidsgraad der verschillende in één akt waargenomen elementen, voor een goed begrip van de ontwikkeling der opmerkzaamheid bij kinderen bezit. Weliswaar schetst MEUMANN in het eerste deel zijner „Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik und ihre psychologischen Grundlagen" [1]), op grond van eigen onderzoekingen, hoe de opmerkzaamheid zich in de jeugd naar al deze richtingen ontwikkelt, doch wegens plaatsgebrek moest hij van mededeeling der proefresultaten afzien. Op kinderen experimenteerden o.a. ook: F. N. FREEMAN [2]), A. KOCH [3]), J. HABRICH [4]), D. KATZ [5]) en M. v. KUENBURG [6]); met uitzondering van den eersten, allen over opmerkzaamheid en doelbewust isoleerend abstraheeren, d.w.z. het pointeeren van gelijke elementen uit eenvoudige figuren.

[1]) Leipzig 1916, blz. 179 volg.

[2]) Untersuchungen über den Aufmerksamkeitsumfang und die Zahlauffassung bei Kindern und Erwachsenen. Pädagogische Arbeiten des Leipziger Lehrervereins I, 1910.

[3]) Experimentelle Untersuchungen über die Abstraktionsfähigkeit von Volksschulkindern. Zeitschrift für angewandte Psychologie 7, blz. 332.

[4]) Experimentelle Untersuchungen über die Abstraktionsfähigkeit von Schülerinnen, Ibid. 9, blz. 189.

[5]) Studiën zur Kinderpsychologie. Wissenschaftliche Beiträge zur Pädagogik und Psychologie. Heft 4, 1913.

[6]) Ueber Abstraktionsfähigkeit und die Entstehung von Relationen beim vorschul. pflichtigen Kinde. Ibid. 17, blz. 270; vgl. ook K. BÜHLER: Die geistige Entwicklung des Kindes². Jena 1921, blz. 162.

Wat het verloop der opmerkzaamheidsconcentratie bij continueel voortgezetten arbeid aangaat, zijn wij nog kariger met experimenteel-psychologische onderzoekingen op kinderen bedeeld. Kinderpsychologische pendanten der onderzoekingen van von Voss [1]), Rivers en Kraepelin [2]), Amberg [3]), Weygandt [4]) en andere experimentatoren uit de Münchener school ontbreken geheel. Zij zouden ons trouwens in den vorm, dien deze auteurs er aan gegeven hebben, toch niet kunnen bevredigen. Want al mogen de schommelingen, die zich bij hun onderzoekingen op verschillende plaatsen der arbeidskurve manifesteerden, hetzij zij aan aanloop, gewenning, oefening, vermoeidheid, eindspurt enz. te danken zijn, wel grootendeels op rekening der opmerkzaamheid worden geboekt, over het algemeen was de taak, waarvoor de proefpersonen stonden, toch te ingewikkeld om het effect der opmerkzaamheid alleen zoo zuiver mogelijk aan het licht te laten treden. Vandaar, dat wij ons bij ons onderzoek niet van Kraepelins rekenproeven, maar van de doorstreepproef hebben bediend.

Het goed recht der doorstreepproef van Bourdon en Binet [5]) bij het onderzoek naar het verloop der opmerkzaamheidsconcentratie van langeren duur, behoeft wel niet meer uitdrukkelijk te worden betoogd. Op de rekenproeven van Kraepelin heeft zij voor, dat zij niet als deze bij de studie aan nog andere functies dan de aandacht eischen stelt [6]). Van de voordeelen, die zij meer in het bijzonder bij een onderzoek naar de opmerkzaamheid van kinderen biedt, had een onzer reeds eerder gelegenheid zich persoonlijk te overtuigen [7]). Zij zijn voornamelijk gelegen in het feit, dat de proef niet al te zeer buiten het kader van het schoolwerk valt en ook door jonge kinderen, mits zij maar kunnen lezen, met belangstelling wordt

[1]) Ueber die Schwankungen der geistigen Arbeitsleistung. Psychologische Arbeiten 2, blz. 399.

[2]) Ueber Ermüdung und Erholung. Ibid. 1, blz. 627.

[3]) Ueber den Einfluss von Arbeitspausen auf die geistige Leistungsfähigkeit. Ibid. 1, blz. 300.

[4]) Ueber den Einfluss des Arbeitswechsels auf fortlaufende geistige Arbeit. Ibid. 2, blz. 118.

[5]) Attention et adaptation. L'année psychologique 6, blz. 364; B. Bourdon: Observations comparatives sur la reconnaissance, la discrimination et l'association. Revue philosophique 40, blz. 209.

[6]) Kraepelin: Die Arbeitscurve. Philosophische Studien 19, blz. 459; vgl. ook E. Meumann: Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik und ihre psychologischen Grundlagen III, Leipzig 1914, blz. 390.

[7]) F. Roels en Joh. Werker: Proeven over opmerkzaamheid bij doove, slechthoorende en normale kinderen. Tijdschrift voor Zielkunde en Opvoedingsleer 10, blz. 209.

verricht. Daarbij komt nog, dat zij zonder het minste bezwaar op meerdere kinderen tegelijkertijd, in de klas b.v., kan worden gedaan.

De tekst bestond uit een gedrukt stuk van 36 regels, omvattende 1768 letters over 304 zinledige woorden verdeeld. Een twintigtal onderwijzers en onderwijzeressen van burgerscholen voor lager onderwijs stonden ons bij het onderzoek, waarvoor wij een zorgvuldig omschreven gedragsregel hadden opgesteld, ter zijde. Een geheele klas (20 tot 30 kinderen) werd tegelijk onderzocht. De opdracht werd op het bord geschreven en luidde: zoo vlug en zoo goed mogelijk alle *a*'s, *e*'s en *h*'s, die resp. 122, 331 en 59 maal in het stuk voorkwamen, door te schrappen. Aan het hoofd van het proefpapier, dat den kinderen onmiddellijk vóór het begin van het experiment werd voorgelegd, stonden de letters, die moesten worden doorgestreept, trouwens nog eens duidelijk geschreven, zoodat het kind, als het over de door te halen letters in het onzekere was, niet naar het bord behoefde op te kijken.

Vóór het begin der proef overtuigde men zich, dat de kinderen hadden begrepen, wat er van hen werd verlangd. De experimentator legde hun daartoe een stuk papier met soortgelijke zinledige woorden voor en liet dan met een potlood alle *a*'s, *e*'s en *h*'s doorstreepen. Daarbij had hij gelegenheid verschillende opmerkingen te maken, die voor een regelmatig en gelijkvormig verloop der proeven noodzakelijk zijn. Men wees er de kinderen b.v. op, dat de door te halen letters slechts met één enkele, lichte streep mochten worden aangegeven, dat het niet geoorloofd was nog eens tot al reeds gelezen woorden en regels terug te keeren.

Nadat de kinderen alle gewenschte inlichtingen hadden ontvangen, namen de eigenlijke proeven een aanvang. De onderwijzer of onderwijzeres gaf het teeken om te beginnen en noteerde den tijd. Na elke minuut weerklonk een signaal, waarop de kinderen met een kruisje de plaats aangaven, waartoe zij op dat oogenblik waren gekomen. Was een kind gereed, dan keerde het zijn proefpapier om, legde het potlood neer en kruiste de armen, totdat de laatste proefpersoon zijn werk had beëindigd. In het geheel namen 1123 kinderen van 8 tot 12 jaar aan het onderzoek deel: 576 jongens en 547 meisjes. Van beide geslachten stonden ons voor elk der leeftijden (8, 9, 10, 11, 12 jaar) ± 100 kinderen ten dienste. Daar alleen de proefresultaten van die kinderen konden worden benut, welke de gestelde leeftijdsgrenzen met niet meer dan 3 maanden hadden overschreden en bovendien nog eenige resultaten, waarvan de betrouwbaarheid mocht worden betwijfeld, terzijde moesten worden gelegd, stonden ons ten slotte 1073 protocollen ten dienste, op

de volgende wijze over beide geslachten en de verschillende leeftijden verdeeld.

Jongens 558.		Meisjes 513.	
8 jaar	104	8 jaar	98
9 „	111	9 „	101
10 „	112	10 „	107
11 „	111	11 „	105
12 „	120	12 „	102

Bij de bewerking der protocollen, bepaalden wij: 1. den tijd, die er voor het verrichten der proef noodig was, waarbij een fractie van een minuut werd verwaarloosd; 2. het totaal aantal fouten. Als fouten golden: *a*. letters, die moesten worden doorgestreept en zijn overgeslagen; *b*. letters, die ten onrechte werden doorgestreept. De fouten sub *a* en *b* telden wij bijeen. Ten slotte werd het aantal fouten (die sub *a* en *b* eveneens bijeengeteld) in iedere minuut gemaakt, berekend.

Tabel I geeft een overzicht van de tijden, die de kinderen van verschillenden leeftijd, jongens en meisjes te samen en elk geslacht afzonderlijk, voor het verrichten der proef noodig hadden. De eerste kolom bevat de arithmetisch gemiddelden (A. G.); de tweede, de gemiddelde afwijkingen (G. A.); de derde tenslotte de centrale waarden (C. W.).

TABEL I.

Leeftijd in jaren	Jongens			Meisjes			Kinderen		
	A.G.	G.A.	C.W.	A.G.	G.A.	C.W.	A.G.	G.A.	C.W.
8	13.5	2.3	13	16	2.2	15	14.7	2.4	14
9	12	2	12	14.5	2.1	14	13.3	2.3	13
10	11	2	11	13.3	2.1	13	12.2	2.2	12
11	10	1.3	10	12.5	2.3	12	11.2	2.2	11
12	10	1.3	9	11	1.9	11	10.5	1.6	10

Het blijkt, dat zoowel voor de jongens en meisjes te samen, als voor elk van beide geslachten afzonderlijk, de voor het werk benoodigde tijd met de toename van den leeftijd regelmatig afneemt, een enkele uitzondering — de jongens van 12 jaar — daargelaten

(van 8—12 jaar met gemiddeld 30 %). Opmerking verdient, dat de arbeidstijden der meisjes steeds grooter zijn dan die der jongens. Over het algemeen zijn de jongens de meisjes ongeveer 2 jaar in snelheid van werken vooruit; de gemiddelde arbeidstijd der jongens van 8 jaar is slechts iets grooter dán die der meisjes van 10, terwijl de gemiddelde tijd der jongens van 10 jaar juist met dien der meisjes van 12 overeenkomt. De betrouwbaarheid dezer gegevens vindt een index in de gemiddelde afwijking, die in alle gevallen ten hoogste $^1/_6$ van het arithmetisch gemiddelde bedraagt en in het feit, dat de centrale waarden steeds gelijk of kleiner zijn dan de arithmetisch gemiddelden. Dat de gemiddelde afwijking met de toename van den leeftijd kleiner wordt, wijst er op, dat met de jaren de individueele verschillen met betrekking tot de snelheid van werken tegenover het type van den leeftijd aan beteekenis gaan verliezen.

In tabel II staat het gemiddeld aantal fouten, met de gemiddelde afwijking en de centrale waarde, aangegeven, dat de kinderen van verschillenden leeftijd, jongens en meisjes te samen en elk geslacht afzonderlijk, in de proef hebben gemaakt.

TABEL II.

Leeftijd in jaren	Jongens			Meisjes			Kinderen		
	A.G.	G.A.	C.W.	A.G.	G.A.	C.W.	A.G.	G.A.	C.W.
8	50.5	23.1	47	53	25.3	44	51.7	24.1	45.5
9	40	17.5	36	36.5	17.5	35	38.2	17.2	36
10	40.3	21.2	33.5	33.4	12.2	31	36.7	16.9	32
11	30.5	13.8	27	33	14.8	31	31.7	14.3	30
12	23.5	11.8	22	27	14.8	25	25.2	13.3	23

Ook het aantal fouten, evenals de tijd, neemt èn voor de jongens en meisjes te samen èn voor elk van beide geslachten afzonderlijk, met de toename van den leeftijd vrij regelmatig af. De eenige uitzondering is voor de jongens van 10 jaar gegeven. Vermindert het aantal fouten voor de jongens van 8 tot 12 jaar met gemiddeld 46%, voor de meisjes is de afname nog aanzienlijker, zij bedraagt ongeveer 51%. Daar de snelheid van werken over hetzelfde tijdsverloop voor beide categorieën maar met 30% toeneemt, schijnen de jaren een gunstiger werking op de nauwkeurigheid dan op de snelheid, waarmede wordt gewerkt, uit te oefenen.

Jongens van 8, 9 en 10 jaar maken over het algemeen meer fouten dan meisjes van denzelfden leeftijd. Wel schijnen de jongens

van 8 jaar een uitzondering op dezen regel te maken, wanneer men het arithmetisch gemiddelde beschouwt, maar zij vallen er toch weer onder, als men op de centrale waarden afgaat. Van 11 jaar af echter winnen de jongens het van de meisjes; toch zijn de verschillen over het algemeen maar gering. Voor beide geslachten en alle leeftijden zijn de centrale waarden steeds kleiner dan de arithmetisch gemiddelden. De gemiddelde afwijkingen daarentegen zijn nog al aanzienlijk, zij bedragen $^1/_2$—$^1/_3$ van het arithmetisch gemiddelde; ook hier worden zij met de toename van den leeftijd kleiner. Wat de nauwkeurigheid van het werk betreft, verliezen de individueele verschillen op den duur dus eveneens aan beteekenis tegenover de typische regelmatigheden, die den bepaalden leeftijd kenmerken.

Tijden en fouten, elk op zich zelf beschouwd, leeren ons niet veel over de hoedanigheid en de hoegrootheid der arbeidspraestatie. Om daarover een oordeel te kunnen vellen, dient men eerst de quantitatieve gegevens met betrekking tot tijd en fouten tot één proefgetal te verwerken, waarin, hetzij de tijdswaarden tot foutenwaarden, hetzij de foutenwaarden tot tijdswaarden zijn teruggebracht. Wij kozen den eersten weg en verkregen ons proefgetal door bij het gemiddeld aantal fouten, dat door kinderen van een bepaalden leeftijd en een bepaald geslacht, was gemaakt, het gemiddeld aantal fouten op te tellen, gemaakt in de minuten, dat er door de categorie van kinderen in kwestie langer werd gewerkt dan het kleinst aantal minuten, dat een groep van hetzelfde geslacht voor het verrichten der taak noodig had. Dezelfde bewerking pasten wij op de gegevens van jongens en meisjes te samen toe. Alleen werd hier bij het gemiddeld aantal fouten, dat door kinderen van een bepaalden leeftijd was gemaakt, het gemiddeld aantal fouten opgeteld, dat er door hen werd gemaakt in de minuten, dat zij langer werkten dan de kinderen der groep, die den kortsten tijd noodig had. De aldus berekende proefgetallen zijn samengebracht in tabel III.

TABEL III.

Leeftijd in jaren	Jongens	Meisjes	Kinderen
8	61.4	62	61.7
9	45	47.5	46.25
10	39.5	40.6	40.05
11	29.7	38.8	34.35
12	22	29.6	25.8

Daar de hoedanigheid en de hoegrootheid der arbeidspraestatie omgekeerd evenredig is met de grootte van het proefgetal, blijkt uit de tabel, dat jongens beter werken dan meisjes van denzelfden leeftijd. Op 8-, 9- en 10-jarigen leeftijd is het verschil niet zoo groot, maar voor 11- en 12-jarigen treedt het zeer duidelijk aan den dag. De verbetering, die het werk met de jaren ondergaat, valt het best uit een vergelijking der proefgetallen voor jongens en meisjes te samen op te maken; van 8 tot 12 jaar bedraagt zij niet minder dan 58 %.

In tabel IV hebben wij in de eerste kolom in percenten der proefgetallen aangegeven, hoeveel de praestaties der jongens die der meisjes van denzelfden leeftijd overtreft. In de drie volgende kolommen staan de vorderingen vermeld, die jongens en meisjes te samen en de beide geslachten afzonderlijk, van 8—9, van 9—10, van 10—11 en van 11—12 jaar maken. Wij berekenden daartoe in percenten der proefgetallen de verbetering, die de arbeidspraestatie bij elk der genoemde overgangen onderging.

Bij nadere beschouwing der tabellen III en IV blijkt, dat de praestaties op 12 jaar voor jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen resp. 2.8, 2.2 en 2.4 keer beter uitvallen dan

TABEL IV.

Leeftijd in jaren	Voorsprong der jongens	Leeftijd	Vorderingen der jongens	Vorderingen der meisjes	Vorderingen der kinderen
8	1	8—9	27	23	25
9	5	9—10	13	15	14
10	2	10—11	25	5	15
11	24	11—12	26	24	25
12	26				

op 8 jaar. Over het algemeen staan de arbeidsverrichtingen van 11-jarige jongens met die van 12-jarige meisjes gelijk. Terwijl men bij jongens een verlangzaming in de regelmatig gemaakte vorderingen waarneemt tusschen 9 en 10 jaar, valt die bij de meisjes eerst tusschen 10 en 11 jaar. Voor en na dien tijd zijn, zoowel bij de jongens als bij de meisjes de vorderingen, die zij van jaar tot jaar maken, veel aanzienlijker.

In tabel V staan de kinderen in snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers ingedeeld. Daar de tijd, waarin de opdracht ten uitvoer werd gelegd, van 6—18 minuten wisselde, rekenden wij als snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers die kinderen, welke hun taak resp. in 6, 7, 8 en 9; 10, 11, 12 en 13; meer dan 13 minuten verrichten [1]). Voor elken leeftijd, voor de jongens en meisjes

TABEL V.

Leeftijd in jaren	Jongens			Meisjes			Kinderen		
	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame
8	6	43	51	0	22	78	3	32.5	64.5
9	14	57	29	0	34	66	7	45.5	47.5
10	24	56	20	6	49	45	15	52.5	32.5
11	45	50	5	20	43	37	32.5	46.5	21
12	50	49	1	32	56	12	41	52.5	6.5

afzonderlijk en voor de beide geslachten te samen geven wij de frequentie, waarmede snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers voorkomen, percentsgewijze aan.

Het percentage snelle werkers neemt met de jaren voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen, regelmatig toe, dat der langzame werkers regelmatig af. In de verandering, die het percentage middelmatig-snelle werkers ondergaat, valt zulk een regelmaat niet te bespeuren, noch voor de jongens, noch voor de meisjes. De opschuiving van langzame naar middelmatig-snelle werkers is bij de jongens, met uitzondering van 8 tot 9 jaar, steeds geringer dan die van de middelmatig-snelle naar de snelle werkers. Bij de meisjes daarentegen is de opschuiving van de middelmatig-snelle naar de snelle slechts van 10 tot 11 en van 11 tot 12 jaar het grootst. Het verschil, dat er in dit opzicht tusschen jongens en meisjes bestaat treedt verder bijzonder duidelijk aan het licht door het feit, dat van de 50 %, waarmee bij de jongens het percentage langzame werkers van 8 tot 12 jaar vermindert, 44 % aan de snelle en 6 % aan de middelmatig-snelle ten goede komt; bij de meisjes bedragen deze waarden resp. 32 % en 34 %.

Tabel VI maakt een en ander meer overzichtelijk. Zij brengt in

[1]) Vgl. F. Roels en Joh. Werker: Proeven over opmerkzaamheid bij doove, slechthoorende en normale Kinderen. l.c., blz. 212.

beeld hoe de vermindering van het aantal langzame werkers met de jaren voor de jongens en de meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen, aan de categorieën der snelle en middelmatig-snelle werkers ten goede komt. Wij berekenden daartoe het verschil, positief of negatief, dat er voor twee opeenvolgende jaren in het percentage der snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers

TABEL VI.

Leeftijd in jaren	Jongens			Meisjes			Kinderen		
	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame
8—9	+ 8	+14	—22	—	+12	—12	+ 4	+13	—17
9—10	+10	— 1	— 9	+ 6	+15	—21	+ 8	+ 7	—15
10—11	+21	— 6	—15	+14	— 6	— 8	+17.5	— 6	—11.5
11—12	+ 5	— 1	— 4	+12	+13	—25	+ 8.5	+ 6	—14.5
Toename over de vijf jaren	+44	+ 6	—50	+32	+34	—66	+38	+20	—58

bestaat. Voor elk der drie categorieën afzonderlijk geeft de algebraïsche som dezer verschillen, de toe- of afname aan, die het percentage snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers over de vijf jaren ondergaat.

Keeren wij nog eens naar tabel V terug, dan zien wij, dat ruim de helft van de jongens en ruim $^3/_4$ van de meisjes van 8 jaar langzame werkers zijn. Onder de jongens van 8 en 9 jaar zijn resp. 6 en 14% snelle werkers; onder de meisjes van denzelfden leeftijd komen zij echter niet voor. Daar onder de meisjes van 10 jaar een even groot percentage snelle werkers is als onder de jongens van 8, zijn dus de laatsten in dit opzicht de eersten 2 jaar vooruit. Later vermindert deze voorsprong: dan staan jongens tusschen 9 en 10 jaar op hetzelfde niveau als meisjes van 11; jongens tusschen 10 en 11 jaar op hetzelfde niveau als meisjes van 12.

Omgekeerd is het percentage langzame werkers onder de meisjes steeds grooter dan dat onder de jongens van denzelfden leeftijd. Met de jaren neemt het bij de meisjes ook veel minder snel af. De jongens zijn dus ook hier op de meisjes vooruit. Onder de jongens van 9 jaar zijn er b.v. minder langzame werkers dan onder de

meisjes van 11. Jongens tusschen 10 en 11 jaar staan met de meisjes van 12 ongeveer op hetzelfde peil.

Voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen, hebben wij het gemiddeld aantal fouten berekend, dat de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers van iederen leeftijd hebben gemaakt. Het arithmetisch gemiddelde, met daarnaast de gemiddelde afwijking en de centrale waarde staat voor elk der drie categorieën en voor iederen leeftijd in de kolommen van tabel VII aangegeven. Eenige getallen in de kolom snelle werkers onder het hoofd „kinderen" zijn tusschen haakjes geplaatst om er de aandacht op te vestigen, dat zij alleen uit de verwerking der gegevens voor jongens verkregen zijn; snelle werksters toch komen onder de meisjes van 8 en 9 jaar niet voor.

TABEL VII.

Leeftijd in jaren		Jongens			Meisjes			Kinderen		
		Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame
8	A.G.	72	53	46	—	79	46	(72)	66	46
	G.A.	30	23	17	—	42	19	(30)	31	20
	C.W.	61	49	40	—	59	39	(61)	51	40
9	A.G.	50	40	34	—	41	34	(50)	40	34
	G.A.	23	17	16	—	17	15	(23)	17	15
	C.W.	44	35	28	—	43	42	(44)	39	32
10	A.G.	48	39	29	35	35	30	42	37	29
	G.A.	26	20	13	7	14	11	24	17	12
	C.W.	40	34	27	33	35	27	39	34	27
11	A.G.	32	28	24	48	33	27	40	30	25
	G.A.	14	14	8	14	14	12	16	14	12
	C.W.	32	25	22	46	31	24	35	26	23
12	A.G.	25.5	21	8	34	25	19	30	23	13
	G.A.	13	10	—	13	15.5	8	13	13	8
	C.W.	23	20	—	33	17.5	16.5	28	20	18

Het gemiddeld aantal fouten neemt op elken leeftijd voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen, steeds met de snelheid, waarmee gewerkt wordt, toe. Er is slechts één uitzondering: voor meisjes van 10 jaar is het gemiddeld aantal fouten der snelle werksters even groot als dat der middelmatig snelle. De gemiddelde afwijking is nog al hoog: zij bedraagt $^1/_3$—$^1/_2$ van het arithmetisch gemiddelde; vrij geregeld is echter de centrale waarde lager dan het gemiddelde.

Wij wezen er bij de bespreking der gegevens van tabel IV al op, dat bij de jongens een verlangzaming in de regelmatig gemaakte vorderingen tusschen 9 en 10 jaar optreedt; bij de meisjes eerst tusschen 10 en 11 jaar. We vinden dit verschijnsel door de gegevens van tabel VII bevestigd. Voor alle categorieën is de afname van het aantal fouten bij jongen van 9—10 en bij meisjes van 10—11 jaar het minst. Wat de snelle werksters onder de meisjes betreft is het gemiddeld aantal fouten, gemaakt door meisjes van 11 jaar zelfs grooter dan dat gemaakt door meisjes van 10.

Een en ander treedt duidelijker aan het licht bij nadere beschouwing van tabel VIII, waarin wij voor de jongens en de meisjes de afname van het aantal fouten van jaar tot jaar percentsgewijze voor snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers hebben aangegeven. We voegden er, eveneens in percenten, de totale afname van het

TABEL VIII.

Leeftijd in jaren	Jongens			Meisjes		
	Snelle	Middelm. snelle	Langzame	Snelle	Middelm. snelle	Langzame
8—9	28	29	30	—	28	+ 8
9—10	9	3	4	—	19	36
10—11	20	27	19	+ 28	12	11
11—12	28	20	—	26	44	31
Afname over de vijf jaren	62 %	59 %	—	—	70 %	58 %

aantal fouten over de vijf jaren aan toe [1]). De verlangzaming in het

[1]) Gegevens met betrekking tot de totale vermindering van het aantal fouten over de vijf jaren, voor langzame werkers onder de jongens en snelle onder de

afnemen der fouten bij jongens van 9—10 en bij meisjes van 10—11 jaar, onverschillig of het snelle, middelmatig-snelle of langzame werkers zijn, valt terstond op. Merkwaardig is de sterke val bij de jongens van 8—9 jaar, bij de meisjes treedt hij eerst een jaar later op.

De afname van het aantal fouten over de vijf jaren is het grootst bij de meisjes; zij groeit met de snelheid van werken aan. Zij bedraagt voor de snelle en middelmatig-snelle werkers onder de jongens en de middelmatig-snelle en langzame werksters onder de meisjes resp. 62 %, 59 %, 70 % en 58 %.

In de tabellen IX en X staan de gegevens der beide overige tabellen nader gespecificeerd. Tabel IX bevat voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen een opgave van het percentage kinderen van elk dezer categorieën, dat van 0—10 %, van 11—20 %, van 21—30 %, van 31—40 % en van 41—50 % van alle te maken fouten in werkelijkheid heeft gemaakt.

Bij de samenstelling dezer tabel lieten wij alleen als fouten gelden de letters, die moesten worden doorgestreept en waren overgeslagen; letters, die ten onrechte waren doorgestreept lieten wij hier buiten beschouwing. Wij konden dat zonder bezwaar doen, daar de laatste, wat haar frequentie betreft, bij de eerste zeer ver ten achter staan. Zij hadden zonder schade voor de nauwkeurigheid der experimenteele gegevens trouwens bij al onze berekeningen buiten beschouwing kunnen blijven. Dat, vooral in de kolommen 31—40 % en 41—50 %, zoo weinig percentages staan aangegeven, vindt zijn reden in het feit, dat er in de betrokken categorieën te weinig gevallen met de bedoelde percentages fouten voorkwamen om zich tot een nadere mathematische bewerking te leenen.

Tabel X geeft voor jongens en meisjes afzonderlijk in percenten de toename aan van het percentage kinderen, dat van 0—10 % en van 11—20 % van het aantal te maken fouten, heeft gemaakt. Als fouten telden slechts, evenals bij de samenstelling van tabel IX letters, die moesten worden doorgestreept en waren overgeslagen. De gegevens der kolommen 31—40 % en 41—50 % van tabel IX werden hier wegens hun gering aantal niet verwerkt. Aan de tabel voegden wij tenslotte, eveneens in percenten, de totale toename van het aantal fouten over de vijf jaren toe.

De gegevens der tabellen IX en X bevestigen in alle opzichten de resultaten, die wij tot nog toe verkregen. Voor jongens en meisjes

meisjes staan in de tabel niet opgegeven, daar er te weinig langzame werkers onder de jongens van 12 jaar en in het geheel geen snelle werksters onder de meisjes van 8 en 9 jaar voorkwamen.

TABEL IX.

Leeftijd in jaren		0—10	11—20	21—30	31—40	41—50
8	J.	58	37	2	2	1
	M.	60	30	6	4	—
	K.	59	33.5	4	3	0.5
9	J.	76	22	2	—	—
	M.	75	24	1	—	—
	K.	75.5	23	1.5	—	—
10	J.	72	20	8	—	—
	M.	88	12	—	—	—
	K.	80	16	4	—	—
11	J.	86	14	—	—	—
	M.	86	13	1	—	—
	K.	86	13.5	0.5	—	—
12	J.	95	5	—	—	—
	M.	90	9	1	—	—
	K.	92.5	7	0.5	—	—

TABEL X.

Leeftijd in jaren	Jongens		Meisjes	
	Toename fouten 0—10%	Toename fouten 11—20%	Toename fouten 0—10%	Toename fouten 11—20%
8—9	+ 18	— 15	+ 15	— 6
9—10	— 4	— 2	+ 13	— 12
10—11	+ 14	— 6	— 2	+ 1
11—12	+ 9	— 9	+ 4	— 4
Toename over de vijf jaren	+ 37	— 32	+ 30	— 21

valt er met de jaren een regelmatige toename van het aantal gevallen, waarin 0—10 % van het totaal der te maken fouten, gemaakt werd, waar te nemen; daarentegen een regelmatige vermindering van het aantal gevallen met 11—20 % van het totaal der te maken fouten. Ook hier valt de inzinking bij jongens van 9—10 en bij meisjes van 10—11 jaar op. De toe- en afname zijn voor jongens het sterkst van 8—9 jaar; terwijl de meisjes zeer zeker, wat de afname, maar toch ook eenigszins wat de toename betreft, de beste resultaten vertoonen voor den overgang van 9—10 jaar. Noteeren wij tenslotte nog, dat, over de vijf jaar genomen, de toe- en afname bij de jongens resp. steeds grooter zijn dan die bij de meisjes, een bevinding, die natuurlijk niet in tegenspraak is met het bij beschouwing van tabel II geconstateerde feit, dat het aantal fouten voor de jongens van 8 tot 12 jaar met gemiddeld 45 %, voor de meisjes daarentegen met 57 % vermindert. Daar hadden wij de absolute vermindering der fouten, hier de vermindering eener bepaalde categorie — de gevallen met 11—20 % van het totaal der te maken fouten — ten voordeele eener andere — die van gevallen met 1—10 % van het totaal der te maken fouten — op het oog.

CONCLUSIES.

1. De voor het werk benoodigde tijd neemt met de toename van den leeftijd, van 8—12 jaar, met gemiddeld 30% af.

2. De arbeidstijden der meisjes zijn steeds grooter dan die der jongens. Over het algemeen zijn de jongens de meisjes ongeveer 2 jaar in snelheid van werken vooruit.

3. De nauwkeurigheid, waarmee gewerkt wordt, neemt met den leeftijd, van 8—12 jaar, voor de jongens met 46%, voor de meisjes met 51%, toe. Jongens van 8, 9 en 10 jaar maken over het algemeen meer fouten dan meisjes van denzelfden leeftijd; van 11 jaar af echter winnen de jongens het van de meisjes.

4. Door bij het gemiddeld aantal fouten, dat door kinderen van een bepaalden leeftijd en een bepaald geslacht was gemaakt, het gemiddeld aantal fouten op te tellen, gemaakt in de minuten, dat er door de categorie van kinderen in kwestie langer werd gewerkt dan het kleinst aantal minuten, dat een groep van hetzelfde geslacht voor het verrichten der taak noodig had, verkregen wij een proefgetal, waarin de quantitatieve gegevens met betrekking tot tijd en fouten zijn verwerkt. Uit deze proefgetallen blijkt, dat jongens steeds beter werken dan meisjes. Op 8-, 9- en 10-jarigen leeftijd is het verschil niet zoo groot, voor 11- en 12-jarigen echter treedt het zeer

duidelijk aan den dag. De verbetering, die het werk van 8—12 jaar bij de kinderen ondergaat, bedraagt 58%.

5. Bij jongens neemt men een verlangzaming in de regelmatig gemaakte vorderingen tusschen 9 en 10 jaar waar; bij de meisjes treedt zij ook op, maar eerst een jaar later.

6. Het percentage snelle werkers neemt met de jaren, voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te samen, regelmatig toe, dat der langzame werkers regelmatig af. De opschuiving van langzame naar middelmatig-snelle werkers is bij de jongens, met uitzondering van 8—9 jaar, steeds geringer dan die van de middelmatig-snelle naar de snelle werkers. Bij de meisjes daarentegen is de opschuiving van de middelmatig-snelle naar de snelle slechts van 10 tot 11 en van 11 tot 12 jaar het grootst.

7. Jongens van 8 jaar zijn wat het voorkomen van snelle werkers onder hen betreft, meisjes 2 jaar vooruit. Later vermindert deze voorsprong: dan staan jongens tusschen 9 en 10 jaar op hetzelfde niveau als meisjes van 11; jongens tusschen 10 en 11 jaar op hetzelfde niveau als meisjes van 12. Hetzelfde geldt met betrekking tot het voorkomen van langzame werkers. Onder de jongens van 9 jaar zijn er b.v. minder langzame werkers dan onder de meisjes van 11. Jongens tusschen 10 en 11 jaar staan met de meisjes van 12 ongeveer op hetzelfde peil.

8. Met een enkele uitzondering, neemt op elken leeftijd voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor beide geslachten te zamen, de nauwkeurigheid met de snelheid, waarmee gewerkt wordt, af. De toename der nauwkeurigheid over de vijf jaren is het grootst bij de meisjes; zij groeit met de snelheid van werken aan.

9. Voor de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers onder de jongens neemt men een verlangzaming in de regelmatig toenemende nauwkeurigheid met de jaren tusschen 9 en 10 jaar waar, voor de snelle, middelmatig-snelle en langzame werksters onder de meisjes eerst een jaar later.

Anatomie. — De Heer Bolk biedt eene mededeeling aan: *„Over het karakter der morphologische veranderingen bij aandoening der endocrine organen."*

Onder endocrine organen verstaat men een groep organen, wier goede functie een vereischte is voor de regelmatige ontwikkeling van het lichaam. Daarnaast oefenen deze organen een reguleerende invloed uit op de stofwisselingsprocessen in het lichaam. Deze laatste functie, ofschoon wel niet van de eerste te scheiden, draagt een meer physiologisch karakter, en valt derhalve buiten het kader der hier volgende beschouwingen, welke voornamelijk handelen over de beteekenis dezer klieren voor de morphologie.

De voornaamste dezer klieren zijn: Hypophysis, Epiphysis, Glandula suprarenales, Glandula thyreoïdea, Thymus en de zoogenaamde interstitieele klier.

De invloed dezer klieren blijkt uit het feit, dat indien hun goede functie gestoord is, hetzij door abnormale ontwikkeling, hetzij door aandoening op later leeftijd, de regelmatige vorming van het lichaam in eenigerlei opzicht gestoord wordt, of wel er treden aan het volwassen lichaam karakteristieke vormveranderingen op. Deze veranderingen zijn zeer verschillend van aard en door klinische waarnemingen zoowel als door experimenteel onderzoek der latere jaren, is men er in geslaagd, om bepaalde vormveranderingen terug te voeren tot aandoeningen van een of meer dezer organen. De lichamelijke veranderingen zijn van zulk een uiteenloopend karakter, dat elke verwantschap of samenhang tusschen hen schijnt te ontbreken. En toch zullen in deze mededeeling de feiten in zulk een licht gesteld worden, dat daardoor het bestaan eener onderlinge verwantschap blijkt, en tevens zal hierin een nieuw gezichtspunt worden geopend op de rol die deze organen spelen, of juister gespeeld hebben.

Voor een gemakkelijker begrijpen van hetgeen volgen zal, is het gewenscht, reeds hier dit gezichtspunt te doen kennen, en de conclusie mede te deelen, waartoe de feiten aanleiding geven. Deze conclusie luidt als volgt: Bij abnormale functies der endocrine organen, komen in het menschelijk lichaam weder zulke morphologische eigenschappen tot ontwikkeling, die het gedurende de laatste

phase zijner phylogenetische ontwikkeling had verloren. De laatste phase zijner phylogenese was die, waarin de mensch zijn morphologische specifiek menschelijke eigenschappen kreeg, zulke die hem van zijn naaste verwanten, de Anthropoïden en de overige Primaten, onderscheiden. Welnu, aandoening der endocrine organen, oefent in de eerste plaats haar invloed uit op deze specifiek menschelijke kenmerken.

A posteriori beschouwd is dit eigenlijk zeer natuurlijk en volkomen logisch. De endocrine organen reguleeren de vormontwikkeling tot in de kleinste bijzonderheden en geringste eigenschappen, zij beheerschen de vormwording. Bij den huidigen mensch werken zij daartoe zóó samen, dat de vorm van den Homo recens ontstaat. Maar bij den stamvorm van den mensch, met zijn meer pithekoïde eigenschappen, was hun samenwerking een zoodanige dat daardoor een meer primitieve vorm ontstond. Gedurende de evolutie moet dus de actie der endocrine organen wijziging ondergaan hebben, een lichamelijk kenmerk dat bij een primitieveren vorm een zekeren graad van ontwikkeling kreeg, moet bij een hooger vorm in zijn ontwikkeling veranderd zijn. Die verandering kan van tweeërlei aard wezen, 't zij een regressieve, — dus remming of onderdrukking der ontwikkeling — 't zij een progressieve, dus krachtiger ontwikkeling. De — wat ik wil noemen — architectonische functie der endocrine organen bij den mensch moet een eenigszins andere zijn dan b.v. bij Gorilla of Chimpanzee. Wanneer de endocrine organen de vorm*wording* beheerschen, dan moeten zij zich in hun functie ook aanpassen aan de phylogenetische vorm*veranderingen*. Is het echter wel boven allen twijfel verheven, dat men in dit geval van aanpassing zal moeten spreken? Speelden bij dit proces de endocrine organen inderdaad slechts de passieve rol van aanpassing, of wel was die rol een meer actieve, zoo niet een dirigeerende dan althans toch een reguleerende? Deze vraag is van principieel biologische beteekenis, want zij houdt onmiddellijk verband met de vraag van nog grooter draagwijdte of evolutie alleen tot stand is gekomen onder den invloed van uitwendige omstandigheden, dan wel door zulke in verband met een inwendigen factor. Reeds vroeger heb ik mij ten gunste dezer laatste meening uitgesproken [1]), en reeds verwezen naar de mogelijkheid dat de endocrine organen een gewichtige rol bij de evolutie gespeeld hebben, zonder dat het mij mogelijk was ook maar eenige voorstelling te maken omtrent den aard dier betrekking tusschen hun functie en de evolutie. Ik geloof thans een

[1]) Hersenen en Cultuur. Amsterdam 1918.

stap verder te zijn gekomen daar het mij gebleken is dat althans bij de totstandkoming der specifiek menschelijke kenmerken die invloed steeds in gelijke richting gewerkt heeft.

De vormverschillen tusschen verwante species kunnen tot stand komen doordat òf wel iets bestaands zich krachtiger ontwikkelt, òf wel in zijn ontwikkeling onderdrukt wordt. In dit laatste geval moet dus de invloed der endocrine organen een remmende zijn geweest. Welnu, ik stel mij voor aan te toonen dat de ontwikkeling der specifiek menschelijke kenmerken, het resultaat is van een remmende actie der endocrine organen, en dat bij aandoening of abnormale ontwikkeling dier organen die remmende invloed wegvalt, zoodat de veranderingen die dan in het lichaam optreden een pithekoïd karakter hebben. Ik hoop u voorts op verschijnselen opmerkzaam te maken, waaruit men mag besluiten, dat die remmende invloed niet alleen het zuiver vormelijke betreft, maar dat de geheele ontwikkelingsgang, het ontwikkelingstempo van het menschelijk individu in vergelijking tot dat der overige Primaten geremd is.

Een eerste kenmerk waardoor de mensch zich van alle Primaten onderscheidt is zijn onbehaardheid. Over de oorzaak hiervan is Darwin het niet steeds met zichzelf eens. Nu eens geneigd om het verlies van het haarkleed te beschouwen als een gevolg van sexueele teeltkeus, laat hij elders de mogelijkheid open dat ook climatalogische invloeden in 't spel kunnen geweest zijn. Voor een critiek op deze meeningen is hier geen plaats, ik zal mij bepalen tot de opmerking dat het foetus van alle Primaten onbehaard is, en dat dus bij de menschwording de rol der endocrine organen daarin bestaan heeft, de potentie tot ontwikkeling van haren te onderdrukken met uitzondering van het gedeelte der huid dat den hersenschedel bedekt. De onbehaardheid van den mensch is dus het persisteeren van een foetaal kenmerk. Zooals bekend is, valt bij de ontwikkeling van den mensch nu en dan deze remmende invloed op de ontwikkeling van het haarkleed weg en worden er individuen geboren met een min of meer volledige beharing, de zoogenaamde haarmenschen.

Welk van de endocrine organen is het nu geweest dat op het ontstaan van het haarkleed bij den mensch remmend heeft gewerkt? Wij kunnen dit met vrij groote zekerheid aangeven. Dit orgaan is de Hypophyse. Want wij weten dat bij hyperfunctie van dit orgaan zoowel bij den man als bij de vrouw een haarkleed zich in buitengewoon sterke mate kan ontwikkelen, zoodat, in 't bijzonder de ledematen en de romp met lange haren dicht bezet worden.

Hier is dus een eerste voorbeeld dat aandoening van een endo-

criue orgaan invloed heeft op een specifiek menschelijk kenmerk, en wel zóó, dat hierbij weer een pithekoïde toestand ontstaat.

Een aandoening der Hypophysis heeft echter nog een reeks andere verschijnselen tengevolge, die hetzelfde karakter dragen en in 't bijzonder aan den schedel zich uiten.

De schedel der apen, in 't bijzonder der Anthropoïden, onderscheidt zich van dien van den mensch door de sterke ontwikkeling der kaken, terwijl ook de zoogenaamde wenkbrauwlijsten boven de oogkassen, een buitengewone grootte bereiken. De Anthropoïden zijn wat men noemt sterk prognaath, de mensch is orthognaath, terwijl zijn wenkbrauwlijsten bijkans niet tot ontwikkeling zijn gekomen.

Orthognathie nu is wederom een foetaal kenmerk niet alleen bij den mensch, doch ook van de apen. Eerst geleidelijk groeien bij het foetus van den aap en bij het jeugdige apenkind de kaken naar voren uit. Bij den mensch wordt deze groei weder onderdrukt, hij behoudt zijn foetaal kenmerk. En ook deze remming geschiedt onder den invloed der Hypophysis. Want wij weten dat bij aandoening van dit orgaan beide kaken, maar in 't bijzonder de onderkaak, zich sterk kunnen gaan vergrooten; de remmende invloed die dus van dit orgaan uitging, — en onder normale omstandigheden gedurende het geheele leven die ontwikkelingspotentie in latenten toestand houdt — valt weg, en de oude, pithecoïde ontwikkelingsfactor tracht zich weer te doen gelden. Niet alleen echter voor de kaken, ook voor de wenkbrauwlijsten. In veel ziektegeschiedenissen van zulke patiënten wordt toch gewag gemaakt van een geleidelijk krachtiger ontwikkeling dezer lijsten.

Niet alle menschenrassen echter zijn even orthognaath, bekend is de sterkere prognathie der „zwarte" rassen. Men zou hieruit kunnen besluiten dat die remmende invloed bij deze laatsten minder sterk is geweest dan bij de blanke rassen. Deze bewering vindt steun in een volgend kenmerk waarop ik uwe aandacht wil vestigen, namelijk de kleur van de menschenhuid, en wel in het bijzonder die der blanke rassen.

De kleur der huid wordt bepaald door de ontwikkeling in meerdere of mindere mate van het zoogenaamde huidpigment. Dit vormt zich bij alle Primaten, en voor wat den mensch betreft in het bijzonder bij de zwarte rassen. De weinig of niet gepigmenteerde huid der blanke rassen is dus weer tot stand gekomen, door een remming of onderdrukking van de ontwikkeling der huidkleurstof. En ook hier heeft men dus weder te doen met het persisteeren van een foetaal kenmerk. De blanke huid van den mensch is dus niet een nieuw verworven eigenschap, want het is een toestand die bij alle

ongeboren Primatenindividuen tijdelijk voorkomt, de verdere ontwikkelingsphase, die bij de overige Primaten en ook bij de zwarte menschenrassen volgt, is bij de blanke rassen onderdrukt. En dat deze invloed ook reeds in beginsel bij negers zich doet gelden, blijkt daarnit dat negerkinderen met een blanke — of vale — huid geboren worden, en eerst kort na de geboorte zwart worden. De blanke heeft dus in zekeren zin een foetaal kenmerk behouden dat de neger verloren heeft, het remmingsproces is dus bij den blanke sterker dan bij den neger, geheel in overeenstemming met hetgeen ten opzichte der kaakontwikkeling kon worden vastgesteld. De menschelijke evolutie is dus, althans voor wat de lichamelijke eigenschappen betreft, bij het blanke ras verder voortgeschreden dan bij de zwarte rassen. In hoeverre hetzelfde geldt voor de mentale eigenschappen blijve hier onbesproken.

De blankheid van de menschenhuid is dus weer een remmingsverschijnsel. Welk endocrine orgaan is hiervoor verantwoordelijk te stellen? Ook hierop kunnen wij een vrij nauwkeurig antwoord geven. Het is de bijnier. Reeds lang kent men een ziekte, in 1855 het eerst door Addison beschreven en ook naar hem benoemd, waarvan het hoofdsymptoom is dat in de huid het pigment zich abnormaal sterk gaat ontwikkelen, zoodat deze een bronsachtige tot donkerbruine kleur aanneemt. Deze kleurstof is niet van haematogenen oorsprong, want zij is ijzervrij, als het huidpigment der gekleurde rassen. Bij autopsie van aan deze ziekte overleden personen vindt men bijkans zonder uitzondering ontaarding der bijnieren, meestal van tuberculeuzen aard.

Ik ga over tot een volgend verschijnsel. Een typisch verschil tusschen den mensch en de overige Primaten bestaat in het feit, dat de naden in den schedel, bij de Primaten zich vroegtijdig sluiten. Bij de Anthropoïden, waar zij nog het langst open blijven verdwijnen zij toch reeds nog voordat het individu volwassen is. Bij den mensch daarentegen blijven de naden veel langer bestaan, en het sluiten ervan draagt meer het karakter van een seniliteitsverschijnsel. Dit openblijven der naden is niet toe te schrijven aan de zooveel omvangrijker ontwikkeling der hersenen bij den mensch. Ware dit het geval, dan zouden zij zich ook bij den mensch kunnen sluiten onmiddellijk na beeindiging van den hersengroei, dat is op reeds betrekkelijk jeugdigen leeftijd. Het openblijven der naden bij den mensch is weer te beschouwen als het persisteeren van een foetaal kenmerk, waarop ik reeds eenige jaren geleden in een bijzondere studie over dit onderwerp de aandacht gevestigd heb. Dit persisteeren is weer het gevolg van een remming of onderdrukking van het vergroeiings-

proces dat bij de overige Primaten in een vroegere of latere phase hunner ontwikkeling optreedt. Dit proces bestaat daarin dat het bindweefsel dat de skeletdeelen van elkander scheidde, verbeent, en dus aangrenzende skeletdeelen tot één geheel worden. Dit verbeeningsproces is bij den mensch geremd en verschoven tot in een latere phase van zijn leven. Zelfs bij een honderdjarige heeft WALDEYER nog naden aangetroffen. Onder den invloed van welke endocrine klier kwam nu deze remming tot stand? Het antwoord hierop moet luiden: onder invloed van den Thymus. De beteekenis van dit orgaan is nog niet in alle opzichten bekend, doch dit weten wij wel dat de skeletogene processen in het lichaam in de eerste plaats onder den invloed van deze klier staan.

Wanneer men bij jeugdige dieren de thymus experimenteel verwijdert, of wel wanneer men bij jonge menschen deze klier noodgedwongen operatief moet wegnemen, dan treden na korten tijd ernstige stoornissen op in de beenvormende processen. Meestal ontstaan daarbij aandoeningen van rachitischen aard. Een der verschijnselen van rachitis is nu de zoogenaamde premature sluiting der schedelnaden, dat wil zeggen de naden verdwijnen nog voordat het individu volwassen is, soms zelfs reeds op zeer jeugdigen leeftijd. Zelfs bij den rachitischen hydrocephalus, bij wien de schedel onder den invloed van den verhoogden intracranialen druk in omvang sterk kan toenemen, kan deze premature ossificatie optreden. Wij stellen dus hier weder vast, dat bij aandoening van een der endocrine organen, door het wegvallen van een remmingsproces, een specifiek menschelijk kenmerk verloren gaat, de schedelbeenderen vergroeien zooals dit voor andere Primaten normaal is.

Wij hebben nu dus reeds vier specifiek menschelijke kenmerken leeren kennen, die zijn te beschouwen als persisteerende foetale kenmerken, en die bij aandoening van een der endocrine organen wijziging ondergaan kunnen in pithecoïde richting: zijn onbehaardheid, zijn orthognathie, zijn blanke huid, zijn open schedelnaden. Elk dezer kenmerken is het gevolg van een remming in de ontwikkeling en deze remmende invloed valt weg bij ontaarding van een der endocrine organen. Ik zou tot deze groep nog een verschijnsel kunnen brengen, n.l. de geringe ontwikkeling en slanke bouw van handen en voeten bij den mensch, in tegenstelling tot die der Anthropomorphen. Stond mij voldoende plaats ter beschikking, dan zonde ik door een eenigszins gedetailleerde anatomische bewijsvoering aantoonen, dat in uitwendig voorkomen zoowel als in structuur, vooral de voet van den mensch een foetaal karakter behouden heeft. Ook hier stooten wij dus weer op een remming in de ontwikkeling.

En deze remmende invloed is wederom uitgegaan van de Hypophysis. Want bij aandoening van dit orgaan kan deze remmende invloed weder wegvallen, hand en voet worden plomp van vorm, gaan groeien en kunnen aanzienlijk in grootte toenemen.

Wij komen nu tot een tweede groep van verschijnselen waarbij die remmende invloed der endocrine organen zich op eenigszins andere wijze uit.

De uitwendige geslachtsorganen, in het bijzonder der vrouw wijken van die der vrouwelijke individuen der overige Primaten op zeer bijzondere wijze af door de aanwezigheid van den zoogenaamden schaamheuvel en der groote schaamlippen. Deze vormen dus een specifiek menschelijk kenmerk en een typisch verschil met de apen. De afwezigheid dezer kenmerken bij apen heeft nog een eenigszins historische beteekenis, in zooverre als destijds Bischoff, de Münchener anatoom, dit verschil, evenals het ontbreken van een hymen bij de apen, heeft aangevoerd als een hoofdargument tegen de juistheid der Darwinische leer omtrent de verwantschap van den mensch met de overige Primaten. Toch had Bischoff ongelijk, want al moge het waar zijn, dat bij *geboren* individuen de genoemde organen ontbreken, indien men foetale ontwikkelingsstadiën dezer dieren onderzoekt, dan verkrijgt men een ander inzicht. De genoemde organen ontstaan uit een walvormige verhevenheid, die zich om de geslachtsopening vormt, niet alleen bij den mensch maar bij alle Primaten. Bij de lagere apen verstrijkt deze wal reeds spoedig, bij het foetus der menschapen daarentegen — dat is dus bij Orang, Chimpanzee en Gorilla — blijft hij, blijkens de waarnemingen van Deniker, Sperino, mijzelve en anderen, bestaan, zoodat het oudere foetus dezer apen, vóór de schaamspleet een schaamheuvel en zijdelings er van groote schaamlippen heeft, zij het dan ook lang niet zoo sterk ontwikkeld als bij den mensch. Na de geboorte schijnen deze kenmerken ook bij de menschapen spoedig te verdwijnen, bij den mensch blijven zij bestaan. Wij hebben hier dus weer te doen met een typisch menschelijk kenmerk, dat niet anders is dan een persisteerende foetale eigenschap.

En ook hier treft het ons weer dat het verschil tusschen mensch en apen het gevolg is van een remming in de ontwikkeling, maar nu van een eenigszins ander karakter dan bij de vroegere gevallen. Terwijl toch bij de overige Primaten de geslachtswal ten slotte verdwijnt, en dus het *verdwijnen* het normale proces is, blijft hij bij den mensch bestaan en neemt in overeenstemming met den algemeenen groei, in omvang toe. De remming betrof hier dus niet het onderdrukken van een vormontwikkeling, maar een verhindering

van het verdwijnen eener eigenschap. Welk endocrine orgaan kan met dit verschijnsel in verband gebracht worden? Door vele klinische waarnemingen zijn wij in staat ook deze vraag te beantwoorden. Het is vrij zeker dat wij hierbij aan een invloed der Glandula thyreoïdea moeten denken. Aangeboren afwezigheid, of te geringe ontwikkeling dezer klier, gaat gepaard met een onvoldoende ontwikkeling der uitwendige genitaliën, de groote schaamlippen en de Venusheuvel zijn soms niet of nauwelijks aanwezig, het genitaalapparaat heeft zich dus in zulke gevallen gevormd als bij de overige Primaten, het specifiek menschelijk karakter is onvoldoende tot ontwikkeling gekomen. De invloed der Gl. thyreoïdea op dit menschelijk kenmerk blijkt voorts uit het feit dat extirpatie van dit endocrine orgaan, atrophie der genitaliën ten gevolge heeft, daarentegen toediening van het extract dezer klier, geatrophieerde of onvoldoend ontwikkelde uitwendige genitaliën weder tot meerder ontwikkeling brengt.

Het laatst besproken geval vormt een welkomen overgang tot een specifiek menschelijk kenmerk dat ik nu nog kort bespreken wil, en waarmede ik het casuistische deel mijner mededeeling zal besluiten. *Het* specifiek menschelijk kenmerk bij uitnemendheid is het hooge hersengewicht. Ook dit het resultaat van een remmenden invloed zal men eenigszins sceptisch vragen? Ik antwoord ja, hoe paradoxaal dit ook klinken moge.

Laten wij daartoe eens kort nader beschouwen, welke rol de endrocrine organen bij de vormwording spelen. Deze rol bestaat daarin dat zij een harmonische ontwikkeling van den vorm verzekeren. Een harmonische ontwikkeling komt tot stand wanneer van elk der onderdeelen van het lichaam het ontwikkelingstempo juist gedoseerd is, en de ontwikkelingsduur juist gelimiteerd. Dit tempo en deze duur is voor elk onderdeel verschillend en zoo zal er dus in elk stadium der ontwikkeling een andere correlatie tusschen de organen bestaan. Als voorbeeld noem ik het hart. In de eerste phase der embryonale ontwikkeling groeit dit orgaan zeer snel, en is reeds volledig gevormd, wanneer andere organen nog meer of minder ver van hun eindstadium verwijderd zijn. Voor elk orgaan komt het oogenblik waarop het zijn definitieve grootte-verhouding tot het geheel heeft bereikt, en waarna het verder in overeenstemming met den algemeenen groei zich vergroot. Indien b.v. de grootte-correlatie van het hart of van de nieren, zooals deze in 't begin der tweede maand der ontwikkeling bij het menschelijk foetus bestaan, bestendigd zoude worden, dan zouden individuen geboren worden met monstreus ontwikkeld hart of nieren. Doch in den loop der verdere ontwikkeling nemen hart en nieren weer relatief in grootte af.

Ditzelfde gezichtspunt nu geldt ook voor de hersenen. Ook deze nemen in de eerste phase der ontwikkeling enorm in omvang toe, niet alleen bij den mensch doch bij alle Primaten. Van alle Primaten doorloopt het foetus een ontwikkelingsstadium, waarin met betrekking tot het geheele lichaam de hersenen een monstreuzen ontwikkelingsgraad hebben. Relatief nemen zij nu daarna in omvang af tot een bepaald oogenblik der ontwikkeling, om daarna regelmatig aan den algemeenen groei deel te nemen. Het verschil nu tusschen mensch en apen is dit, dat dit oogenblik bij den mensch in een vroeger tijdstip der ontwikkeling ligt dan bij de overige Primaten, de correlatieve verhouding is dus bij hem in een jonger stadium gefixeerd, toen de hersenen relatief grooter waren. En hierin komt dus weer het remmingsbeginsel tot uitdrukking. Hoe eerder aan de relatieve verkleining een grens gesteld wordt, des te grooter zullen de hersenen worden, hoe langer deze relatieve verkleining gedurende de ontwikkeling duurt, des te geringer wordt het definitieve hersengewicht.

Ik heb mij beijverd mijn voorstelling in een zoo gedrongen mogelijken vorm weer te geven, ik hoop dat de begrijpelijkheid ervan daardoor niet al te zeer geleden heeft.

Onder den invloed van welk orgaan stond dit remmingsproces? Laat ons om deze vraag te beantwoorden nagaan wat het gevolg is indien de correlatie niet op het voor den mensch normale tijdstip gefixeerd wordt, maar als bij de overige Primaten op een meer of minder later moment der ontwikkeling waarop de hersenen ten opzichte van het geheele organisme relatief kleiner zijn geworden. Dan ontstaat dus ook bij den mensch een verlaagde massa-verhouding van de hersenen tot het geheel, de bekende mikrocephalie met de zich daaraansluitende idiotie. En hiermede is het antwoord gegeven op de gestelde vraag, want de klinische waarnemingen wijzen bij deze ziekte zeer beslist in de richting der Glandula thyreoïdea.

Den opmerkzamen lezer zal het niet ontgaan zijn dat in het voorgaande niet één, doch meerdere gezichtspunten vereenigd besproken zijn. Een eerste gezichtspunt zoude ik kunnen samenvatten in deze stelling: de specifiek menschelijke kenmerken zijn persisteerende foetale eigenschappen; een tweede gezichtspunt in deze: de specifiek menschelijke kenmerken zijn ontstaan doordat het verloop van het algemeen ontwikkelingsproces der Primaten in bepaalde onderdeelen is geremd; het derde gezichtspunt in deze: deze remming is uitgegaan van de verschillende endocrine organen; en eindelijk een vierde in deze: bij aandoening der endocrine organen valt deze remmende invloed weg en het menschelijk lichaam

herkrijgt pithecoïde eigenschappen. Nu kan ik deze mededeeling niet besluiten alvorens op den grondslag der zooeven genoemde stellingen nog een gezichtspunt van meer algemeen biologische beteekenis geopend te hebben. De specifiek vormelijke kenmerken van den mensch zijn een resultaat van remming; welnu, deze invloed der endocrine organen betreft niet alleen de ontwikkeling van morphologische eigenschappen, maar heeft zijn stempel gedrukt op den geheelen ontwikkelingsgang van den mensch als zoodanig, zijn ontwikkelingstempo is verlangzaamd, zijn jeugd is in vergelijking met de overige Primaten verlengd, zijn adulte levensphase evenzeer, en misschien ook wel zijn seniliteitsphase. Dat is een denkbeeld dat ik reeds jaren bij mij omdroeg, doch waarvoor ik eigenlijk nooit een passende aansluiting aan andere gezichtspunten of waarnemingen had kunnen vinden. Tot ik deze eindelijk vond in mijn visie op de beteekenis der endrocrine organen voor het tot stand komen der vormelijke eigenschappen gedurende de evolutie.

Toch was vroeger dat denkbeeld niet een louter intuïtief, het steunde wel degelijk op een feit. Dit werd geleverd door het zoo eigenaardig gedrag der geslachtsklieren bij den mensch, in 't bijzonder dan bij de vrouw. Deze klieren vertoonen het merkwaardige verschijnsel, dat, nadat de specifieke elementen daarvan tot ontwikkeling zijn gekomen, en zich door deeling niet meer vermeerderen — hetgeen reeds in het tweede levensjaar het geval is — een phase van rust intreedt. De histologische differentieering der geslachtsklieren is in het tweede jaar beeindigd, doch hun functie begint eerst op later leeftijd, laat ons zeggen tusschen het 12e en 14e. Tusschen het histologisch eindstadium en het begin der functie is een pauze, een latente periode ingeschoven. Deze latente phase bij den mensch is mij altijd als iets zeer merkwaardigs voorgekomen. En om kort te gaan heeft het mij steeds toegeschenen dat er een discongruentie ontstaan is tusschen de geslachtsontwikkeling en de lichamelijke ontwikkeling. In hoeverre deze ook bij andere zoogdieren voorkomt blijve hier onbesproken, dit is echter wel zeker dat het niet de normale verhouding bij de zoogdieren is. Deze discongruentie kan alleen tot stand zijn gekomen door een retardatie der lichamelijke ontwikkeling, niet door een versnelling der ontwikkeling van de geslachtsklieren, daar dit volkomen doelloos zoude zijn. Maar bij deze remming van het tempo der lichamelijke ontwikkeling moest noodzakelijk de functie der geslachtsklieren zóólang onderdrukt worden, totdat het lichaam voldoende ontwikkeld was om het geheele physiologische proces, dat op een conceptie volgt, te kunnen doorloopen. Ik zie hier dus weer de werkzaamheid van twee invloeden: remming in het ontwikke-

lingstempo der lichamelijke eigenschappen, en tijdelijke onderdrukking van de functie der geslachtsklieren.

Ik stipte ook hier slechts kort mijn gedachtengang aan, om te besluiten met de vraag hebben wij in dit geval weer te doen met den invloed van een endocrine orgaan? De kliniek geeft ons hierop wederom het antwoord, en verwijst ons naar die gelukkig zeldzame maar droevige gevallen van zoogenaamde premature geslachtsontwikkeling. Kinderen bij wie op vier of vijfjarigen leeftijd de puberteitsontwikkeling begint, meisjes die, zooals er gevallen bekend zijn, op zeven of achtjarigen leeftijd concipieeren.

Hoe zijn deze abnormale toestanden te verklaren? Mijns inziens is ook hier weder de oplossing te zoeken in het wegvallen van den remmenden invloed op het ontwikkelingstempo der geslachtelijke ontwikkeling, die, blijkens het zooeven gezegde bij den mensch bestaat. En als alle vroeger genoemde gaat ook deze remmende invloed weder uit van een endocrine orgaan, want zooals afdoende door autopsiën bewezen wordt, is deze voortijdige geslachtsontwikkeling het gevolg van een ontaarding der pijnappelklier.

Hiermede wensch ik mijne uiteenzetting te besluiten. De rijkdom der stof heeft mij genoodzaakt mijne mededeeling in een zoo beknopt mogelijken vorm te geven. Dat de stof met het hier besprokene niet uitgeput is, zal voor ieder min of meer deskundige duidelijk zijn. De gezichtspunten die hier geopend zijn gaan toch in twee richtingen. In de eerste plaats geven zij den klinikus een ruimer blik op het karakter der door hem waargenomen toestanden, en aan den physioloog leggen zij de vraag voor, te onderzoeken of hij op het gebied der stofwisselingsverschijnselen bij aandoening der endocrine organen waarnemingen doen kan die parallel gaan aan de morphologische gevolgen dezer aandoeningen. Voor mij persoonlijk heeft de tweede richting waarin de feiten wijzen grooter aantrekkelijkheid. Dat is de algemeen biologische. In de gegeven uiteenzetting is aangetoond, dat de endocrine organen invloed uitoefenen bij het tot stand komen der evolutieve ontwikkeling van een hooger organisme, het is dus m.i. niet meer te ontkennen dat inwendige factoren bij de evolutie een rol spelen.

Toch moet ik waarschuwen tegen een mogelijke eenzijdige interpretatie van de rol die deze organen bij het tot stand komen van morphologische verschillen kunnen spelen. Bij de menschelijke evolutie was deze rol, laat mij maar zeggen overwegend een remmende. Van een activeerenden invloed heb ik bij den mensch geen aanwijzing kunnen vinden. Doch dat neemt niet weg, dat in andere gevallen wel degelijk ook een activeerende invloed bestaan kan,

met zich brengende dus een accentueering bij jongere vormen van kenmerken die bij hun stamvormen in beginsel aanwezig waren.

En om te besluiten nog een vraag, of juister een vraagstuk. Ik heb een grond aangevoerd ten bewijze dat het ontwikkelingstempo van den mensch geremd is, een remming, die — dit tusschen haakjes — bij het mannelijk geslacht sterker is dan bij het vrouwelijk. Aan dit remmingsproces heeft hij, zoo zoude ik willen opmerken, te danken dat hij geboren wordt „nudus et inermis", dat in tegenstelling tot andere zoogdieren eerst langer tijd na zijn geboorte zijn zelfbewustzijn ontwaakt, en dan volgen de langere infantiele, pueriele, juveniele phasen.

Dat is een voorrecht dat de mensch heeft boven andere organismen. Maar — zou het al te boud zijn om aan dit gezichtspunt de opmerking vast te knoopen, dat hij dit voorrecht heeft moeten betalen, met: grooter gevoeligheid voor ziekteverwekkende invloeden tengevolge van vermindering van zijn weerstand? Een verlangzaming van de vitale processen beteekent een daling hunner intensiteit. Een verlaagde intensiteit der vitale processen beteekent vermindering van weerstand, vermindering van weerstand beteekent verhoogde gevoeligheid voor schadelijke invloeden. En is er eenig ander organisme te noemen, dat zóó gevoelig is voor schadelijke invloeden, dat zoozeer onderhevig is aan ziekte als de mensch? Met deze vraag wensch ik mijne mededeeling te beeindigen.

Scheikunde. — De Heer SCHREINEMAKERS biedt eene mededeeling aan over: „*In-, mono- en divariante evenwichten*" XXI.

Evenwichten van n komponenten in n phasen, waarin de hoeveelheid van één der komponenten tot nul nadert. De invloed van een nieuwe stof op een invariant (P en T) evenwicht. (Vervolg).

In mededeeling XX hebben wij den invloed van een nieuwe stof op het invariante P of T evenwicht

$$E = L_1 + L_2 + \ldots + F_1 + F_2 + \ldots \quad \ldots \quad (1)$$

onderzocht. Wij hebben daarbij aangenomen dat L_1 L_2 ... vloeistoffen en F_1 F_2 ... vaste stoffen van onveranderlijke samenstelling zijn. De algemeene vorm van dit evenwicht E is:

$$E = G + L_1 + L_2 + \ldots + M_1 + M_2 + \ldots + F_1 + F_2 + \ldots \quad (2)$$

waarin G een gas en M_1 M_2 ... mengkristallen zijn, die al of niet alle komponenten kunnen bevatten.

Kent men de in dit invariante (P of T) evenwicht optredende reactie, dan kan men met behulp van (12) en (15) (XX) weer afleiden, welken invloed de toevoeging van een nieuwe stof heeft. We zullen thans enkele bijzondere gevallen van dit evenwicht beschouwen.

Wij nemen het unaire evenwicht $G + L_1$ nl. een ennaire vloeistof in evenwicht met haar damp; dit evenwicht is invariant (P of T). Daar de reactie $L_1 \rightleftarrows G$ is, volgt:

$$\Sigma(\lambda x) = x - x_1 \qquad \Sigma(\lambda H) = H - H_1 \qquad \Sigma(\lambda V) = V - V_1$$

waarin x, H en V op den damp G betrekking hebben.

Uit (12) en (15) (**XX**) volgt nu:

$$(dT)_P = -\frac{RT(x - x_1)}{H - H_1} = \frac{RT^2(x_1 - x)}{\Delta W} \quad \ldots \quad (3)$$

$$(dP)_T = \frac{RT(x - x_1)}{V - V_1} = P(x - x_1) \quad \ldots \quad (4)$$

Hierin is ΔW de verdampingswarmte van een moleculaire hoeveelheid vloeistof en $V - V_1$ de volumetoename bij de verdamping van deze hoeveelheid vloeistof. Wij vinden in (3) en (4) dus de bekende formules terug. Wij vinden dus den bekenden regel:

Is bij toevoeging van een nieuwe stof de concentratie van deze stof in den damp (nl. x) grooter (kleiner) dan in de vloeistof (nl. x_1)

dan wordt het kookpunt bij constanten druk verlaagd (verhoogd) en de dampspanning bij constante T verhoogd (verlaagd);

is de nieuwe stof niet vluchtig (dus $x = 0$) dan wordt het kookpunt bij constante P verhoogd en de dampspanning bij constante T verlaagd.

Wij beschouwen het invariante (P of T) evenwicht

$$E = G + L_1 + L_2 + L_3 + \ldots \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

nl. een komplex van vloeistoffen in evenwicht met hun damp G. Wij schrijven de reactie, die in E op kan treden:

$$\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2 + \lambda_3 L_3 \ldots \rightleftarrows G \quad \ldots \ldots \quad (6)$$

Zijn alle reactiecoëfficienten $\lambda_1 \lambda_2 \ldots$ positief, dan nemen alle vloeistoffen en wel in de verhouding $\lambda_1 : \lambda_2 : \lambda_3 \ldots$ aan de dampvorming deel; wij zullen dan zeggen dat de damp een „gemiddelde" samenstelling heeft. Zijn in (6) echter een of meer der reactiecoëfficienten negatief, dan ontstaan tegelijk met den damp ook een of meer vloeistoffen; de damp heeft dan eene „niet-gemiddelde" samenstelling.

Stelt men de warmte, die noodig is om één hoeveelheid damp te vormen, door ΔW en de daarbij optredende volumetoename door ΔV voor, dan zijn, tenzij in zeer bijzondere gevallen, ΔV en ΔW positief.

Voor (12) en (15) (XX) kan men nu schrijven:

$$(dT)_P = -\frac{RT^2 \Sigma(\lambda x)}{\Delta W} \quad \text{en} \quad (dP)_T = \frac{RT \Sigma(\lambda x)}{\Delta V} \quad \ldots \quad (7)$$

Hierin is:

$$\Sigma(\lambda x) = x - (\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \ldots) \quad \ldots \ldots \quad (8)$$

Wij nemen nu een mengsel van de vloeistoffen $L_1 L_2 \ldots$ in zulke verhouding, dat het dezelfde samenstelling heeft als de damp G. Wij noemen dit mengsel of phasenkomplex het „gereduceerde mengsel". Blijkens (6) heeft dit mengsel de samenstelling:

$$\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2 + \lambda_3 L_3 + \ldots \quad \ldots \ldots \quad (9)$$

waarin een of meer der coëfficienten ook negatief kunnen zijn. Als de damp een gemiddelde samenstelling heeft, dan zijn alle coëfficienten in (9) positief; heeft de damp echter een niet-gemiddelde samenstelling, dan zijn een of meer der coëfficienten in (9) negatief. Stelt men nu:

$$\lambda_1 x_1 + \lambda_2 x_2 + \lambda_3 x_3 + \ldots = c \quad \ldots \ldots \quad (10)$$

dan is c dus de concentratie van de nieuwe stof X in het gereduceerde mengsel. In plaats van (7) kunnen wij nu schrijven:

$$(dT)_P = \frac{RT^2(c-x)}{\Delta W} \quad \text{en} \quad (dP)_T = \frac{RT(x-c)}{\Delta V} \quad . \quad . \quad (11)$$

Hiernit volgt de regel[1]):

is bij toevoeging van een nieuwe stof de concentratie van deze stof in den damp (nl. x) grooter (kleiner) dan in het gereduceerde mengsel (nl. c) dan wordt het kookpunt bij constanten druk verlaagd (verhoogd) en de dampspanning bij constante temperatuur verhoogd (verlaagd).

Bij de toepassing van deze en de volgende regels en van formule (11) moet men op het volgende letten. Heeft de damp een gemiddelde samenstelling dan is c positief; heeft de damp echter eene niet-gemiddelde samenstelling, dan kan c zoowel positief als negatief zijn; $x-c$ is dan altijd positief als c negatief is.

Vervangt men in den voorafgaanden regel „gereduceerd mengsel" door „vloeistof" dan vindt men den regel terug, die geldt voor de toevoeging van een nieuwe stof aan het unaire evenwicht $L+G$.

Als de toegevoegde nieuwe stof niet vluchtig is, dan is $x=0$; (11) gaat dan over in:

$$(dT)_P = \frac{RT^2 c}{\Delta W} \quad \text{en} \quad (dP)_T = -\frac{RTc}{\Delta V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Bedenkt men dat c zoowel positief als negatief kan zijn, dan vindt men den regel:

heeft de damp eene gemiddelde samenstelling, dan zal bij toevoeging van een nieuwe stof het kookpunt bij constanten druk verhoogd en de dampspanning bij constante temperatuur verlaagd worden;

heeft de damp eene niet-gemiddelde samenstelling, dan gaat voor $c > 0$ deze regel eveneens door; voor $c < 0$ geldt echter een tegenovergestelde regel.

Wij kunnen de vorige uitkomsten voor enkele gevallen ook meetkundig voorstellen. Beschouwen wij eerst de toevoeging van een nieuwe stof aan het binaire evenwicht $E = L_1 + L_2 + G$. In fig. 1—4 zijn de zijden ZX en ZY van het ternaire concentratie-diagram XYZ ten deele geteekend; a_1 a_2 en a stellen de beide vloeistoffen en den damp G van dit evenwicht E voor. In fig. 1 en 3 heeft deze damp a eene gemiddelde, in fig. 2 en 4 eene niet-gemiddelde samenstelling. Voegt men bij constante T of P een nieuwe stof toe, dan doorloopen de vloeistoffen L_1 en L_2 de kurven $a_1 b_1 c_1$ en $a_2 b_2 c_2$;

---

[1]) Deze regel is reeds vroeger afgeleid voor een bepaald geval, nl. de toevoeging van een nieuwe stof aan het binaire evenwicht $L_1 + L_2 + G$. F. A. H. Schreinemakers. Zeitschr. f. Phys. Chem. **38** (1901) 252.

de damp doorloopt kurve $a\,b\,c$. Elk der phasen van het ternaire evenwicht doorloopt dus eene driephasenkurve. We nemen nu aan dat bij toevoeging van zeer weinig van de nieuwe stof de beide vloeistoffen en de damp door de punten $b_1\,b_2$ en b worden voorgesteld; deze punten liggen dus in de onmiddellijke nabijheid van $a_1\,a_2$ en a; duidelijkheidshalve zijn ze in de figuren echter op grooteren afstand geteekend. Wat de ligging van het damppunt b ten opzichte van de lijn $b_1\,b_2$ betreft, zullen wij zeggen dat de driephasendriehoek $b_1\,b_2\,b$ in fig. 1 en 2 zijn damppunt b van de zijde YZ van den komponentendriehoek af — en in fig. 3 en 4 naar deze zijde toewendt.

Stelt men de reactie voor door

$$\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2 \rightleftarrows G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

dan is:

$$\Sigma\,(\lambda\,x) = x - \lambda_1 x_1 - \lambda_2 x_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

waarin λ_1 en λ_2 bepaald zijn door:

$$\lambda_1 + \lambda_2 = 1 \quad \text{en} \quad \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 = y \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

zoodat λ_1 en λ_2 liniaire functies zijn van y. Beschouwt men x en y in (14) als loopende coördinaten, dan stelt $\Sigma\,(\lambda\,x) = 0$ de vergelijking

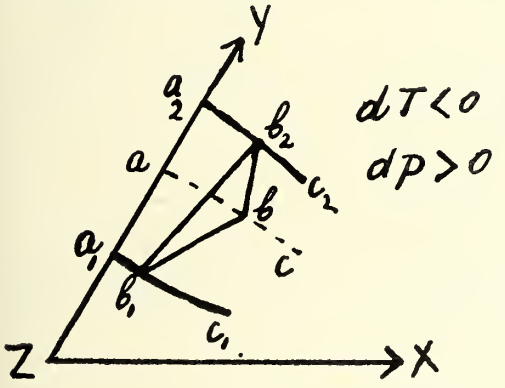


Fig. 1.

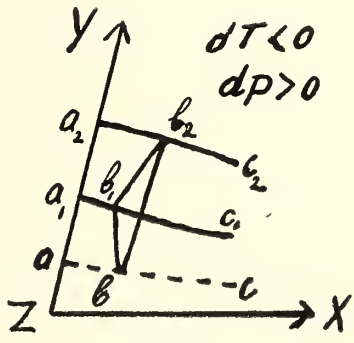


Fig. 2.

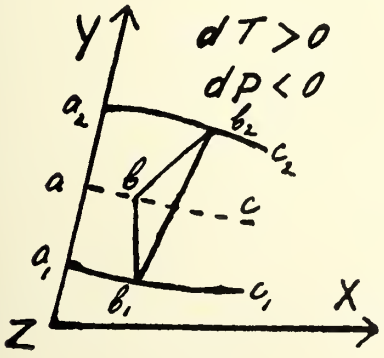


Fig. 3.

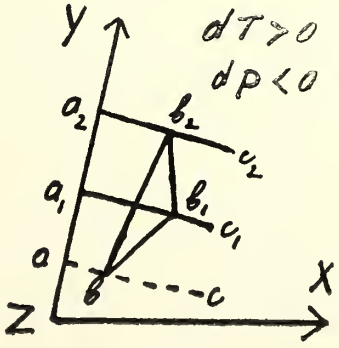


Fig. 4.

voor van de rechte lijn $b_1 b_2$. Stelt men nl. $x = x_1$ en $y = y_1$ dan volgt uit (15) $\lambda_1 = 1$ en $\lambda_2 = 0$, zoodat $\Sigma(\lambda x) = 0$ is; de lijn gaat dus door het punt b_1. Op dezelfde wijze blijkt dat deze lijn door het punt b_2 gaat. Ligt het punt xy niet op de lijn $b_1 b_2$ dan is $\Sigma(\lambda x)$ niet nul, maar positief of negatief naar gelang dit punt aan de eene of de andere zijde van deze lijn ligt. Wij denken ons nu in de figuren 1—4 door a eene horizontale lijn getrokken; daar b in de onmiddellijke nabijheid van a ligt, gaat deze lijn dus ook bij benadering door b; het snijpunt dezer lijn met de lijn $b_1 b_2$ noemen we r. Op deze horizontale lijn is in r dus $\Sigma(\lambda x) = 0$, rechts van r is $\Sigma(\lambda x) > 0$, links van r is $\Sigma(\lambda x) < 0$. Doorloopt men dus de lijn $b_1 b_2$ in de richting van b_1 naar b_2 dan is $\Sigma(\lambda x)$ rechts van deze lijn positief en links van deze lijn negatief.

Daar in fig. 1 en 2 het damppunt b rechts van de lijn $b_1 b_2$ ligt is dus $\Sigma(\lambda x)$ positief.

Uit (7) volgt dus:

$$(dT)_P < 0 \quad \text{en} \quad (dP)_T > 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (16)$$

wat ook in deze figuren is aangegeven. Hieruit volgt: doorloopt men de 3 driephasenkurven (nl. $a\,b\,c_1$ $a_1\,b_1\,c_1$ en $a_2\,b_2\,c_2$) van af hun binaire eindpunten (nl. $a\,a_1$ en a_2) dan neemt bij constanten druk de temperatuur af en bij constante temperatuur de druk toe.

In fig. 3 en 4 ligt het damppunt b links van de lijn $b_1 b_2$ zoodat $\Sigma(\lambda x)$ negatief is. Uit (7) volgt nu:

$$(dT)_P > 0 \quad \text{en} \quad (dP)_T < 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

wat ook in de fig. 3 en 4 is aangegeven.

Hieruit volgt dus: doorloopt men de 3 driephasenkurven van af hun binaire eindpunten, dan neemt bij constanten druk de temperatuur toe en bij constante temperatuur de druk af.

Wij kunnen deze uitkomsten op de volgende wijze samenvatten:

doorloopt men de driephasenkurven van het ternaire evenwicht $L_1 + L_2 + G$ van af hun binaire eindpunten,

dan neemt bij constante P de temperatuur af en bij constante T de druk toe, als de driephasendriehoek zijn damppunt van de zijde (met de binaire eindpunten) afkeert (fig. 1 en 2)

en neemt bij constante P de temperatuur toe en bij constante T de druk af, als de driephasendriehoek zijn damppunt naar de zijde (met de binaire eindpunten) toekeert (fig. 3 en 4).

De vorige regel is afgeleid in de vooronderstelling dat de driephasendriehoek in de onmiddellijke nabijheid van de zijde met de binaire eindpunten ligt. Daar hierdoor echter de richting bepaald wordt, waarin de T of P langs de driephasenkurven toe- of afneemt,

blijft de regel ook nog gelden, als de driephasendriehoek zich verder van die zijde verwijdert. Gaat de driephasendriehoek in eene rechte lijn over, dan treedt op de driephasenkurven een maximum of minimum P- of T-punt op.

De vorige beschouwingen gelden ook als de toegevoegde nieuwe stof niet vluchtig is.

De driephasenkurve $a\,b\,c$, die de samenstelling van den damp aangeeft, gaat dan echter van a uit niet den driehoek binnen, maar valt op de zijde YZ. Van den driephasendriehoek $b\,b_1\,b_2$ liggen de hoekpunten b_1 en b_2 dus binnen het concentratiediagram, maar, zooals in fig. 5 geteekend, valt punt b op YZ in de onmiddellijke nabijheid van punt a.

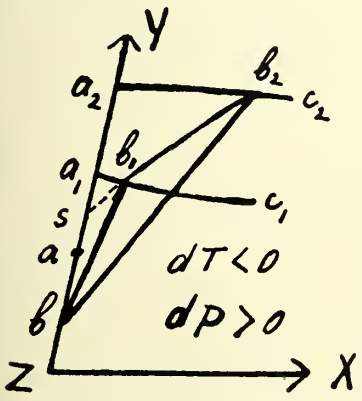


Fig. 5.

Wij zullen nu het snijpunt van $b_1\,b_2$ met de zijde YZ door s aangeven; in fig. 5 is dit snijpunt geteekend, in de andere figuren echter niet. Wij kunnen nu twee gevallen onderscheiden nl.

1° het punt a (en dus ook b) ligt aan den anderen kant van s als de punten a_1 en a_2,

2° het punt a (en dus ook b) ligt aan denzelfden kant van s als de punten a_1 en a_2.

Het eerste geval is in fig. 5, het tweede in de fig. 3 en 4 voorgesteld; in de beide laatste figuren denke men zich echter het punt b op de zijde YZ in de onmiddellijke nabijheid van punt a. Wij noemen deze figuren nu de nieuwe figuren 3 en 4. In deze nieuwe figuren 3 en 4 keert, evenals in de oude, de driephasendriehoek $b_1\,b_2\,b$ zijn damppunt b naar YZ toe; in de nieuwe figuren hebben $(dP)_T$ en $(dT)_P$ dus hetzelfde teeken, als in de oude figuren is aangegeven.

Niettegenstaande ook in fig. 5 het punt b op de zijde YZ ligt, is het toch duidelijk dat wij hier moeten zeggen, dat de driephasendriehoek zijn damppunt b van de zijde YZ afkeert; $(dT)_P$ en $(dP)_T$ moeten dus het teeken hebben als in fig. 5 aangegeven.

Bij toevoeging van een nieuwe stof, die niet vluchtig is, wordt dus in het geval van de nieuwe figuren 3 en 4 bij constante P het kookpunt verhoogd en bij constante T de dampdruk verlaagd; in het geval van fig. 5 wordt bij constante P het kookpunt verlaagd en bij constante T de dampdruk verhoogd.

Men ziet gemakkelijk dat dit alles ook in overeenstemming is met

de afleidingen uit formule (12). In fig. 3 heeft de damp a eene gemiddelde samenstelling en is in formule (12) c dus positief. In de fig. 4 en 5 heeft de damp eene niet-gemiddelde samenstelling maar is c in fig. 4 nog positief, maar in fig. 5 negatief.

De vorige beschouwingen gelden ook nog, als ook een der componenten van het binaire eeuwicht $E = L_1 + L_2 + G$ niet vluchtig is. Is Y deze niet-vluchtige komponent, dan valt in de fig. 1—5 punt a met Z samen. Is ook de nieuwe stof niet vluchtig, dan blijft de damp altijd door punt Z voorgesteld; is de nieuwe stof wel vluchtig, dan doorloopt de damp de zijde ZX. Ook in deze gevallen zal, afhankelijk van de ligging van den driephasendriehoek, bij constante P het kookpunt verhoogd of verlaagd en bij constante T de dampdruk verlaagd of verhoogd worden.

Wij kunnen nu ook op overeenkomstige wijze den invloed afleiden van een nieuwe stof op het ternaire evenwicht $E = L_1 + L_2 + L_3 + G$.

Stelt men de reactie voor door:

$$\lambda_1 L_1 + \lambda_2 L_2 + \lambda_3 L_3 \rightleftarrows G \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (18)$$

dan is:

$$\Sigma (\lambda x) = x - \lambda_1 x_1 - \lambda_2 x_2 - \lambda_3 x_3$$

en zijn λ_1 λ_2 en λ_3 bepaald door:

$$\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1 \qquad \lambda_1 y_1 + \lambda_2 y_2 + \lambda_3 y_3 = y \quad . \quad . \quad (19)$$
$$\lambda_1 z_1 + \lambda_2 z_2 + \lambda_3 z_3 = z$$

Neemt men als concentratiediagram een regelmatigen tetraëder, dan worden de phasen van het ternaire evenwicht E voorgesteld door vier punten op het zijvlak YZU; wij zullen deze punten a_1, a_2, a_3 en a noemen. Voegt men bij constante T of P een nieuwe stof X toe, dan doorloopt elke phase eene vierphasenkurve; wij noemen deze $a_1 b_1 c_1$, $a_2 b_2 c_2$, $a_3 b_3 c_3$ en $a b c$.

De vierphasentetraeder $b_1 b_2 b_3 b$ keert nu zijn damppunt b of naar het zijvlak YZU toe of er van af. Men vindt nu gemakkelijk den regel:

doorloopt men de vierphasenkurven van het quaternaire evenwicht $L_1 + L_2 + L_3 + G$ van af hun ternaire eindpunten;

dan neemt bij constante P de temperatuur af en bij constante T de druk toe, als de vierphasentetraeder zijn damppunt van de zijde (met de ternaire eindpunten) afkeert;

en neemt bij constante P de temperatuur toe en bij constante T de druk af, als de vierphasentetraeder zijn damppunt naar de zijde (met de ternaire eindpunten) toekeert.

Wij nemen nu een invariant (P of T) evenwicht, waarin behalve

eene vloeistof L ook nog de meugkristallen $M_1\ M_2 \ldots$ optreden; wij stellen dit evenwicht door

$$E = M_1 + M_2 + M_3 + \ldots + L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

en de optredende reactie door:

$$\lambda_1 M_1 + \lambda_2 M_2 + \lambda_3 M_3 + \ldots \rightleftarrows L \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21)$$

voor. Een of meer der reactiecoefficienten kunnen natuurlijk negatief zijn. Zijn alle coefficienten positief, zoodat de vloeistof eene gemiddelde samenstelling heeft, dan stelt (21) een congruent smelten van de mengkristallen voor; zijn een of meer der coefficienten negatief, zoodat de vloeistof eene niet-gemiddelde samenstelling heeft, dan stelt (21) eene omzetting voor van de eene soort mengkristallen in de andere onder vorming van vloeistof, dus een incongruent smelten.

Wij zullen een mengsel van de mengkristallen $M_1\ M_2 \ldots .$, in zulke verhouding genomen, dat dit dezelfde samenstelling heeft als de vloeistof, het „gereduceerde mengkristallenkomplex" noemen. Wij hebben nu:

$$\Sigma\,(\lambda\, x) = x - \lambda_1 x_1 - \lambda_2 x_2 - \lambda_3 x_3 - \ldots = x - c \quad . \quad . \quad (22)$$

waarin c dus voorstelt de concentratie van de nieuwe stof X in het gereduceerde mengkristallenkomplex; c kan dus zoowel positief als negatief zijn.

Wij krijgen dus weer de formules (11), waarin ΔW de warmte is, noodig voor het congruente of incongruente smelten, en ΔV de daarbij optredende volumeverandering. Wij mogen weer aannemen dat ΔW in het algemeen positief is; ΔV kan echter positief of negatief zijn.

Beschouwt men alleen de verandering van het congruente of incongruente smeltpunt onder constanten druk, dan volgt dus de regel:

is bij toevoeging van een nieuwe stof de concentratie van deze stof in de vloeistof ($nl\ x$) grooter (kleiner) dan in het gereduceerde mengkristallenkomplex ($nl\ c$), dan wordt het (congruente of incongruente) smeltpunt der mengkristallen onder constanten druk verlaagd (verhoogd).

Als de toegevoegde nieuwe stof niet in de mengkristallen optreedt, dan is, daar $x_1\ x_2\ x_3 \ldots$ nul zijn, dus ook $c = 0$. (11) gaat dan over in:

$$(dT)^P = \frac{-RT^2 x}{\Delta W} \quad \text{en} \quad (dP)_T = \frac{RTx}{\Delta V} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23)$$

Hieruit volgt:

bij toevoeging van een nieuwe stof, die niet in de mengkristallen optreedt, wordt het congruente of incongruente) smeltpunt der mengkristallen onder constanten druk verlaagd.

Wij zullen het geval dat een nieuwe stof aan het binaire invariante (P of T) evenwicht: $E = M_1 + M_2 + L$ toegevoegd wordt, in het kort nog nader beschouwen. Wij denken ons daartoe dat in de fig. 1—4 de punten a_1 a_2 en a de beide mengkristallen M_1 en M_2 en de vloeistof L voorstellen. In de fig. 1 en 3 heeft dan een congruent en in de fig. 2 en 4 een incongruent smelten plaats.

Voegt men bij constante T of P een nieuwe stof toe, die ook in de mengkristallen optreedt, zoodat er ternaire mengkristallen ontstaan, dan doorloopen M_1 en M_2 de driephasenkurven $a_1\, b_1\, c_1$ en $a_2\, b_2\, c_2$; de vloeistof L doorloopt de driephasenkurve $a\, b\, c$. In fig. 1 en 2 keert de driephasendriehoek $b_1\, b_2\, b$ zijn vloeistofpunt b van de zijde XZ van den komponentendriehoek af, in fig. 3 en 4 naar deze zijde toe.

Op overeenkomstige wijze als bij het evenwicht $L_1 + L_2 + G$ vindt men nu dat ook voor het evenwicht $M_1 + M_2 + L$ het teeken van $(dT)_P$ hetzelfde moet zijn, als in de fig. 1—4 is aangegeven; dit geldt ook voor $(dP)_T$ als $\Delta V > 0$ is; voor $\Delta V < 0$ moet men voor $(dP)_T$ echter het tegengestelde teeken nemen.

Wij vinden dus den regel:

doorloopt men de driephasenkurven van het evenwicht $M_1 + M_2 + L$ van af hun binaire eindpunten,

dan neemt bij constante P de temperatuur af, als de driephasendriehoek zijn vloeistofpunt van de zijde (met de binaire eindpunten) afkeert (fig. 1 en 2).

en neemt bij constante P de temperatuur toe, als de driephasendriehoek zijn vloeistofpunt naar de zijde (met de binaire eindpunten) toekeert (fig. 3 en 4).

De lezer kan zelf gemakkelijk den regel vinden voor de verandering van den druk bij constante T.

Treedt de toegevoegde nieuwe stof niet in de mengkristallen op, zoodat deze binair blijven, dan moeten in de fig. 1—4 de kurven $a_1\, b_1\, c_1$ en $a_2\, b_2\, c_2$ met de zijde YZ samenvallen. De driephasendriehoek $b_1\, b_2\, b$ ligt dan altijd met de hoekpunten b_1 en b_2 op de zijde YZ, terwijl het vloeistofpunt b binnen het concentratie-diagram ligt. Men denke zich dus in de figuren 1 en 2 de punten b_1 en b op YZ in de nabijheid van a_1 en a_2. Uit fig. 1 ontstaat dan een diagram, zooals in fig. 6 is geteekend.

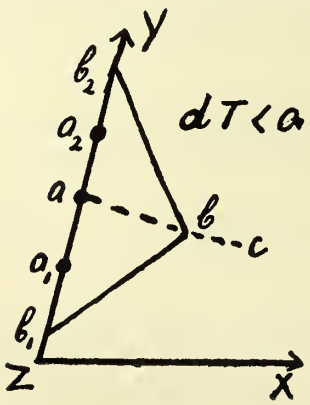


Fig. 6.

Daar de driephasendriehoek nu altijd

zijn vloeistofpunt van de zijde YZ afkeert, moet, volgens den vorigen regel, de temperatuur bij constante P afnemen, nl. als men de kurven doorloopt van af hun binaire eindpunten. Dit is ook in overeenstemming met de eerste formule (23).

In de vorige mededeeling **XX** hebben wij de betrekking:

$$(dP)_T : (dT)_P = -\left(\frac{dP}{dT}\right)_{x=0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24)$$

afgeleid. Hieruit blijkt: neemt in het invariante (P of T) evenwicht (dat dus monovariant is) bij temperatuurverhooging de druk toe, dan hebben $(dP)_T$ en $(dT)_P$ tegengesteld teeken; neemt bij temperatuurverhooging echter de druk af, dan hebben $(dP)_T$ en $(dT)_P$ hetzelfde teeken. Wij kunnen dit nu op de volgende wijze uitdrukken:

wij voegen aan een invariant (P of T) evenwicht een nieuwe stof toe;

neemt in dit evenwicht bij temperatuurverhooging de druk toe, dan is de invloed op den druk bij constante T tegenovergesteld aan den invloed op de temperatuur bij constante P;

neemt in dit evenwicht bij temperatuurverhooging de druk af, dan is de invloed op den druk bij constante T dezelfde als de invloed op de temperatuur bij constante P.

Het is duidelijk dat „invloed" hier beteekent het teeken der druk- of temperatuurverandering.

Leiden. *Anorg. Chem. Laboratorium.*

(*Wordt vervolgd*).

Wiskunde. — De Heer Hk. de Vries biedt een mededeeling aan van den Heer J. W. N. le Heux: *„Verklaring van eenige Interferentie-figuren van Eén- en Twee-assige Kristallen door Superpositie van Ellipsenbundels".*

(Mede aangeboden door den Heer P. Zeeman).

In zijn „Etude optique des mouvements vibratoires" [1]) wordt door Lissajous de naam „Unisson" gegeven aan de kromme, die ontstaat door de samenstelling van twee trillingen, die alleen in amplitude en in phase verschillen.

Onderstellen we, dat ook de amplitudes gelijk zijn en bij voortgezette beweging niet afnemen, dat de trillingsrichtingen loodrecht op elkaar staan en dat het phaseverschil verandert van 0° tot 90°, dan kan de unisson bij benadering worden opgevat als een ellipsenbundel, die omhuld wordt door een vierkant [2]). Het begin-exemplaar van dien bundel is een diagonaal d_1 van het vierkant, het eind-exemplaar is de ingeschreven cirkel. Zij de andere diagonaal d_2.

Bij gedeeltelijke bedekking van twee gelijke unissons U_1 en U_2 ontstaan moiréfiguren, die terug zijn te brengen tot twee groepen, nl.:

de groep der hyperbolen (eigenlijk hyperbool-achtigen), als U_2 tot samenvalling met U_1 kan worden gebracht door translatie van het middelpunt van den bundel langs d_1 (zie fig. 1) [3]) en

de groep der lemniscaten (lemniscaat-achtigen), als de samenvalling plaats kan vinden na translatie van het middelpunt langs d_2 (zie fig. 2) [4]).

[1]) Annales de Chimie et de Physique, 3ième série. t. LI. Octobre 1857.

[2]) Voor het geval van gedempte trillingen zie men: H. J. E. Beth, De omhullende der osculeerende ellipsen, beschreven door het beeldpunt van een mechanisme met twee vrijheidsgraden, welks principale trillingsgetallen nagenoeg gelijk zijn. Versl. Kon. Akad. van Wet. pp. 857—870 Maart 1914.

Een eenvoudig geval is behandeld in mijn artikel: Construction des ellipses, projections des lignes de courbure de l'ellipsoïde au moyen d'un unisson de Lissajous. Mathésis, 3ième série t. X pp. 209—212, 1910.

[3]) Daar het moeilijk is, eenigszins zuivere moiré figuren te doen ontstaan, zijn uit een zeer groot aantal proeven de beste gekozen, ook al waren in sommige gevallen de amplitudes niet gelijk of de trillingsrichtingen niet zuiver loodrecht.

[4]) Op de mogelijkheid, om door middel van stereoscopie ruimtevoorstellingen te doen ontstaan van Lissajous'sche figuren (en dus ook van moiréfiguren) is gewezen in de Comptes Rendus t. 130 p. 1616. Zie ook mijn Lissajous'sche Stimmgabelkurven in stereoskopischer Darstellung, Leipzig, Barth, 1911.

Genoemde moiréfiguren vertoonen sterke overeenkomst met de interferentiefiguren van sommige kristallen: in het volgende zal worden nagegaan, in hoeverre deze interferentiefiguren door superpositie van twee ellipsenbundels te verklaren zijn.

Daartoe zal de figuur der hyperbolen vergeleken worden met de interferentiefiguur van een één-assig kristal in convergent licht, als de kristalplaat evenwijdig aan de optische as wordt gesneden en de figuur der lemniscaten met de interferentiefiguur van een twee-assig kristal in convergent licht, als de kristalplaat loodrecht op de eerste middellijn wordt gesneden.

Het isophasisch oppervlak van BERTIN [1]), dat bij de gebruikelijke verklaring der interferentiefiguren benut wordt, is de meetkundige plaats der punten, waarvoor het phaseverschil $\vartheta = d \,.\, V\left(\frac{1}{V_1} - \frac{1}{V_2}\right)$ constant is. Hierin is d de doorloopen weg in het kristal, aannemende met BERTIN, dat gewone en buitengewone straal denzelfden weg doorloopen, V de voortplantingssnelheid van het licht in het medium, V_1 de voortplantingssnelheid van den gewonen straal in het kristal en V_2 de voortplantingssnelheid van den buitengewonen straal in het kristal.

Daar V constant is, kunnen we schrijven $\frac{\vartheta}{V} = \frac{d}{V_1} - \frac{d}{V_2} =$ constant.

Aangenomen wordt, dat het middelpunt van de polarisatie-ellipsoïde samenvalt met het lichtcentrum in de onderzijde van de kristalplaat.

Zij P een punt van de interferentiefiguur op de bovenzijde van de kristalplaat, waarvoor d de waarde d_1 heeft.

Stellen we $\frac{d_1}{V_1} = m$, dan is $d_1 = m V_1$ en het punt P ligt dus op een oppervlak $\varrho = m V_1$, waarin m constant is. Dit oppervlak is homothetisch met het blad $\varrho = V_1$ van het golfoppervlak.

Stellen we $\frac{d_1}{V_2} = n$, dan is $d_1 = n V_2$ en het punt P ligt dus ook op een oppervlak $\varrho = n V_2$, waarin n constant is. Dit oppervlak is homothetisch met het blad $\varrho = V_2$ van het golfoppervlak.

De oppervlakken $\varrho = m V_1$ en $\varrho = n V_2$ snijden de bovenkant van de kristalplaat elk volgens een bundel krommen C_1 en C_2, als m en n veranderen en elke kromme van de interferentiefiguur is blijkbaar de meetkundige plaats van de snijpunten van die exemplaren van de bundels C_1 en C_2, waarvoor $m—n$ (en dus het phaseverschil) constant is.

---

[1]) Ann. de Chim. et de Phys. (3). 63 pp. 57—92, 1861 en Sér 2. T 63. 1861.

Bij één-assige kristallen bestaat het golfoppervlak uit bol en ellipsoïde: de bovenkant van de kristalplaat, die evenwijdig aan de optische as wordt gesneden, geeft dus als doorsnede een ellips en een cirkel, die deze ellips in de uiteinden van de kleine as raakt. (Bij benadering wordt de snijfiguur van het bovenvlak gelijk aan die van het grondvlak genomen).

Bij twee-assige kristallen vindt men voor een plaat, loodrecht op de eerste middellijn gesneden, op overeenkomstige wijze twee ellipsen, waarvan de een geheel binnen de andere ligt.

In 't algemeen kan men dus zeggen, dat werkelijk de interferentiefiguren in de beschouwde gevallen de moiréfiguren zijn van twee concentrische ellipsenbundels E_1 en E_2.

Het blijkt nu mogelijk te zijn, deze bundels E_1 en E_2 door een eenvoudige algebraïsche transformatie af te leiden uit de beide excentrische unissons U_1 en U_2. De exemplaren van de nieuwe bundels blijken echter te zijn samengesteld uit vier trillingen, die alleen in phase verschillen en wier richtingen twee aan twee evenwijdig zijn aan die van de samenstellende trillingen der unissons.

Om de juistheid van het beweerde door een proef te bevestigen, is gebruik gemaakt van een door mij ontworpen toestel, waarmede de baan van een punt, dat gelijktijdig aan vier trillingen deelneemt, opgeteekend kan worden [1]).

Daartoe wordt door middel van twee slingers een figuur van Lissajous beschreven op een teekenblad, dat zelf door middel van twee andere slingers een figuur van Lissajous beschrijft.

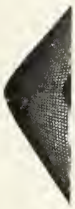
Voor ons geval zijn deze beide figuren unissons. Door ze onderling gelijk te nemen, wordt een spiraalvormige kromme opgeteekend, die bij benadering te beschouwen is als een bundel concentrische

[1]) Een toestel, waarbij een figuur van Lissajous op een roteerend vlak wordt beschreven, is genoemd in de Comptes Rendus t. 130. pg. 1616.

Een ander toestel vindt men in een populair artikel: A. C. Banfield. The Photo-Ratiograph, a new instrument for the study of vibrations, Illustrated London News, Sept. 25th 1920. pg. 470.

De geschiedenis van de „harmonograaf" benevens een beschrijving van een „drievoudige slinger" en een wijziging van Goold's „dubbele elliptische slinger" vindt men in: Harmonic Vibrations and Vibration Figures by J. Goold, C. E. Benham, R. Kerr and Prof. L. R. Wilberforce, zie Nature vol. 82. p. 96. In Nature vol. 61. p. 29 bespreekt A. Mallock twee moirèfiguren, echter alleen van rechtlijnige bundels: Interference Curves depending on Perspective.

Voor het beschrijven van figuren van twee trillingen zie men: H. J. Oosting. Proeven over trillingen van eenige systemen met twee graden van vrijheid. Hand. XIV Ned. Nat. en Geneesk. Congres Maart 1913, verder Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. 33. p. 415 1888, Maandbl. voor Natuurwetenschappen 1898, en Zt. f. d. Physik. u. Chem. Unterr. 8 p. 190 1895 en 11, p. 221 1898.



Bij één-assige kristallen bestaat het golfoppervlak uit bol en ellipsoïde: de bovenkant van de kristalplaat, die evenwijdig aan de optische as wordt gesneden, geeft dus als doorsnede een ellips en een cirkel, die deze ellips in de uiteinden van de kleine as raakt. (Bij benadering wordt de snijfiguur van het bovenvlak gelijk aan die van het grondvlak genomen).

Bij twee-assige kristallen vindt men voor een plaat, loodrecht op de eerste middellijn gesneden, op overeenkomstige wijze twee ellipsen, waarvan de een geheel binnen de andere ligt.

In 't algemeen kan men dus zeggen, dat werkelijk de interferentiefiguren in de beschouwde gevallen de moiréfiguren zijn van twee concentrische ellipsenbundels E_1 en E_2.

Het blijkt nu mogelijk te zijn, deze bundels E_1 en E_2 door een eenvoudige algebraïsche transformatie af te leiden uit de beide excentrische unissons U_1 en U_2. De exemplaren van de nieuwe bundels blijken echter te zijn samengesteld uit vier trillingen, die alleen in phase verschillen en wier richtingen twee aan twee evenwijdig zijn aan die van de samenstellende trillingen der unissons.

Om de juistheid van het beweerde door een proef te bevestigen, is gebruik gemaakt van een door mij ontworpen toestel, waarmede de baan van een punt, dat gelijktijdig aan vier trillingen deelneemt, opgeteekend kan worden [1]).

Daartoe wordt door middel van twee slingers een figuur van Lissajous beschreven op een teekenblad, dat zelf door middel van twee andere slingers een figuur van Lissajous beschrijft.

Voor ons geval zijn deze beide figuren unissons. Door ze onderling gelijk te nemen, wordt een spiraalvormige kromme opgeteekend, die bij benadering te beschouwen is als een bundel concentrische

[1]) Een toestel, waarbij een figuur van Lissajous op een roteerend vlak wordt beschreven, is genoemd in de Comptes Rendus t. 130. pg. 1616.

Een ander toestel vindt men in een populair artikel: A. C. Banfield. The Photo-Ratiograph, a new instrument for the study of vibrations, Illustrated London News, Sept. 25th 1920. pg. 470.

De geschiedenis van de „harmonograaf" benevens een beschrijving van een „drievoudige slinger" en een wijziging van Goold's „dubbele elliptische slinger" vindt men in: Harmonic Vibrations and Vibration Figures by J. Goold, C. E. Benham, R. Kerr and Prof. L. R. Wilberforce, zie Nature vol. 82. p. 96. In Nature vol. 61. p. 29 bespreekt A. Mallock twee moirèfiguren, echter alleen van rechtlijnige bundels: Interference Curves depending on Perspective.

Voor het beschrijven van figuren van twee trillingen zie men: H. J. Oosting. Proeven over trillingen van eenige systemen met twee graden van vrijheid. Hand. XIV Ned. Nat. en Geneesk. Congres Maart 1913, verder Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. 33. p. 415 1888, Maandbl. voor Natuurwetenschappen 1898, en Zt. f. d. Physik. u. Chem. Unterr. 8 p. 190 1895 en 11, p. 221 1898.

J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige Interferentie-figuren van Eén- en Twee-assige Kristallen door Superpositie van Ellipsenbundels".

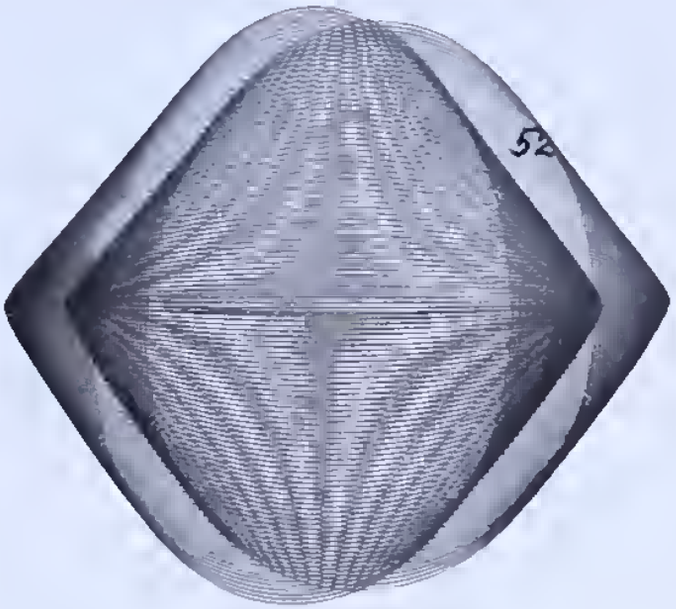


Fig 1.

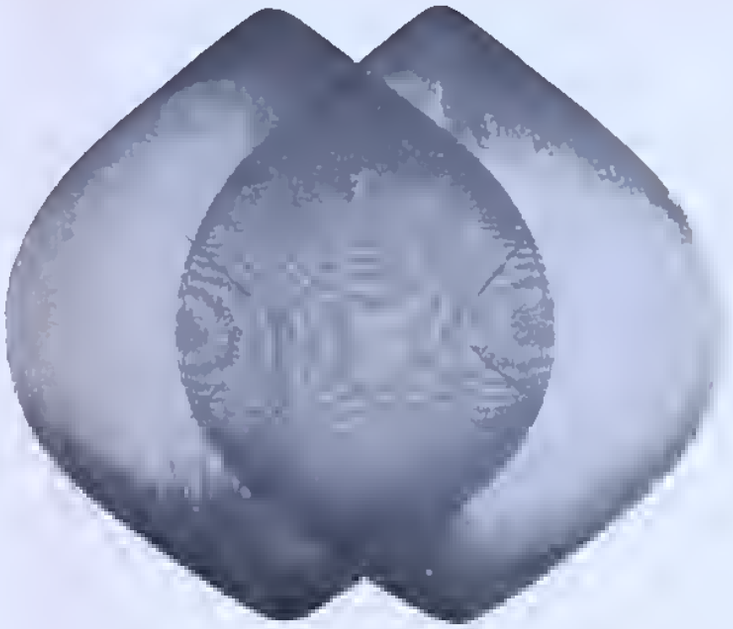


Fig. 2.

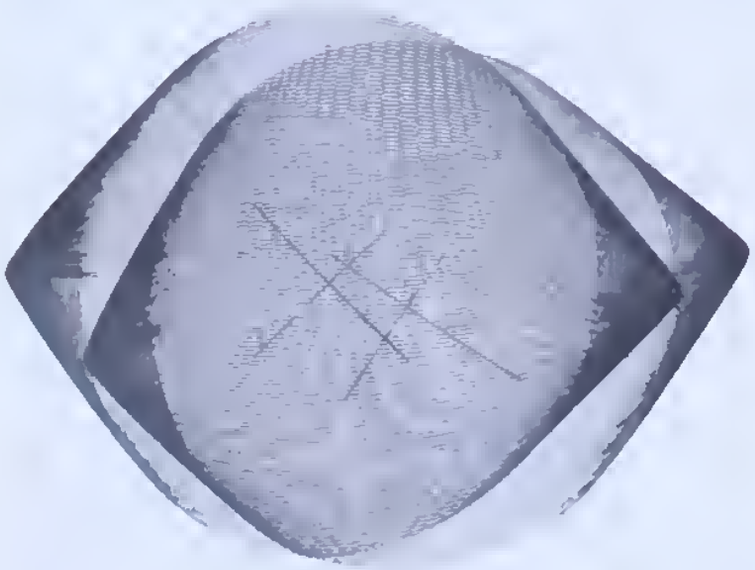


Fig. 3.

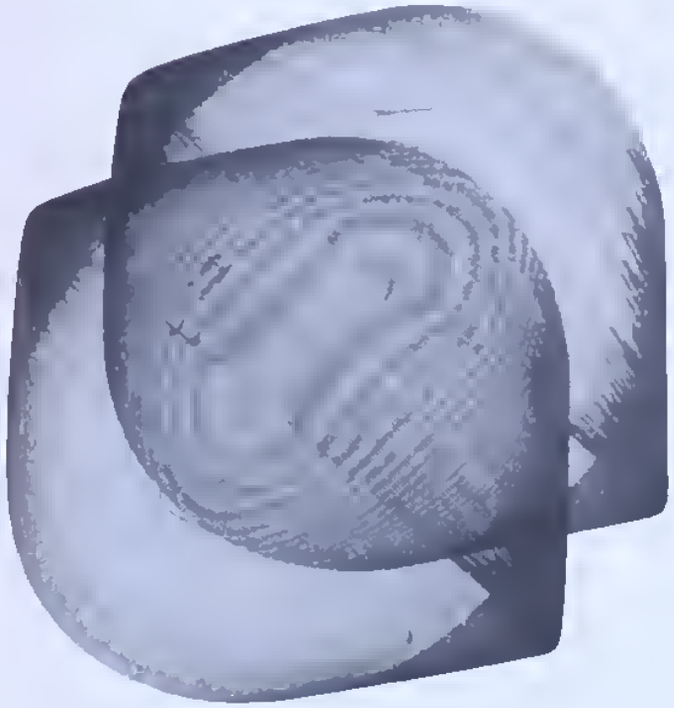


Fig. 4.

cirkels. Door een geringe wijziging in phaseverschil kunnen de cirkels overgaan in ellipsen.

Inderdaad blijkt nu, dat steeds de hyperbolen ontstaan bij superpositie van twee bundels, die als beginexemplaren hebben een ellips en een cirkel, die deze ellips in de niteinden van de kleine as raakt en de lemniscaten, als de beginexemplaren twee ellipsen zijn, waarvan de een geheel binnen de andere ligt.

Daar omgekeerd de bundels U_1 en U_2 afgeleid kunnen worden uit de bundels E_1 en E_2, geven dus de in den aanvang genoemde moiréfiguren wel degelijk bij benadering interferentiefiguren van één- en tweeassige kristallen weer.

Voortgezette proefnemingen hebben mij nog in deze meening versterkt. Bij de figuur der hyperbolen verplaatst zich het hyperbolen-centrum door een geringe rotatie van één der unissons. Het beeld vertoont dan overeenkomst met de interferentiefiguur van een één-assig kristal, schuin ten opzichte van de as gesneden (zie fig. 3).

De figuur der lemniscaten vertoont bij weinig isophasische lijnen [1]) het verschijnsel, dat de binnenste kromme de beide polen reeds omgeeft in ovaalvorm. Ook dit is in overeenstemming met wat de kristallographie leert (zie fig. 4).

Eindelijk geven twee concentrische cirkelbundels (elk van vier trillingen) bij superpositie een beeld, dat met de ringen van Newton overeenstemt.

Vermoedelijk kunnen ook de spiralen van Airy aldus worden afgebeeld en omgekeerd zou de wijze, waarop door superpositie van ellipsenbundels een bepaald beeld ontstaat, er toe kunnen bijdragen, meer inzicht te krijgen in de verschijnselen van breking en polarisatie van het licht in kristallen.

---

[1]) Fig. 4 telt 85 ellipsen, tegen 110 van fig. 2. (per bundel).

Physiologie. — De Heer SPRONCK biedt eene mededeeling aan van den Heer KARL LANDSTEINER: *„Over heterogenetisch antigeen."*

(Mede aangeboden door den Heer EYKMAN).

Zooals reeds bekend verondersteld mag worden, vond FORSSMAN [1]) het onverwachte feit, dat door injectie van cavia-organen bij het konijn de vorming van een sterk werkend specifiek haemolysine tegen schapenbloed wordt teweeg gebracht. Al heel spoedig werd het duidelijk, dat deze zelfde eigenschap aan de organen van een groot aantal dieren kan worden toegeschreven, b.v. aan die van het paard, de kat en het hoen, terwijl bij andere diersoorten deze werkzame stoffen ontbreken.

Deze haemolysine-vormende stoffen worden gewoonlijk heterogenetische antigenen genoemd; de door hun injectie ontstane haemolysinen als heterogenetische antilichamen aangeduid.

Onder het groote aantal onderzoekingen, die over dit onderwerp verricht werden, is een deel gericht op de eigenschappen van het heterogenetische antigeen. Voor een volledig verslag van de onderzoekingen en hun resultaten verwijs ik naar de hieronder aangehaalde mededeelingen en vermeld hier alleen maar de voor mijn werk in het bijzonder belangrijke resultaten betreffende het heterogenetische antigeen.

DOERR en PICK [2]) vonden, dat genoemde stoffen der organen weerstand bieden aan de inwerking van alcohol; SACHS en GEORGI [3]) vermelden het gebruik van alcoholische uittreksels, FRIEDBERGER [4]) (POOR, SUTO, SCHIFF) geven verslag over de oplosbaarheid van het in urine (zie DOERR en PICK) van dieren voorkomende heterogenetische antigeen in alcohol. SORDELLI en FISCHER [5]) vonden, dat de werkzame bestanddeelen van de paardenier door behandeling met alcohol (en aether) in twee fracties te splitsen zijn, van welke de in alcohol oplosbare zich in vitro met immuunlichamen bindt, maar niet immuniseerend werkt, terwijl het in alcohol en aether onoplosbare deel in vitro

[1]) J. FORSSMAN. Biochem. Zeitschr. **37**. pag. 78 (1911).

[2]) R. DOERR en R. PICK. Biochem. Zeitschr. **50**. pag. 129 (1913).

[3]) SACHS en GEORGI. Zeitschr. f. Immun. **21**. pag. 346 (1914).

[4]) FRIEDBERGER. Berl. Klin. Wochenschr. 1913, N. 34. Zeitschr. f. Immun. **18** pag. 269 (1913) **28**. pag. 217 (1919).

[5]) SORDELLI en FISCHER. Revista del Inst. Bacteriol. Buenos-Aires. Vol. I. 1918 pag. 229.

haast niet bindt, maar de vorming van immuunlichamen teweeg brengt. (SORDELLI en PICO [1]) merkten bovendien evenals eenigen tijd later SACHS en GUTH [2]) een uitvlokkingsreactie op van de alcoholische orgaanextracten met het heterogenetische immuunserum.)

De gemelde resultaten zijn blijkbaar moeilijk verklaarbaar, daar het lijkt, alsof door injectie van een substantie specifieke immuunlichamen tegen een andere stof worden gevormd.

Ik ben in mijn onderzoekingen, die ik voor het overgroote deel verrichtte, zonder de mededeelingen van SORDELLI en zijn medewerkers te kennen, tot resultaten gekomen, die met de hunne in belangrijke punten overeenstemmen. Ik vond nl. evenals zij, dat de alcoholische (en de aetherische) extracten van een paardenier — hoewel zij een sterk bindingsvermogen in vitro bezitten — geen of slechts heel geringe vorming van antilichamen veroorzaken. Een verder onderzoek bracht mij echter tot een gewijzigde opvatting omtrent deze zaak.

In mijn onderzoekingen werden konijnen met praeparaten van paardenier ingespoten. In een van deze proeven was de bereidingswijze de volgende [3]).

De nieren werden tweemaal door middel van een vleeschmachine fijngemalen, dan door een grove en door een fijne zeef gedreven, met de drievoudige hoeveelheid physiologische keukenzoutoplossing geemulgeerd, gedurende een dag in de ijskast gezet, waarbij herhaaldelijk geschud werd en ten slotte gecoleerd (I). Het troebele extract werd met het zesvoudige volume 95 % alcohol gedurende twee dagen bij kamertemperatuur gedigereerd, daarna nog eens na affiltreeren een dag lang met 1 volume alcohol gedigereerd en het onoplosbare neerslag in keukenzoutoplossing opgenomen. (II). Een derde portie werd bereid als II, maar daarbij werd het neerslag, dat verkregen werd door de alcoholische extracten in te dampen, ten slotte in keukenzoutoplossing geemulgeerd en aan de suspensie van het eerst verkregen neerslag toegevoegd. (III). Een vierde portie werd op een dergelijke wijze als II met alcohol bij kamertemperatuur gedigereerd en dan werd het neerslag, dat na affiltreeren verkregen werd nog een half uur met een volume alcohol in een waterbad gekookt en het onoplosbare deel in keukenzoutoplossing gesuspendeerd (IV) en eindelijk werd het waterige extract of suspensie als zoodanig een half uur in een kokend waterbad verwarmd (V).

Alle suspensies werden op het oorspronkelijk volume van het extract gebracht en bovendien werd toegevoegd 1/4 % phenol.

De onderstaande tabel geeft weer de haemolytische werking van het serum van konijnen nadat deze tweemaal (met tusschenpoozen van een week) intraperitoneaal met de bovenbeschreven vijf extracten waren ingespoten. De hoeveelheid, die daarbij telkens werd inge-

[1]) SORDELLI en PICO. Revista del Inst. Bacteriol. Buenos-Aires Vol. II. 1919. p. 261.

[2]) SACHS en GUTH. Mediz. Klinik 1920 No. 6.

[3]) Eene mededeeling over het geheele onderzoek volgt te anderer plaatse.

spoten, kwam overeen met ongeveer 1 gr. niersubstantie, waarbij men in rekening moet brengen dat bij het coleeren een groot gedeelte van de niersubstantie achterblijft.

Verdunning der sera 1 : 250; daarvan 0,5 c.c. waarbij gevoegd 0,5 c.c. caviacomplement van 1 :10 en 0,05 % schapenbloed.

In de onderstaande tabel is de graad van haemolyse na een uur bij 37° als volgt aangegeven.

c. = compleet; b.c. = bijna compleet; st. = sterk; d = duidelijk; zw. = zwak; sp. = spoor, 0 = nul.

Injectie van praeparaat	I				II			III				IV				V			
Nummer van de konijnen	1	2	3	4	7	8	9	11	12	13	14	15	16	17	18	21	22	23	24
	c.	c.	b.c.	c.	st.	zw.	o.	d.	st.	d.	st.	o.	o.	sp.	sp.	b.c.	c.	c.	c.

Bij sterkere verdunningen losten nog compleet op de sera 1, 2, 4 en wel bij de verdunningen 1 : 1000, 1 : 500, 1 : 500.

Uit de hier beschreven proef blijkt, dat niersubstantie, die bij gewone temperatuur met alcohol behandeld is, wel is waar nog immuniseert, maar aanzienlijk zwakker als de oorspronkelijke emulsie. Door koken met alcohol werd dit vermogen tot immuniseering — onder de gekozen voorwaarden — zoo goed als volledig opgeheven. In merkwaardige tegenstelling hiermee is, dat na koken in waterige substantie de antigeenwerking nog goed behouden is gebleven, (Doerr en Pick), hoewel opgemerkt moet worden, dat daarbij de titer van de sera toch iets lager was als na injectie van het niet-verhitte materiaal.

In mijn onderzoek is derhalve gebleken, dat door behandeling met alcohol stoffen in oplossing gaan, die in vitro haemolysine kunnen binden, die echter niet meer of heel zwak immuniseeren en dat van de rest die na alcoholextractie terugblijft, nog slechts een sterk verminderde antigeenwerking wordt uitgeoefend, die door verwarming met alcohol zelfs bijna geheel vernietigd wordt.

Het schijnt mij toe, dat de meest voor de hand liggende verklaring van de vermelde feiten deze is, dat het antigeen bestaat uit een deel, dat voor de immuniseering noodig is en dat vermoedelijk uit eiwit is opgebouwd en uit een deel daarmee verbonden, hetwelk de specifiek bindende groepen bevat en misschien een lipoid is. Dit laatste kan dan blijkbaar door alcohol van het eerste gescheiden worden.

Ik kom voornamelijk tot deze opvatting door resultaten van een

onderzoek, dat ik kort geleden heb medegedeeld [1]), waarbij ook bleek, dat er stoffen bestaan, die in vitro specifiek reageeren, maar geen antigeen zijn.

Daar het gewenscht schijnt voor zulke met immuunserum specifiek reageerende substanties, die echter niet immuniseeren, dus geen antigeen zijn, een afzonderlijken naam te hebben, wil ik voorstellen daarvoor de uitdrukking *hapteen* te gebruiken.

Wat nu de chemische samenstelling van deze haptenen uit de paardenier aangaat, zoo kreeg ik uit voorloopige onderzoekingen resultaten, die met die van WERNICKE en SORDELLI [2]) gedeeltelijk overeenstemmen. Van de juistheid der opgaven betreffende de oplosbaarheid van deze stof kon ik mij echter nog niet volledig overtuigen.

Wanneer men mag aannemen, dat in organen van verschillende diersoorten, welke heterogenetische antigenen bezitten, verbindingen voorkomen van eiwit met een en hetzelfde of althans met verwante haptenen, dan zou daardoor begrijpelijk geworden zijn de omstandigheid, dat materiaal van zoo verschillende herkomst aanleiding geeft tot de vorming van gelijkwerkende immuunsera.

Den Haag. *Laboratorium R.-K. Ziekenhuis.*

---

[1]) K. LANDSTEINER. Biochem. Zeitschr. **93**. pag. 106 (1919) Biochem. Zeitschr. **104**. pag. 280 (1920).

[2]) WERNICKE en SORDELLI. Revista del Inst. Bacteriol. Buenos-Aires Vol. II. p. 281 1919.

Wiskunde. — De Heer CARDINAAL biedt eene mededeeling aan van den Heer H. J. VAN VEEN: *„Eigenschappen van stralencongruenties"*.

(Mede aangeboden door den Heer JAN DE VRIES).

§ **1.** De stralenruimte van Σ_4 kan afgebeeld worden op een in een vijf-dimensionale puntruimte Σ_5 gelegen kwadratisch hypervlak O^2_4. Met behulp van deze afbeelding heb ik eigenschappen afgeleid van eenige stralencomplexen (Nieuw Archief voor Wiskunde R 2, dl **XI** p. 232; id. dl **XII** p. 19; Handel. 17e Nederl. Natuur- en Geneesk. Congres 1919 p. 171). Met de daarbij gevolgde methode kunnen óók de karakteristieke getallen voor een willekeurig stralencomplex bepaald worden. In het volgende zal ik, gebruik makende van de genoemde afbeelding, eenige der voornaamste eigenschappen van *stralencongruenties* afleiden.

§ **2.** In de eerste plaats beschouw ik een *willekeurige congruentie* van den *veldgraad* p en den *schoofgraad* q. Deze heeft tot afbeelding in Σ_5 een op O^2_4 gelegen variëteit V_2, welke met elk α-vlak (afbeelding van een stralenveld) p punten en met elk β-vlak (afbeelding van een stralenschoof) q punten gemeen heeft.

§ **3.** Zij P een willekeurig punt van V_2. Een hypervlak door P snijdt uit V_2 een kromme, die in P één raaklijn bezit, dus vormen de raaklijnen in P aan V_2 een waaier. Van de op O^2_4 gelegen rechten door P (beelden van waaiers van Σ_3) liggen er 2 in een door P gaande lineaire ruimte R_3; immers, een straal van Σ_3 ligt in 2 waaiers van een bilineaire congruentie, waartoe hij behoort. De rechten van O^2_4 door P vormen dus een driedimensionalen kwadratischen kegel. Waaier en kegel liggen in het hypervlak, dat in P aan O^2_4 raakt, hebben dus twee rechten gemeen, bijgevolg:

Elke straal van een congruentie wordt door 2 *opvolgende stralen gesneden,* òf

Op elken congruentiestraal liggen 2 *focaalpunten en door elken congruentiestraal gaan* 2 *focaalvlakken.*

De identiteit van het oppervlak der focaalpunten met dat der focaalvlakken (*focaal oppervlak*) kan nu gemakkelijk in Σ_3 bewezen worden (Zie b.v. STURM, Liniengeometrie II).

§ 4. Het hypervlak R_4, dat in een punt P aan O^2_4 raakt, snijdt uit V_2 een kromme V_1. Ik projecteer deze uit P op een in R_4 gelegen lineaire ruimte R_3.

Van de α- (β-)vlakken door P zijn er 2 incident met een rechte van R_3, zij snijden R_3 dus in de a- en b-lijnen van een kwadratisch oppervlak O^2. Op O^2 ligt de projectie k van de kromme V_1; k heeft de a- en b-lijnen tot p- en q-voudige snijlijnen. Projectie van k uit een punt O van O^2 op een vlak τ van R^3 geeft een kromme k', die in de doorgangen A_1 en B_1 van de door O gaande a- en b-lijnen een p- en een q-voudig punt bezit. De rechte $A_1 B_1$ heeft met k' slechts de punten A_1 en B_1 gemeen, dus is k' van den graad $p + q$. Is r het aantal dubbelpunten van k en dus ook van k', dan is de klasse van k':

$$(p + q)(p + q - 1) - p(p-1) - q(q-1) - 2r = 2(pq-r)$$

zoodat uit A nog

$$2(pq-r) - 2p = 2p(q-1) - 2r$$

en uit B nog

$$2(pq-r) - 2q = 2q(p-1) - 2r$$

raaklijnen aan k' getrokken kunnen worden, die deze kromme èlders raken.

Dit zijn eveneens de aantallen der b- en a-lijnen, die aan k raken en óók die van de β- en de α-vlakken door P, die met V_2 twee samengevallen punten gemeen hebben.

Nu is r het aantal bisecanten van V_2 door P of wel de *assengraad* (*rang*) van de beschouwde congruentie, dus:

Het focaaloppervlak van een congruentie van den veldgraad p, den schoofgraad q en den assengraad r is van de orde $2p(q-1) - 2r$ *en van de klasse* $2q(p-1) - 2r$.

§ 5. Ik zal nu de *volledige snijcongruentie* beschouwen van twee complexen.

Zijn deze van de graden m en n, dan hebben zij tot beelden de variëteiten, die O_4^2 gemeen heeft met twee hypervlakken V_4^m en V_4^n. Deze beide hypervlakken snijden elkaar volgens een variëteit V_3^{mn}. De bisecanten van V_3^{mn}, die door een punt P gaan, en een vlak π snijden, liggen in de lineaire ruimte $R_3 \equiv (P, \pi)$; het zijn óók de bisecanten door P van een in R_3 gelegen kromme, die de volledige snijkromme is van een oppervlak van den m^{en} en een oppervlak van den n^{en} graad. Het aantal dier bisecanten bedraagt $\frac{1}{2} mn(m-1)(n-1)$, dus vormen de bisecanten van V_3^{mn} door P een kegel van 3 afmetingen en van den graad $\frac{1}{2} mn(m-1)(n-1)$.

Door P op O^2_4 te nemen, blijkt, dat er door dit punt $mn\ (m-1)\ (n-1)$ bisecanten van V_3^{mn} gaan, die op O^2_4 liggen, dus:

De snijcongruentie van een complex van den m^{den} *en een complex van den* n^{den} *graad is van den assengraad* $mn\ (m-1)\ (n-1)$.

§ 6. Om den graad en de klasse af te leiden van het focaal oppervlak van de snijcongruentie van twee complexen, leg ik door een punt P van O^2_4 twee α-vlakken α_1 en α_2. Het β-vlak door een straal a_1 van den waaier P,a_1 snijdt α_2 volgens een rechte a_2. Een vlak γ door a_1, dat a_2 volgens een rechte a_2^1 snijdt èn met V_3^{mn} twee samengevallen punten gemeen heeft, raakt aan de kromme, die de ruimte $R_3 \equiv (a_1 a_2)$ uit V_3^{mn} snijdt; deze is als snijkromme van een oppervlak van den m^{den} en een oppervlak van den n^{den} graad van den rang $mn\ (m+n-2)$; dit is dus het aantal der vlakken door a_1, welke α_2 volgens een rechte a_2^1 snijden en tevens aan V_3^{mn} raken. Tusschen de stralen a_2 en a_2^1, die bij éénzelfden straal a_1 behooren, bestaat een $[mn\,(m+n-2), mn\,(m+n-2)]$ verwantschap, dus gaan door P $2mn\ (m+n-2)$ β-vlakken (en evenveel α-vlakken), die aan V_3^{mn} raken, òf:

Het focaaloppervlak van de snijcongruentie van een complex van den m^{den} *en een complex van den* n^{den} *graad is van de orde en klasse* $2\ mn\ (m+n-2)$.

Deze uitkomst is natuurlijk ook af te leiden uit § 4 en § 5.

Plantkunde. — De Heer Blaauw biedt eene mededeeling aan van den Heer W. E. de Mol: *„Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van Hyacinthus orientalis."*

(Mede aangeboden door den Heer Went).

I. *Inleiding.*

Nadat mij in het voorjaar van 1919 gebleken was, dat de kernen der wortelcellen van de enkelbloemige, rosekleurige hyacinthenvarieteit *Nimrod* 19 chromosomen bezaten [1]), kwam het mij gewenscht voor, de fertiliteit van het pollen na te gaan en deze te vergelijken met die van Hollandsche varieteiten met 24 chromosomen in de somatische cellen, welk aantal ik toen nog als diploid beschouwde. Ik koos daartoe de gesloten antheren, afkomstig van te velde staande *Nimrod*-planten, welke aan denzelfden kweeker toebehoorden als die, waarvan ik de worteltoppen gefixeerd had ten behoeve van mijn chromosomen-onderzoek. De pollenkorrels in deze antheren weken tot mijn verwondering ten zeerste af van het beeld, dat hyacinthenstuifmeel mij steeds had vertoond. Ik trof niet één normalen fertielen korrel aan. De steriele pollenkorrels waren ellipsoidisch, rond of driehoekig van vorm en hadden verschillende afmetingen. De wratachtige verhevenheden op de exine, die in gewone gevallen veroorzaken, dat de pollenkorrels, in een druppel van de eene of andere vloeistof gedompeld, eenigermate aaneenkleven, waren niet tot ontwikkeling gekomen, zoodat het pollen zeer gemakkelijk uiteendreef. Behalve deze steriele pollenkorrels kwamen er in de preparaten verscheidene voor, die veel grooter en bolvormig waren en volgepropt zaten met groote zetmeelkorrels. Werd het stuifmeel in een verdunde oplossing van jood-joodkalium gebracht, dan zag men de abnormale pollenkorrels direct als intensief blauwzwarte bollen tusschen de gele, verschrompelde exinen der steriele pollenkorrels liggen. In een druppel

[1]) Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van *Hyacinthus orientalis L.* en de chromosomengarnituur van deze plantensoort.

Verslagen van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen te Amsterdam, Wis- en Natuurkundige Afdeeling, Deel XXIX.

Nieuwe banen voor het winnen van waardevolle varieteiten van bolgewassen, bl. 19 e.v.

water barstte de exine doorgaans vrij spoedig en de zetmeelkorrels dreven dan los in het preparaat, bij doorvallend licht een blauwachtigen schijn veroorzakende. Er bleken zetmeelkorrels bij te zijn, die de grootte bereikten van een kleinen sterielen pollenkorrel.

Doch bovendien kwamen er talrijke ellipsoidische pollenkorrels voor, die ontkiemd waren, echter niet met een normale pollenbuis, doch met een buis, die veeleer den vorm van een blaas had. Deze blaas was somtijds kleiner dan de pollenkorrel zelve, doch dikwijls ook was zij veel grooter. Zij bevatte 2, 3, 4, 5 of meer bolronde kernen.

De gesloten antheren waren eenigszins verschrompeld en het violette anthocyaan, dat in haar wanden voorkomt, was eenigermate verbleekt.

Deze waarneming is mij een prikkel geweest, na te gaan of er in de literatuur melding gemaakt werd van verschijnselen, als de door mij waargenomene. Inderdaad vond ik toen, dat Němec (1898) hetzelfde reeds had gevonden, eveneens bij de hyacinth. Hij had het evenwel ontdekt in de ten deele petaloide antheren van een varieteit met gevulde bloemen. De antheren werden door hem uit jonge, gesloten bloemknoppen genomen, gefixeerd, ingebed in paraffine, gekleurd en tot microtoomseries verwerkt. Hij trof ook de kleine steriele pollenkorrels aan, zonder reservestofsubstantie en de groote kogelronde, vol zetmeelkorrels. Eveneens hadden veel pollenkorrels in de gesloten antheren pollenbuizen tot ontwikkeling gebracht, die dikwijls groote blazen geleken. Hij zag er somtijds 8 kernen in.

Němec nam aan, dat deze afwijkingen het gevolg waren van het petaloid zijn der antheren. Uit het feit, dat ik ze aantrof in de antheren van een enkelbloemige varieteit [1]), viel af te leiden, dat andere oorzaken dan het gevuld zijn der bloemen, in het spel moesten zijn. Ik meende daarom het verschijnsel te moeten toeschrijven òf aan de bizondere bastaardnatuur der varieteit *Nimrod* — deze zou immers een kruisingsproduct zijn tusschen een Fransche en een Hollandsche varieteit! [1]) — òf aan het voorkomen van het afwijkende aantal chromosomen in de somatische cellen.

Thans besloot ik, het pollen van een groot aantal varieteiten te onderzoeken. Nauwkeurig werd door mij overwogen, hoe dit onderzoek verricht zou moeten worden, opdat het de meest gunstige resultaten kon opleveren. In de maanden April en Mei 1919 was ik in staat, het te Lisse, het centrum der Hollandsche hyacinthen-

[1]) Onder de hyacinthenvarieteiten, die in prijscouranten meestal tot de enkelbloemige gerekend worden, komen er meerdere voor, die in de bloemkroonbuis boven den kring der normaal gevormde antheren, één of meer kleine bloemblaadjes of petaloide antheren tot ontwikkeling brengen. Dit is evenwel bij de varieteit *Nimrod* niet het geval.

kulturen, op de volgende wijze ten uitvoer te brengen. Ik koos varieteiten met de meest uiteenloopende vormen, afmetingen en bloeitijden, zoowel gevuldbloemige als enkelbloemige. Bovendien verzamelde ik meermalen vele bloemtrossen van één en dezelfde varieteit, gekultiveerd door verschillende kweekers onder zeer uiteenloopende omstandigheden. Juist hierdoor is het mij mogelijk geweest, tot tastbare resultaten te komen. Op één dier resultaten, m.i. het belangrijkste, zij hier gewezen.

II. *Over het voorkomen van pollenkorrels met* 3 *en meer kernen.*

Schürhoff (1919) heeft er op gewezen, dat zoowel bij *Monocotylen* als *Dicotylen* 3-kernige pollenkorrels — 1 vegetatieve en 2 generatieve — voorkomen vóór de ontkieming. Hij vraagt zich af, of deze vroegtijdige deeling van den mannelijken geslachtsnucleus een biologische of systematische beteekenis heeft en besluit op bl. 147, na een overzicht gegeven te hebben van de plantenorden, waarbij 3-kernige pollenkorrels geconstateerd zijn: „Es ergibt sich also aus dieser Aufstellung, dass dem Vorkommen von dreikernigen Pollenkörnern keine besondere systematische Bedeutung zukommt. Eine derartige Bedeutung liesze sich zur Not für die *Monokotylen* konstruieren, da bei den ersten Ordnungen das Vorkommen dreikerniger Pollenkörner die Regel bildet, während sie bei den letzten Ordnungen der *Monokotylen* fehlen". Van de *Monocotylen* zijn volgens hem de *Helobiae, Glumiflorae* en ten deele de *Spadiciflorae* gekenmerkt door 3-kernige pollenkorrels. De orden der *Enantioblastae, Liliiflorae, Scitamineae* en *Gynandrae, met uitzondering der Juncaceae en andere alleenstaande gevallen* bezitten ze niet.

Gaan we eenige gevallen bij de *Monocotylen* wat nauwkeuriger na, dan bemerken we, dat Elfving reeds in 1878 in de pollenkorrels van *Andropogon campestris* 3 kernen zag liggen en dat Strasburger (1884) in vele gevallen den generatieven nucleus zag deelen in den pollenkorrel. Golinsky (1893) trof 2 spermakernen aan in de pollenkorrels van *Triticum*, Schaffner (1897) bij *Sagittaria variabilis*. „The division of the generative nucleus before pollination", zegt hij op bl. 254 „seems to be quite common in monocotyledons, and it is probable that this condition will be found to be the rule rather than the exception in this group." Volgens onderzoekingen van Chamberlain (1897) deelde zich de generatieve kern van *Lilium aurantiacum* en *Lilium tigrinum* reeds in den pollenkorrel, „a condition not uncommon in monocotyledons", volgens zijn zeggen. In twee gevallen nam hij bij *Lilium aurantiacum* tevens waar, dat de

deelingen zich nog verder voortzetten, zoodat er 3 generatieve kernen aanwezig waren. Bij *Lilium Philadelphicum* kwam de vroegtijdige deeling van den generatieven nucleus zelden voor. Bij *Lilium Martagon* is zij misschien uitgesloten. Guignard (1891) merkt althans op, dat de generatieve kern zich hier alleen deelt in de pollenbuis. De vegetatieve kern deelt zich nimmer. In 1899 zag deze onderzoeker 3 kernen in de pollenkorrels van *Najas major*. Wiegand (1899) nam 2 generatieve kernen waar bij *Potamogeton foliosus Raf.* en geeft een opsomming van de gevallen, toen reeds geconstateerd bij *Monocotylen*. Murbeck (1902) bemerkte 3 kernen, 1 vegetatieve en 2 generatieve bij *Ruppia rostellata Koch*. Schürhoff (1919) beschrijft uitvoerig het deelingsmechanisme van de generatieve kern van *Sagittaria sagittifolia*.

In *ontkiemde pollenkorrels* van *Monocotylen* zijn eenige malen meer dan 2 generatieve kernen waargenomen. Zoo zag Strasburger (1884) er 4 in de pollenbuizen van *Ornithogalum* en *Scilla*. Schniewind-Thies (1901) liet rijpe pollenkorrels van *Scilla sibrica* in een 5 %-rietsuikeroplossing kiemen en zegt: „ausnahmsweise wurden in einem gekeimten Pollenkorn 5 Kerne beobachtet".

Ook bij hyacinthen-varieteiten kan men onder bepaalde omstandigheden waarnemen, dat zij pollenkorrels met 2 generatieve kernen bevatten. Ik vond ze o. a. bij de enkelbloemig witte varieteit *La Neige*. De vegetatieve kern was groot en rond. De exine der pollenkorrels was hier zeer doorschijnend, de wratachtige verhevenheden ontbraken bijna geheel. Dit maakte het mogelijk, de kernen goed gade te slaan, zonder ze eerst te laten groen kleuren in een druppel methylgroen-azijnzuur. Lang niet alle pollenkorrels bezaten 2 generatieve kernen. Dat ik het vroegtijdig deelen van de generatieve kern toeschrijf aan uitwendige omstandigheden, moge later blijken.

III. *Nadere bizonderheden betreffende het voorkomen van meerkernige pollenkorrels bij Hollandsche hyacinthenvarieteiten.*

Ter inleiding vermeldde ik, dat ik bij de varieteit *Nimrod* pollenkorrels met meerdere kernen aantrof. Bij het samenstellen mijner uitgebreide tabellen, heb ik, behalve het steriliteitsprocent ook de herkomst aangegeven van de bloemtrossen, dit door met een hoofdletter elke bizondere catagorie aan te duiden. Bovendien gaf ik bijna steeds bij iedere telling een korte beschrijving van den habitus der pollenkorrels. In deze mededeeling volsta ik nu, met die varieteiten uit de bedoelde tabellen te lichten, bij welke ik *in de gesloten antheren pollenkorrels aantrof, ontkiemd met abnormale pollenbuizen,*

waarin meerdere kernen gelegen waren. Tevens vermeld ik de overige tellingen, die betrekking hebben op deze zelfde varieteiten, doch waarbij geen pollenkorrels met abnormale buizen werden gevonden. Daar Němec (1898), zooals ik reeds meedeelde, vóór mij bij het pollen van gevuldbloemige hyacinthen hetzelfde verschijnsel waarnam, zal ik het voortaan te zijner eere aanduiden met de benaming: „verschijnsel van Němec". Voorzooverre ik het aantal chromosomen der te noemen varieteiten bepaald heb, vermeld ik dit.

A. Enkelbloemige varieteiten.

Charles Dickens, enkelbloemig rood.

1. De bovenste bloemen van den tros zijn veel kleiner dan de overige en bezitten groene punten aan de bloemslippen. Het pollen in deze bloemen vertoont het verschijnsel van Němec. De pollenkorrels in de onderste bloemen van den tros zijn normaal gevormd, voor 21% steriel. Het pollen uit de bovenste bloemen verspreidt zich in den waterdruppel direct; uit de onderste bloemen kleeft het aaneen.

2. Alle bloemen bevatten normale pollenkorrels, die voor 27% steriel zijn. Het pollen kleeft aaneen.

Général Pélissier, enkelbloemig rood, 16 chromosomen.

1. De bovenste bloemen van den tros zijn klein en groen gekleurd, vertoonen het verschijnsel van Němec. De overige bloemen bevatten normaal pollen, dat voor 14% steriel is.

2. Idem. De kleverigheid van het pollen is als bij *Charles Dickens*.

3. De steriliteit bedraagt 6%,

Lady Derby, enkelbloemig rood, 24 chromosomen.

1. Het pollen in alle bloemen van verschillende trossen maakt denzelfden indruk. De bloemknoppen zijn nog geheel groen en gesloten. De pollenkorrels kleven niet aaneen. Er zijn slechts eenige fertiele korrels aanwezig. Deze zwellen direct zeer sterk op. In de meeste pollenkorrels zijn veel zetmeelkorrels aanwezig, die dikwijls zeer groot zijn. Er komen pollenkorrels voor, die het verschijnsel van Němec toonen. De meerdere kernen zijn duidelijk zichtbaar.

2. De pollenkorrels zwellen eerst na langen tijd op; 4% is steriel.

3. De steriliteit bedraagt 3½ %.

4. De bloemtrossen zijn afkomstig van waterkulturen; de steriliteit is 6%.

5. Het pollen is voor 4% steriel.

Moreno, enkelbloemig rood.

1. De antheren zijn verschrompeld en verbleekt en bevatten zeer

weinig pollenkorrels. Deze zwellen in water niet op. Zij hebben een troebelen inhoud. Verder zijn er groote bolvormige pollenkorrels aanwezig, die spoedig barsten. Het preparaat ligt dan vol losse zetmeelkorrels. Verscheidene normaal gevormde pollenkorrels vertoonen het verschijnsel van Němec. In sommige normale, niet opzwellende pollenkorrels zijn duidelijk 2 bolronde kernen van gelijke grootte waar te nemen. Ik vind niet één normalen fertielen korrel. Sommige zetmeelkorrels zijn zoo groot als een kleine pollenkorrel.

2. De bloemkleur is oranje-rood. De donkere streep, die over het midden der kroonslippen loopt, is duidelijk begrensd. De steriliteit bedraagt 24%.

3. De bloemkleur is rozerood. De donkere streep is onduidelijk begrensd. De steriliteit bedraagt 40%. (De bollen dezer bloemen en der vorige waren aan hooge temperaturen onderworpen).

4. De pollenkorrels kleven aaneen. Ze zwellen spoedig op; 11% is steriel.

5. Als 4, doch 15% is steriel.

6. De pollenkorrels zijn afkomstig uit de bloemen van bollen, welke niet geplant zijn. De bloemen zitten verdroogd in den bol. De pollenkorrels zijn wat kleiner dan gewoonlijk. Overigens zien zij er volkomen normaal uit; ze zijn voor 13% steriel.

7. De pollenkorrels zijn afkomstig van een knopvariatie-in-kleur van *Moreno*. De bloemkleur is van rose donkerrood geworden; 59% der pollenkorrels was steriel in den eenigen bloemtros, dien ik ter beschikking had.

8. Het pollen is niet kleverig; de steriele pollenkorrels zijn ellipsoidisch, driehoekig of bolvormig; de steriliteit bedraagt 40%.

9. De steriliteit bedraagt 8%.

10. De steriliteit bedraagt 35%.

Nimrod, enkelbloemig rood, 19 chromosomen.

1. De antheren zijn verschrompeld en maken denzelfden indruk als die der varieteit *Moreno* van den zelfden kweeker (zie onder 1.) Het pollen kleeft niet aaneen. Ik vind niet één fertielen korrel. De steriele zijn ellipsoidisch, rond of driehoekig.

2. De bloemen zijn afkomstig van een partij, die zeer vroeg bloeit. De antheren zijn slecht ontwikkeld. Het pollen vertoont fraai het verschijnsel van Němec.

3. De bloemen zijn afkomstig van een laatbloeiende partij, afkomstig van denzelfden kweeker als die onder 2. Ze zijn nog niet ontloken. Het pollen vertoont als 2 het verschijnsel van Němec.

4. Alle pollenkorrels, zoowel fertiele als steriele, zijn normaal gevormd; 26% is steriel.

5. De bloemen zijn afkomstig van een vroegbloeiende partij. De bollen zijn medio October geplant en den 5den April 1919, den datum, waarop ik de bloemtrossen afsnijd, in het bezit van lange wortels. De antheren zijn normaal gevormd, niet verschrompeld. De pollenkorrels zwellen direct in water op, doch zijn kleverig. Onder de fertiele pollenkorrels komen er voor, die om een afgeronde massa protoplasma een meer of minder breede zone van water bevatten. Eenige pollenkorrels hebben een korte, wijde pollenbuis ontwikkeld; 36 % is steriel.

6. De bloemen zijn afkomstig van een laatbloeiende partij van denzelfden kweeker. De bollen zijn den 7den November geplant en de knop verheft zich den 5den April slechts 2 cM. boven den grond. De wortels aan den bol zijn nog zeer kort.

De steriele pollenkorrels zijn alle ellipsoidisch, niet driehoekig. Sommige fertiele pollenkorrels van normale grootte bevatten zetmeelkorrels. Ik tref eenige groote bolvormige pollenkorrels aan, welke volgepropt zitten met zetmeelkorrels; 29 % is steriel. Ik verricht nog vele tellingen aan pollen uit bloemen van andere bloemtrossen, uit deze zelfde partij. Steeds vind ik hetzelfde verschijnsel en een steriliteit van 29 à 30 %.

7. Als 6.

8. Het pollen is niet kleverig. De kernen zijn duidelijk zichtbaar. De steriele pollenkorrels zijn alle ellipsoidisch. In de preparaten drijven eenige zetmeelkorrels; 66 % is steriel.

City of Haarlem, enkelbloemig geel, 23 chromosomen.

1. Het pollen is niet kleverig. De antheren zijn groot en normaal ontwikkeld, doch zij bevatten bijna geen pollenkorrels. De weinige, die er zijn, dragen bijna alle abnormale pollenbuizen met meerdere kernen, of zij zijn groot, bolvormig en gevuld met zetmeelkorrels. Ik onderzoek meerdere bloemtrossen. Steeds is het verschijnsel hetzelfde.

King of the Yellows, enkelbloemig geel.

1. Ik onderzoek het pollen uit de antheren van groene knoppen. Overal vertoont het pollen het verschijnsel van Němec.

2. Alle pollenkorrels zijn normaal gevormd. Slechts 2 % is steriel.

Yellow Hammer, enkelbloemig geel, 16 chromosomen.

1. De pollenkorrels zijn alle normaal; 17½ % is steriel.

2. Idem; 14 % is steriel.

3. Het pollen is kleverig; eenige pollenkorrels hebben een wijde, abnormale pollenbuis ontwikkeld; 87 % is steriel.

4. Het pollen is niet kleverig. De vele preparaten vertoonen nimmer een normalen, fertielen pollenkorrel. Het pollen vertoont volkomen het verschijnsel van Němec.

5. Ik onderzoek het pollen van alle bloemen uit één tros.

Onderste bloem: de antheren bevatten slechts weinige pollenkorrels, die alle steriel zijn.

Volgende bloem: er zijn steriele pollenkorrels, andere met abnormale pollenbuizen en nog andere, die groot en bolrond zijn, vol zetmeelkorrels.

Volgende bloem: pollen als in de vorige bloem; bovendien nog driehoekige, steriele pollenkorrels, terwijl de 2 vorige bloemen slechts ellipsoidische steriele hadden.

Volgende bloem: pollen als in de vorige bloem, doch bovendien eenige fertiele pollenkorrels aanwezig.

Volgende bloem: a.v., doch meer fertiele pollenkorrels aanwezig, n.l. 27½ %.

Volgende bloem: a.v., doch de fertiliteit bedraagt 35½ %.

Vergelijken we dus het pollen der verschillende bloemen, van onder naar boven gaande, dan nemen we een geleidelijken overgang waar van pollen, dat steriel is of het verschijnsel van Němec vertoont naar pollen, dat bestaat uit normaal gevormde steriele en fertiele pollenkorrels.

6. Het onderzoek heeft weer betrekking op alle bloemen van één tros.

Onderste bloem: zeer weinig normale, fertiele pollenkorrels. Voor de rest: het verschijnsel van Němec. De antheren zijn verschrompeld en bevatten weinig pollen.

Volgende bloem: a.v.; in de abnormale pollenbuizen zijn duidelijk meer dan 3 kernen waar te nemen.

Volgende 12 bloemen: het aantal normale, fertiele pollenkorrels is overwegend.

7. Het pollen is niet kleverig, doch het maakt een normalen indruk; 36% is steriel.

8. Behalve normaal gevormde fertiele en steriele pollenkorrels komen er groote, bolvormige en andere, van normale grootte voor, gevuld met zetmeelkorrels; 15% is steriel.

Marchioness of Lorne, enkelbloemig oranje, 16 chromosomen.

1. In de vele preparaten komen slechts steriele pollenkorrels voor en andere, die abnormale pollenbuizen ontwikkeld hebben.

2. Meer dan 90% der pollenkorrels is steriel.

3. Idem.

B. Gevuldbloemige varieteiten.

La Virginité, gevuldbloemig wit.

1. In een druppel water barsten de pollenkorrels zeer snel. De

grauwe tint, welke zij door hun protoplasma vertoonen, is dan verdwenen en de leege, heldergeel geklenrde exinen, waarop de wratachtige verhevenheden duidelijk zichtbaar zijn, blijven dan over. Ik vervaardig eenige preparaten en laat de pollenkorrels $^1/_2$ minnut in water liggen. Bekijk ik ze nu, dan blijken eenige korrels ontkiemd te zijn met een abnormale, wijde pollenbuis. Het protoplasma bevindt zich nu geheel en al in de pollenbuis en omgeeft meerdere kernen.

Noble par Mérite, gevuldbloemig rood.

1. De bloemen zijn in zulk een hooge mate gevuld, dat ik slechts weinige pollenkorrels aantref. Deze zijn voor 18 % steriel.

2. De steriliteit is moeilijk te bepalen, omdat de meeste pollenkorrels in een overgangsstadium van fertiel naar steriel verkeeren.

3. De meeste pollenkorrels zijn steriel. In de fertiele zijn duidelijk twee kernen zichtbaar. Ik neem bijna uitsluitend pollenkorrels waar, die in viertallen aan elkaar kleven. Deze tetraden bestaan meestal uit 1 fertielen en 3 steriele pollenkorrels of uit 4 steriele. De steriele zijn volgroeid. Zoowel onder de steriele als onder de fertiele bemerk ik er, die gevuld zijn met zetmeelkorrels. Tevens komen er pollenkorrels met abnormale pollenbuizen voor. Niet in alle antheren tref ik ontkiemde pollenkorrels aan. De steriliteit bedraagt minstens 50 %.

Bloksberg, gevuldbloemig blauw.

1. Ik onderzoek de antheren uit een groene knop. Het pollen is niet kleverig en het vertoont duidelijk het verschijnsel van Němec.

Van Speijk, gevuldbloemig blauw, 21 chromosomen.

1. De antheren uit een groene knop worden onderzocht. De preparaten zijn geheel en al te vergelijken met de teekeningen, die Němec heeft vervaardigd betreffende de abnormale pollenbuizen met veel kernen, de groote bolvormige pollenkorrels vol zetmeel en de steriele pollenkorrels.

2. De petaloide antheren bevatten weinig, doch normaal pollen; 25% is steriel.

Hieraan voeg ik nog een tabel toe, die in overzichtelijken vorm den inhoud der beschrijvingen weergeeft. Onder de cijfers 1°—10° staat voor iedere varieteit het resultaat der telling aangeduid, in overeenstemming met hetgeen in de beschrijvingen achter hetzelfde cijfer stond. Deze cijfers wijzen op de steriliteitsprocenten; door de letter *n* wordt het „*verschijnsel van* Němec" aangegeven. De hoofdletter tusschen haakjes duidt de herkomst van den bloemtros aan, waaruit het pollen afkomstig was. Tevens heb ik achter de varieteiten, waarvan mij dit bekend is, het aantal chromosomen, voorkomende in de somatische cellen, aangegeven.

Naam der varieteit.	Aantal chromosomen.	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°	10°
				A. Enkelbloemige varieteiten.							
Charles Dickens		n+21 (C.)	27 (E.)								
Général Pélissier	16	n+14 (C.)	n+14 (C,)								
Lady Derby	24	n (C.)	4 (G.)	3½ (D.)	6 (D.)	4 (D.)					
Moreno		n (B.)	24 (D.)	40 (D.)	11 (G.)	15 (G.)	13	59	48 (A.)	8 (B.)	35 (B.)
Nimrod	19	n (B.)	n (C.)	n (C.)	26 (D.)	n+36 (H.)	29 (H.)	29 (H.)	66 (K.)		
City of Haarlem	23	n (C.)									
King of the Yellows		n (C.)	2 (D.)								
Yellow Hammer	16	17½ (A.)	14 (A.)	n+87 (B.)	n (B.)	n (B.)	n (B.)	36 (C.)	15 (D.)		
Marchioness of Lorne	16	n (C.)	90 (C.)	90 (E.)							
				B. Gevuldbloemige varieteiten.							
La Virginité		n (D.)									
Noble par Mérite		18 (A.)	? (D.)	n+50 (E.)							
Bloksberg		n (C.)									
Van Speijk	21	n (C.)	25 (E.)								

De voornaamste conclusies, die met het oog op de strekking van deze publicatie uit de voorgaande onderzoekingen voortvloeien, zijn de volgende:

1°. Zoowel de pollenkorrels uit *normaal gevormde antheren*, als die, welke ontstaan zijn in *petaloide antheren*, kunnen ontkiemen met meerkernige, abnormale pollenbuizen. De meening van Němec, als zou dit verschijnsel gebonden zijn aan gevuldbloemigheid, is dus onjuist.

2°. Het verschijnsel staat evenmin in verband met het al of niet heteroploid zijn der hyacinthenvarieteiten. Het valt evenzoo goed bij *diploide* als bij *heteroploide* te constateeren.

3°. Uit het feit, dat in één en denzelfden bloemtros of in verschillende bloemtrossen van dezelfde varieteit nu eens geheel normale pollenkorrels worden aangetroffen en dan weer pollen, dat het verschijnsel van Němec vertoont, valt af te leiden, dat de abnormaal ontkiemde, meerkernige pollenkorrels hun ontstaan te danken hebben aan *uitwendige* en niet aan *inwendige* invloeden.

Licht zou men, tengevolge van meer oppervlakkig onderzoek, geneigd zijn, dergelijke afwijkingen eenvoudig toe te schrijven aan *onder-* of *overvoeding*, oorzaken, die tevens zoo gaarne genoemd worden ter verklaring der abnormale vermeerdering van het aantal chromosomen. Němec vermeende, in *overvoeding* der petaloide antheren de oorzaak van het ontstaan der abnormale, meerkernige pollenbuizen te moeten zien. De vondst der abnormale pollenkorrels in de bovenste bloemen der trossen van *Charles Dickens* (1°) en *Général Pélissier* (1° en 2°) zou kunnen pleiten voor het feit, dat *ondervoeding* de oorzaak is, daar steeds de bovenste bloemen in veel slechtere conditie verkeeren dan de onderste van den tros. Het waargenomene bij *Yellow Hammer* (5° en 6°) is daar evenwel mee in strijd. Hier gedragen zich immers de *onderste* bloemen van den tros juist zooals de *bovenste* van *Charles Dickens* en *Général Pélissier* terwijl ook hier de regel evenzeer geldt, dat de onderste bloemen in beteren toestand verkeeren ten opzichte van de voeding dan de bovenste. De oorzaken moeten dus in ieder geval van meer gecompliceerden aard gedacht worden, waarover straks nader.

5°. De abnormale pollenbuizen kunnen reeds tot ontwikkeling komen in den groenen knop. In andere gevallen ontstaan zij eerst gedurende den bloei.

6°. Uit de gegeven beschrijvingen, benevens uit de hier niet gepubliceerde groote tabellen, valt op te maken, dat a.h.w. tusschen het beeld, dat normaal pollen ons biedt en het verschijnsel van Němec een trapsgewijze overgang bestaat, welke zich als volgt openbaart:

a. normaal pollenbeeld; fertiele en steriele korrels zijn aanwezig; de laatste groot en ellipsoidisch.

b. behalve de groote ellipsoidische steriele pollenkorrels, komen er kleinere ellipsoidische voor en andere, die rond of driehoekig zijn.

c. de steriele pollenkorrels van verschillenden vorm en grootte krijgen de overhand, hetgeen wellicht wijst op een ten deele vroegtijdig afsterven; daarnaast komen groote, ronde pollenkorrels voor, gevuld met zetmeelkorrels.

d. het volledige verschijnsel van Němec.

VI. *Over de voorwaarden, waaronder het verschijnsel van* Němec *ontstaan kan.*

Hier zij nog even in herinnering gebracht, dat al de onderzochte pollenkorrels afkomstig waren van planten, die door mij, op grond van de verschillende voorwaarden, waaronder zij gekultiveerd waren, tot 13 verschillende rubrieken gerangschikt werden, van A. tot M. Dat ik aan deze schikking een voornaam deel mijner resultaten te danken heb, moge blijken bij een blik op de laatste tabel. Deze toont ons duidelijk, dat het pollenbeeld van Němec zich bijna uitsluitend beperkte tot de rubrieken C. en B. Van de 20 keeren, dat dit beeld werd aangetroffen, kwam het 11 maal bij C., 6 maal bij B. en 1 maal bij D., E. en H. voor. Bovendien viel het direct in het oog, dat de pollenbeelden, die een der hierboven geschetste overgangen vertoonden van een normaal beeld naar het verschijnsel van Němec, zich eveneens het meest openbaarden in de rubrieken C. en B.

Aangezien ik mij zoo nauwkeurig mogelijk op de hoogte gesteld had van de omstandigheden, waaronder de planten, tot de 13 rubrieken behoorende, hadden geleefd, van het oogenblik, waarop in 1918 de bollen gerooid waren tot het tijdstip, waarop het pollen door mij onderzocht werd, viel het mij niet moeilijk te beslissen *onder welke kultuurvoorwaarden* hyacinthenvarieteiten in staat zijn, pollen voort te brengen, dat het verschijnsel van Němec vertoont.

Het mag als bekend worden verondersteld, dat de kweekers hun hyacinthenbollen, nadat de bladeren afgestorven zijn, tegen het einde van Juni en in Juli rooien, de bollen daarna in kunstmatig verwarmde schuren te drogen leggen, en ze in September weer gaan planten. Zoo werden b.v. de bollen, — ik vermeld een en ander in grove trekken — die door mij gerangschikt waren onder de rubriek D., in 1918 gerooid tusschen 1 Juli en 25 Juli. De schuur werd van 1 Augustus tot 1 November de eerste weken verwarmd tot 65° F.; daarna liet men de temperatuur stijgen tot 75° F. Tusschen

20 September en 1 November werden de bollen weer geplant.

Alle bollen, die: 1°. op deze wijze behandeld waren, al liepen verwarmingstijd en warmtegraad eenigermate uiteen, benevens andere, die 2°. ondergebracht waren in schuren, waarin niet gestookt werd, 3°. niet gerooid werden, dus buiten den rusttijd doormaakten, 4°. niet geplant of op glazen gezet waren, 5°. op glazen gekultiveerd werden, 6°. in leeftijd of in omvang verschilden, brachten nimmer bloemen te voorschijn, welker pollen het verschijnsel van Němec vertoonde.

Anders was het gesteld met de planten, die *ten deele* het z.g. „prepareeren" ondergaan hadden. De bollen, die men daartoe uitkiest, *worden in onrijpen toestand gerooid*, in de schuur vrij sterk verwarmd en daarna in potten geplant of op glazen gezet. Als de knop zich een weinig boven den grond begint te verheffen, wordt de plant ten tweede male aan een hoogere temperatuur blootgesteld, waarvan het gevolg is, dat de bloemen zeer vroeg bloeien. Men zie hiervoor: A. H. Blaauw: *Over de periodiciteit van Hyacinthus orientalis, bl.* 51, *deel XVIII der Mededeelingen van de Landbouwhoogeschool* en mijn publicatie: *Over het voorkomen van heteroploide varieteiten van Hyacinthus orientalis L. in de Hollandsche kulturen*, thans ter perse voor het tijdschrift „*Genetica*".

Zoo werden de bollen der varieteit *Nimrod* (rubriek B), in welker bloemen ik het eerst pollenkorrels vond, die mij het verschijnsel van Němec vertoonden, den 10en Juni gerooid, *terwijl de bladeren nog frischgroen waren en geen spoor van afsterven lieten blijken.*

Gedurende 21 dagen werden zij blootgesteld aan een temperatuur, die volgens een zaaglijn van 90° F. tot 78° F. liep; daarna tot 26 October aan een temperatuur, schommelende tusschen 70° F. en 60° F. Zij werden niet in potten gezet en later niet tot vroegen bloei gebracht, doch tusschen 26 October en 1 November buiten in den vollen grond geplant. Op deze wijze nu waren alle bollen behandeld, die bij de rubriek B. ondergebracht zijn en abnormale pollenbuizen tot ontwikkeling brachten.

Zeer merkwaardig was het verschijnsel, dat ik waarnam bij de planten, gerekend tot rubriek C. Deze waren alle gekultiveerd door een zelfden kweeker, van wien ik 25 varieteiten (19 enkelbloemige en 6 gevuldbloemige) onderzocht, met welke ik 31 tellingen verrichtte. Van 6 varieteiten werden 2 tellingen genoteerd. Dit waren varieteiten, die in 2 partijen gekweekt waren, onder verschillende voorwaarden. In 21 van de 31 gevallen week het pollen meer van het normale beeld af dan dat der zelfde varieteiten, ondergebracht in alle overige rubrieken. In 5 gevallen kon ik het niet

vergelijken met dat van andere rubrieken, omdat ik daarvoor geen bloemtrossen ter beschikking had. In de resteerende gevallen werd het in gelijke of in iets betere conditie aangetroffen dan dat van eenige andere rubriek.

Op zeer frappante wijze bleek mij nu, dat de bloemtrossen met pollen, dat het verschijnsel van Němec *te zien gaf of overgangen van het normale beeld naar het verschijnsel van* Němec, *steeds afkomstig waren van bollen, die in onrijpen toestand, tusschen* 1 *en* 15 *Juli gerooid werden.* Direct na het rooien ving de kunstmatige verwarming aan, tot 20 September van 75° tot 80° F.; daarna tot den planttijd, die in October plaats had, van 70° tot 75° F. Het planten vond plaats in den vollen grond.

Het waargenomene heeft er mij toe gebracht, verleden zomer verscheidene hyacinthenbollen opzettelijk aan verschillende uitwendige invloeden te onderwerpen. Uit deze proefnemingen is mij nu, den 3^{en} Februari, gebleken, *dat het mogelijk is, al of niet pollenkorrels te doen ontstaan, welke het verschijnsel van* Němec *vertoonen.* Op de groote beteekenis *van het doelbewust te voorschijn roepen van meerkernige pollenkorrels* — ook Sakamura (1920, bl. 145) is door zijn vondst van meerdere kernen in de pollenkorrels van *Allium Cepa* tot de meening gekomen, dat zij haar ontstaan te danken hebben aan modificatie der uitwendige levensvoorwaarden — hoop ik binnenkort de aandacht te kunnen vestigen.

De figuren 1 en 2 brengen de pollenkorrels der varieteit *Yellow*

Fig. 1. (Oc. 2, Obj. A. van Zeiss).

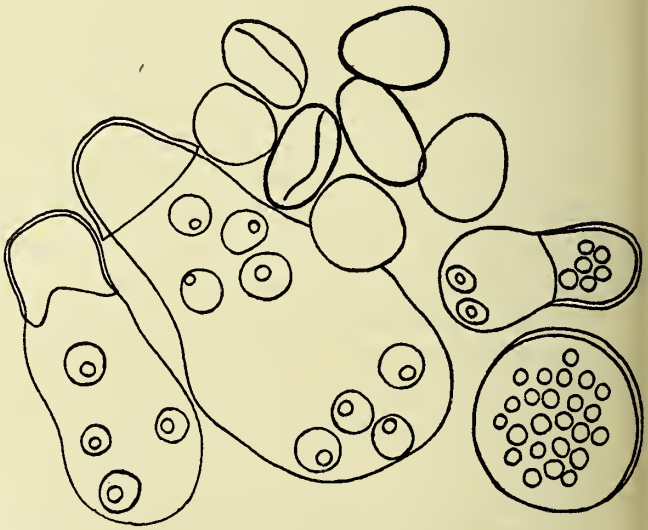


Fig. 2. (Oc. 2, Obj. D. van Zeiss).

Hammer in beeld, zooals ik ze thans aantrof in alle antheren der

planten, die aan dezelfde bizondere uitwendige omstandigheden zijn blootgesteld. Deze figuren zijn met behulp van een teekenprisma geteekend.

LITERATUUR.

CHAMBERLAIN, CH. J., Contribution to the life history of *Lilium philadelphicum* (The pollengrain), Bot. Gaz„ 23, 1897.

ELFVING, FR., Studien über die Pollenkörner der *Angiospermen*, Jenaische Zeitschr. f. Naturwiss., 13, 1878.

GOLINSKI, Ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte des Androeceums und des Gynaeceums der *Gräser*, Bot. Centralbl., 55, 1893.

GUIGNARD, L., Le développement du pollen et la réduction chromatique dans le *Najas major,* Arch. d'anat. microsc., II, 1899.

MURBECK, SV., Ueber die Embryologie von *Ruppia rostellata Koch.* K. Sv. Vetensk. Handl., 36, 1902.

NĚMEC, B., Ueber den Pollen der petaloiden Antheren von *Hyacinthus orientalis L.*, Academie des Sciences de l'Empereur François Joseph I, V, Bulletin Internal, (Sc. math. et nat.), 1898.

SAKAMURA, F. Experimentelle Studien über die Zell- und Kernteilung mit besonderer Rücksicht auf Form, Grösze und Zahl der Chromosomen, Journal of the College of Science, Imperial Univ. of Tokyo, Vol. XXXIX, Art. 11, March 20th, 1920.

SCHAFFNER, J. H., Contribution to the Life-History of *Sagittaria variabilis*, Bot. Gaz., 23, 1897.

SCHNIEWIND—THIES, J., Die Reduction der Chromosomenzahl und die ihr folgenden Kernteilungen in den Embryosackmutterzellen der *Angiospermen*, Jena, 1901.

SCHÜRHOFF, P. N., Ueber die Teilung des generativen Kerns vor der Keimung des Pollenkorns, Arch. f. Zellf., 15, Heft 2, 1919.

STRASBURGER, E., Neue Untersuchungen über dem Befruchtungsvorgang der Phanerogamen usw., Jena, 1884.

WIEGAND, K. M., The development of the microsporangium and microspores in *Convallaria* and *Potamogeton*, Bot. Gaz., 28, 1899.

Plantenphysiologisch Laboratorium van Prof. Dr.
ED. VERSCHAFFELT, *Hortus Botanicus.*

Amsterdam, Februari 1921.

Geologie. — De Heer RUTTEN biedt een mededeeling aan: *„Over den ouderdom der tertiaire, oliehoudende afzettingen van Klias-Schiereiland en Poeloe Laboean (Noordwest-Borneo)".*

Op de door TH. POSEWITZ [1]) gepubliceerde geologische kaart van Borneo is langs de noordwestkust van het eiland en op het eiland Laboean een breed band van tertiaire afzettingen aangegeven, dat zich van Zuid-Serawak tot aan de noordpunt van Borneo uitstrekt. Over het algemeen weet men niet, tot welke onderafdeelingen van het tertiair deze afzettingen behooren. T. BELLOT [2]), die de kool van het eiland Laboean voor het eerst vermeldde, zegt niets over haren ouderdom. J. MOTLEY [3]), die de koolhoudende formatie van Laboean vrij gedetailleerd beschreef, is er wel is waar van overtuigd, dat ze van tertiairen ouderdom is, en deels in een ondiepe zee, deels in rivierdeltas is gevormd, maar zegt niet met beslistheid, tot welk onderdeel van het tertiair zij behoort. TH. POSEWITZ [4]) geeft echter aan, dat MOTLEY het tertiair van Laboean voor eoceen hield. Ook C. SCHMIDT zegt, dat bijna alle oudere schrijvers het tertiair van Laboean en van Klias-Schiereiland voor eoceen hebben gehouden, en wijst zelf op de petrografische analogie der afzettingen van Klias-Schiereiland met de gesteenten van Poeloe Laoet, zuidoostelijk van Borneo [5]). Uit meer zuidelijke gebieden van Noordwest-Borneo beschreef A. V. JENNINGS [6]) eocene Orbitoiden: ze werden aan de Barramrivier bij Langusan (Batoe Gading) en zuidelijk van de Barramrivier (Silungen) gevonden. NEWTON and HOLLAND [7]) toonden aan, dat in deze zuidelijke gebieden van Noordwest-Borneo naast eocene ook

---

[1]) TH. POSEWITZ. Borneo. Berlin. 1889.

[2]) T. BELLOT. On the discovery of coal on the island of Labuan, Borneo. Quart. Journ. Geol. Soc. London. 4. 1846. p. 50.

[3]) J. MOTLEY. Report on the geological phenomena on the island of Labuan etc. Journ. of the Indian Archipelago VI. 1852. p. 555 – 573. Zie ook: Quart. Journ. Geol. Soc. London 9. 1853. p. 54—57.

[4]) TH. POSEWITZ. l.c. p. 174.

[5]) C. SCHMIDT. Ueber die Geologie von NW-Borneo etc. Gerlands Beitr. zur Geophysik. VII. 1905. p. 121—135. 1 pl.

[6]) A. V. JENNINGS. Noto on the orbitoidal limestone of North Borneo. Geol. Magazine. (3) V. 1888. p. 529—532.

[7]) R. B. NEWTON and R. HOLLAND. On some tertiary Foraminifera from Borneo. Ann. and Mag. Nat. Hist. (7) III. 1899. p. 245—264.

oligomiocene gesteenten moeten voorkomen: ze vonden in rolsteenen uit de Soengei Malinam (= Melinan), eene zijrivier der Soengei Barram deels eocene Orbitoiden en Nummulieten, deels oligomiocene Orbitoiden (Lepidocyclina Verbeeki Newt. and Holl.).

Terwijl men over den aard der sedimenten, waaruit de door Newton and Holland beschreven oligomiocene fossielen afkomstig zijn, niets weet, kent men de samenstelling der voor eoceen gehouden afzettingen van Brunei, Klias-Schiereiland en Laboean vrij goed. Volgens de door C. Schmidt (l.c.) gepubliceerde beschrijvingen en profielen heeft men hier te doen met een petroleum-houdende formatie van verschillende duizenden meters dikte, die uit eene sterkgeplooide serie van zandsteenen, mergels, kleischalies, kalksteenen, conglomeraten en kool bestaat. Talrijke olievindplaatsen en zeer belangrijke slijkvulkanen toonen aan, dat deze formatie primair rijk aan olie moet geweest zijn.

In het jaar 1914 ontving ik van wijlen Dr. G. Niethammer eenige stukken kalksteen uit het tertiair van Klias-Schiereiland. Voor eenigen tijd zond Dr. W. Hotz te Basel mij eene kleine collectie gesteenten en boormonsters, die gedeeltelijk door Niethammer, gedeeltelijk door hem zelf verzameld waren. Deze kleine collectie is van belang, omdat zij uit verschillende stratigrafische niveaux afkomstig is. Eén stuk kalksteen is van Poeloe Boeroeng bezuiden Laboean afkomstig; volgens C. Schmidt (l.c.) ligt dit eilandje op eene synklinale, zoodat de kalksteen zeker tot de jongere niveaux der serie zal behooren. Een ander stuk werd door Hotz op het kleine eilandje op de westkust van Klias verzameld, dat volgens Schmidt tijdens de uitbarsting van een slijkvulkaan op den 21 September 1897 op de as eener diep opgeplooide antiklinale gevormd werd. Verschillende stukken kalksteen zijn op Klias-Schiereiland aan de oppervlakte verzameld. Uit de boring 1 der Nederlandsche Koloniale Petroleum-Maatschappij op Klias-Schiereiland kreeg ik monsters uit diepten tusschen 773 en 1480 voet. Ten laatste verzamelde Hotz een stuk kalksteen op eene rots benoorden het eilandje Tega, dat in de noordwaartsche verlenging van Klias-Schiereiland is gelegen.

Het gesteente, dat ik in 1914 van Dr. Niethammer ontving, is een geelgrijze, vrij kristallijne rifkalk, aan welks oppervlakte men met de loupe Cycloclypeus communis Martin, Heterostegina depressa d'Orb., kleine Lepidocyclinen en Koralen herkent. In dunne doorsneden ziet men, dat een deel der Lepidocyclinen door geringe grootte, schaarsche, centraal gelegen, dikke skeletzuiltjes, en mediane kamers, die naar de periphérie hooger worden, gekenmerkt is, en daarom in de verwantschap van L. Munieri Lem. et Douv. thuis

hoort. Aan een geïsoleerd exemplaar kon vastgesteld worden, dat de fossielen megalosfeer zijn, en dat de embryonale kamers van het niervormige type zijn. In de dunne doorsneden ziet men voorts Lithothamniën en Lepidocyclina sp. Nog eene andere Lepidocyclina, dubbelconisch van vorm en mikrosfeer, kon uit het gesteente uitgeprepareerd worden; ze staat dicht bij L. acuta Rutten. Uit de afwezigheid van Nummulieten en groote Lepidocyclinen eenerzijds en van Miogypsina anderzijds, en uit de aanwezigheid van L. acuta mag men concludeeren, dat het gesteente uit het middelste deel van het Lepidocyclinen-houdende tertiair afkomstig, en dus zeer waarschijnlijk midden-oudmioceen is.

Het is niet onmogelijk, dat het beschreven gesteente van dezelfde vindplaats afkomstig is als een andere kalksteen uit de collectie Hotz, die door Niethammer aan de Soengei Silico werd verzameld (N°. 499). Ook hier herkent men aan de oppervlakte Heterosteginen, kleine Lepidocyclinen en een enkele grootere, vlakke Lepidocyclina. In de dunne doorsneden van het gesteente ziet men, dat de kalksteenen zeer kristallijn zijn en dat zij tallooze Lepidocyclinen bevatten. Daarnaast komen Cycloclypeus communis Martin, Heterostegina, Operculina, Carpenteria, Rotalidae en Lithothamnium voor. De meeste Lepidocyclinen behooren tot eene kleine soort; de horizontale diameter is 2—3 mM., de verticale 1—1½ mM. De fossielen zijn megalosfeer met niervormige embryonale kamers; er zijn schaarsche, maar zeer dikke, centraal gelegen skeletzuilen; de mediane kamers worden naar de peripherie hooger, en vaak zet het vlak der mediane kamers zich buiten het eigenlijke lichaam van het fossiel voort, een kraag om het lensvormige centrum vormend. Deze fossielen behooren zeker thuis in de groep der Lepidocyclina Munieri Lem. et Donv. Daarnaast komen iets grootere, mikrosfere vormen voor (horizontale diameter 3—4 mM., verticale diameter 1—1½ mM.), die door vlakkeren lensvorm en door het voorkomen van zeer talrijke gelijkmatig over het geheele lichaam verdeelde skeletzuilen van de vorige verschillen.

Ten laatste zijn er enkele doorsneden van eene iets grootere soort, wier diameter meer dan 6 mM. bedraagt, wier hoogte echter niet meer dan 1½ mM. is. De fossielen zijn dus zeer vlak, en, in samenhang hiermede, is de hoogte der laterale kamers zeer gering. Waarschijnlijk zijn ze mikrosfeer. Eigenlijke skeletzuiltjes zijn niet aanwezig, maar de verticale wanden tusschen de laterale kamers zijn vrij sterk verdikt. Terwijl de beide eerste beschreven vormen nog tot de „gewone" kleine Lepidocyclinen behooren, die het middelste en jongste deel van het Lepidocyclinen-houdende tertiair

karakteriseeren, begint de laatstbeschreven vorm al analogieën te vertoonen met de groep van Lep. formosa Schl. (vlakheid, grootere diameter, afwezigheid van skeletzuiltjes) die het onderste deel van het Lepidocyclinen-houdende tertiair kenmerkt. De fossielen uit den kalksteen van Sg. Silico verschillen nochtans van de typische L. formosa door veel kleineren diameter. Ook dezen kalksteen mag men gevoegelijk tot het midden-oudmioceen brengen.

De kalksteen van Poeloe Boeroeng bezuiden Laboean, die volgens C. Schmidt in eene synclinale optreedt (l.c.), is een echte rifkalk. Ten onrechte beschouwde dus J. Motley (l.c.) de kalksteenen van dit eiland als het afzettingsproduct van kalkhoudende bronnen. Het gesteente is grijs, iets poreus, en vrij kristallijn. In de dunne doorsneden herkent men Lithothamnium, Halimeda, Amphistegina, Miliola, Textularidae, zeer schaarsche Miogypsinen en enkele kleine Lepidocyclinen met eenen diameter van slechts $1^1/_2$ mM., waarvan eenige nog sterke zuiltjes bezitten, andere geheel skeletloos zijn. Het voorkomen van Miogypsina en van kleine, gedegenereerde Lepidocyclinen en de afwezigheid van grootere Lepidocyclinen wijst erop, dat het gesteente uit het jongste deel van het Lepidocyclinen-houdende tertiair moet afkomstig zijn, eene conclusie die gedekt schijnt te worden door de geologische waarnemingen in loco.

Het gesteente van het Nieuwe Eiland op de westkust van Klias is daarentegen zeker uit het oudere deel der sedimentserie afkomstig. Het is een bruingrijze, met limoniet geïmpregneerde Foraminiferenbreccië. De limonietische substantie heeft voor een deel de holten en poriën der fossielen opgevuld, waardoor hunne structuur voortreffelijk zichtbaar geworden is. Naast Koralen, Lithothamniën, Operculinen, Heterosteginen en Lepidocyclina cf. Munieri Lem. et Douv. komen hier grootere, megalosfere Lepidocyclinen van het type der Eulepidinen voor. Deze verschillen maar nog weinig — en wel door minder belangrijke grootte — van de typische vormen van L. formosa Schl., waarmee ze de groote vlakheid, den bouw der embryonale kamers, de afwezigheid van zuiltjes en de sterke verdikking der verticale wanden tusschen de laterale kamers gemeen hebben.

Twee mergelige kalksteenen, door G. Niethammer in de riviertjes Napassoe en Blanot verzameld, bevatten geenerlei kenmerkende fossielen.

De boormonsters uit de boring I der Nederlandsche Koloniale Petroleum-Maatschappij zijn in hoofdzaak harde, grijze, soms iets mergelige kleischalies, die zeer veel lijken op de kleischalies uit het oudste mioceen en het oligoceen van Oost-Borneo (monsters van 773′, 825′, 830′, 975—980′, 1000′ en 1480′). Soms treden er zanden

of zandsteenen op (1415—1420′). Op verschillende niveaux werden in de mergelige kleischalies Foraminiferen gevonden, waarbij de monsters op verschillende diepte eene verschillende faunula opleverden. Bij 800′ 1300′ 1308′—1312′, 1330′—1335′ en bij 1342′ werden naast indifferente vormen als Heterostegina en Cristellaria alleen kleine Lepidocyclinen gevonden, die tot verschillende soorten behooren (L. aff. Munieri Lem. et Douv., L. aff. inflata Provale, L. sp.), van wier nauwkeurige specifieke determinatie en van wier beschrijving ik hier afzie, omdat zij geen bijzondere stratigrafische waarde bezitten. Bij 1355′—1370′ en bij 1412′—1415′ daarentegen werden naast kleine Lepidocyclinen ook grootere individuen gevonden, en wel in eerste plaats dezelfde platte, zuillooze, ongeveer 10 mm. groote Eulepidinen, die ook in den kalksteen van het Nieuwe Eiland voorkomen, maar daarnaast nog andere vormen, die door het bezit van talrijke, over de geheele oppervlakte verdeelde zuiltjes gekenmerkt zijn. De eersten behooren in de verwantschap van L. formosa thuis, de tweeden zijn verwant met L. insulaenatalis Jones and Chapman. We zien dus, dat deze grootere vormen eerst in de diepere niveaux der boring beginnen op te treden.

Terwijl alle tot nu toe beschreven gesteenten zeker tot ééne sedimentserie behooren, heeft de kalksteen, die door Hotz op een kalkrif benoorden Poeloe Kaloempoenian, noordelijk van Poeloe Tega werd verzameld, een anderen habitus. Het is een grijs, pseudo-öolithisch gesteente, dat zeer veel Lithothamniën en enkele Miliolidae bevat, maar waarin de kenmerkende litorale Foraminiferen uit het oligomioceen ten eenenmale ontbreken. Het is waarschijnlijk, dat ook deze kalksteen van tertiairen ouderdom is, maar het is onmogelijk om te zeggen, in welk onderdeel van het tertiair hij thuis hoort.

Het onderzoek der boven beschreven gesteenten heeft in de eerste plaats geleerd, dat de petroleumformatie van Noordwest-Borneo, en meer speciaal van Klias-Schiereiland en Laboean niet, gelijk tot nu toe werd aangenomen, van eocenen ouderdom is, maar dat hare antiklinaalkernen nauwelijks tot het oligoceen reiken[1]). Hier toch treden nog niet de typische, groote Lepidocyclinen op, die voor het oligoceen kenmerkend zijn, terwijl ook nog geen reticulate Nummulieten gevonden werden. (Diepere deelen der boring Klias I, gesteente van Nieuw Eiland). Het jongste onderzochte gesteente (kalksteen van P. Boeroeng bezuiden Laboean) — dat echter waarschijnlijk

[1]) Het is natuurlijk mogelijk, dat onder de antiklinaalkernen ook nog het eoceen ontwikkeld is, maar hierover kan op grond van het onderzochte materiaal niets gezegd of zelfs maar vermoed worden.

nog niet tot het jongste deel der sediment-serie behoort — moet nog tot het mioceen s. str. gerekend worden, maar de fossielen wijzen erop, dat het gesteente uit het allerbovenste deel van het Lepidocyclinen-houdende tertiair afkomstig is.

Er bestaat dus eene bevredigende stratigrafische overeenkomst tusschen de petroleumformaties van Noordwest- en Oost-Borneo.

Beide formaties werden gevormd in dezelfde periode van langaanhoudende sedimentatie, gepaard aan daling der sedimentatiegebieden, die waarschijnlijk in het oligoceen begint (gas- en oliehoudende lagen uit den kern der Sangatta, Boengaloen en Sekoeraan-antiklinale in Oost-Borneo [1]) en tot in het plioceen (petroleumlagen van P. Tarakan) voortduurt.

Molengraaff heeft kort geleden [2]) aangetoond, dat de tertiaire petroleumafzettingen van het westelijk deel van onzen Archipel in het O., Z. en ZW. randstandig zijn aan het oude „Soendaland", en de verwachting uitgesproken, dat de petroleumformatie van Noordwest-Borneo, die eene analoge positie aan den NW.-rand dezer landmassa inneemt, genetisch nauw verwant zou zijn met de petroleumafzettingen op de Nederlandsche gebieden. Deze opvatting blijkt dus juist te zijn. Volgens de opvatting van Molengraaff moet de oorsprong van het materiaal der neogene sedimenten van NW-Borneo dus in het Zuidoosten, in het onde massief van Borneo gezocht worden. Geheel tegengesteld was de meening van J. Motley (l. c.), die de tertiaire afzettingen van Laboean, Broenei en Klias beschouwde, deels als sedimentaties aan eene oostkust van zuidaziatisch vastland, deels als deltavormingen eener reusachtige rivier, die hij uit Centraal-Azië wilde laten komen. Op deze verschillen in opvatting komen wij straks nog terug.

Voorloopig willen wij er de aandacht op vestigen, dat, beter nog dan door de verspreiding der petroleum- en steenkoolafzettingen, die immers slechts onder bepaalde gunstige voorwaarden van sedimentatie ontstaan, de randen van het oligomiocene „Soendaland" kunnen aangegeven worden door de neogene rifkalken, die — vergelijkbaar, als ze naar hunne facies zijn met de recente rifkalken in de tropen — wel aan geen kuststrook van eenige uitgestrektheid zullen ontbroken hebben. De meest binnenwaarts gelegen oligomiocene rifkalken zullen ons dus de grens aangeven tot waar op zijn minst het eiland Borneo gedurende het neogeen door de zee is bespoeld geweest.

[1]) L. Rutten. Veranderingen der facies in het tertiair van Oost-Koetei (Borneo). Deze verslagen, XXV. 1916. p. 700—709.

[2]) G. A. F. Molengraaff. Deze verslagen. XXIX. 1920. p. 141—149.

Beschouwen we uit dit oogpunt het eiland, dan zien wij, dat er tijdens het neogeen perioden moeten geweest zijn, waarin slechts betrekkelijk kleine deelen van Borneo boven de zee uitstaken.

In het Noorden beginnende, zien wij, dat van de eilanden Balambangan en Banguey neogene rifkalken bekend zijn [1]). Van de omgeving van Kudat bezit ik eenen Lepidocyclinen-houdenden kalksteen, die aldaar door Dr. W. Hotz verzameld werd. Uit het stroomgebied der Sg. Kinebatangan zijn al lang miocene kustkalken van den G. Gomanton bekend [2]). Van den Batoe Tjinagat bezit het Geologisch Instituut te Utrecht een stuk Lepidocyclinen-houdende kalksteen. Terwijl deze vindplaatsen alle vrij dicht bij de kust liggen, en uit het binnenland in deze noordelijke gebieden maar weinig bekend is, treden verder zuidwaarts in Oost-Borneo de litorale neogene kalksteenen tot steeds verder naar het binnenland op. Uit het stroomgebied der Beraoe-rivier bezit ik Lepidocyclinen-houdende kalksteenen van de riviertjes Birang en Lassan, die door Dr. F. Weber werden verzameld. Zooals bekend is, hebben op Sangkoelirang neogene sedimenten groote verspreiding. Zuidwaarts tot zeker bezuiden de Balikpapan-baai wordt eene kuststrook van wel 100 K.M. breedte opgebouwd door geplooide neogene gesteenten. Men weet, dat deze sedimenten lang niet alle van marinen oorsprong zijn; belangrijke en talrijke ingressies en regressies moeten hier plaats gehad hebben [3]). Dat deze ingressies echter minstens éénmaal zeer ver binnenwaarts zijn doorgedrongen, bewijzen de vondsten van oligomiocene kalksteenen bij Oedjoe Halang [4]) en Kiham Halo [5]) aan de Boven-Mahakam-rivier. Hier sluiten verder zuidwaarts de oudneogene rifkalken van de Midden-Barito-rivier bij Batoe Poetih [6]) en van de Mahanjong-rivier in het stroomgebied der Sg. Kapoewas Moerang [7]) aan. Nog weer verder naar het Zuidwesten is mij niets van het voorkomen van neogene kustafzettingen bekend.

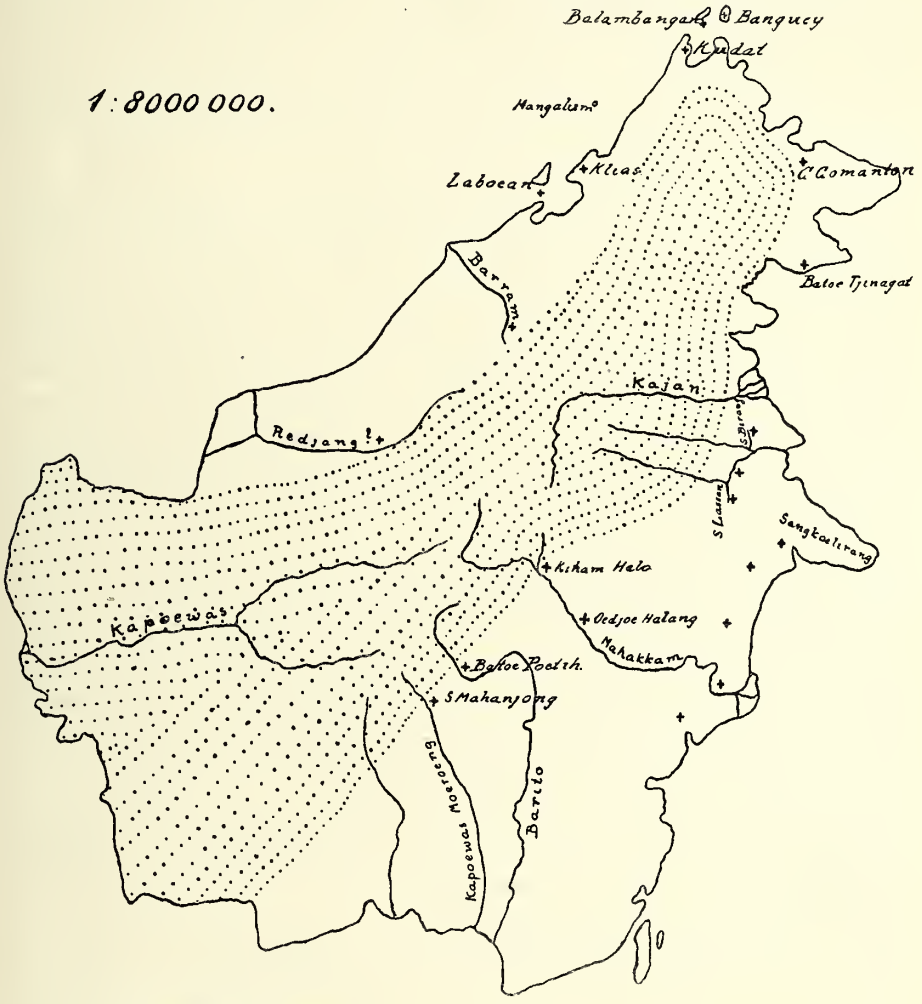
Steken wij over naar de Noordwestkust van Borneo, dan vinden we het verst landinwaarts de neogene kalksteenen aan de Melinau-rivier, eene linker zijrivier der Barram-rivier (Bullen, Newton and Holland l.c.) ontwikkeld. Ook aan de Redjang-rivier mag tot diep in het binnenland — blijkens gegevens van J. Motley (l.c.) het

---

[1]) L. Rutten. Samml. Geol. Reichsmus. Leiden. (1) X. 1915. p. 11—17.
[2]) R. Bullen Newton and R. Holland l.c.
[3]) L. Rutten. Deze verslagen l.c. 1916.
[4]) I. Provale. Rivista italiana di Paleontologia. XV. Catania 1909. p 95.
[5]) N. Wing Easton. Tijdschr. Kon. Ned. Aardr. Gen. (2) 34. 1917. p. 680—695.
[6]) L. Rutten. Samml. Geol. Reichsm. Leiden. (1) IX. 1914. p. 320—322.
[7]) L. Rutten. Samml. Geol. Reichsm. Leiden. (1) IX. 1912. p. 213—217.

voorkomen van neogene afzettingen van litoraal karakter waarschijnlijk geacht worden. Daarentegen liggen de boven beschreven gesteenten van Klias-Schiereiland en Laboean alle geheel in de kustzone.

Geven wij, op grond van al deze gegevens, op het bijgaande



\+ *Oligomiocene kalksteenen.*

⁙⁙⁙ *Centrale kern, die geheel af gedeeltelijk tijdens de belangrijkste neogene ingressie land bleef.*

kaartje zeer ruw aan, welke gebieden van Borneo tijdens de verst doordringende neogene ingressie niet door de zee waren bedekt, dan zien we een landkern, die in het Noorden vrij smal is, en naar het Z.W., waar hij met het oude „Soendavastland" samenhangt, langzaam aan breedte toeneemt [1]).

[1]) Op verschillende plaatsen was de oude landkern van Borneo zeker nog kleiner dan op het kaartje is aangegeven, maar staan er geen *gepubliceerde* gegevens ter

Eerst aan de hand van dit schetskaartje kunnen we beseffen, hoe geweldig de veranderingen zijn, die Borneo in het neogeen heeft doorgemaakt. Na de vérste oudneogene ingressie toch moet de kern van het eiland aldoor opgeheven zijn, omdat hij alleen op die wijze de ongeloofelijke hoeveelheden detritus heeft kunnen leveren, die noodig waren voor den opbouw der neogene afzettingen in het O., Z.O. en N.W., die verschillende duizenden meters dik zijn en die tijdens hunne afzetting, toen zij nog niet door de jongste plooiing ineengeschoven waren, een belangrijk grooter areaal innamen dan tegenwoordig. Tijdens het neogeen is dus de oude landkern van Borneo een zeer geprononceerd geoäntiklinaal gebied geweest, terwijl de randgebieden in het N.W. en Z.O. echte geosynklinalen waren.

Het is waarschijnlijk dat het materiaal van de jonge afzettingen in de oostwaartsche synklinale geheel uit het Westen, dus geheel van den ouden Borneokern is gekomen: in Sangkoelirang immers worden de afzettingen steeds pelagischer, naarmate de voorkomens oostelijker liggen en duiden op een oud zeegebied in de straat van Makassar (L. Rutten l.c. 1916). Daarentegen is het niet waarschijnlijk dat ook de westelijke geosynclinale in het NW. door eene diepe zee begrensd werd. In de eerste plaats zijn er dingen, die er op wijzen, dat het geosynklinaalgebied hier niet zoo belangrijk is als in het Oosten. De strekking der westelijke geosynklinale viel, gelijk de kaart van C. Schmidt (l.c.) toont, ongeveer samen met de noordwestkust van het eiland. In hare zuidwestwaartsche verlenging is er nu van eene voortzetting van het dalingsgebied niets bekend, maar komen wij in de oude landgebieden van Sambas[1]) en de Natoena-eilanden[2]). Men krijgt den indruk, dat het dalingsgebied, dat zich waarschijnlijk van uit het Philipijnengebied tot aan de noordwestkust van Borneo uitstrekte, hier zijn einde nam. Er is nog iets anders. Van een gebied, dat al ver buiten de Borneokust ligt, nl. van het eilandje Mangalum (zie schetskaartje) kreeg ik in 1914 van Dr. Niethammer een stuk kalksteen. Het is een Operculina-kalk, die wel is waar alleen Operculina complanata Defr. bevat, en die dus a priori even goed kwartair als tertiair kan zijn, maar die habitueel sterk overeenkomt met een Lepidocyclinen-houdenden Operculina-kalksteen van Poeloe Laboeansklamboe bij de Noordwestpunt van Borneo. Daarom mag aan den tertiairen ouderdom van

---

beschikking. Aan den andereu kant bleven waarschijnlijk ook buiten den centralen kern, o.a. in het uiterste Zuidoosten van het eiland enkele gebieden van de zeebedekking vrij.

[1]) N. Wing Easton. Versl. Geol. Sectie. Geol. Mijnbk. Gen. I. 1914. p. 179—189.

[2]) P. G. Krause. Samml. Geol Reichsmus. Leiden. (1) V. 1898. p. 221—236.

den kalksteen van Mangalum niet getwijfeld worden. Tot zóóver buiten de kust vinden we dus hier nog het tertiair in littorale facies, zoodat het zeer onwaarschijnlijk lijkt, dat de noordwestelijke geosynklinale in het NW. door eene diepe zee begrensd was. Waarschijnlijker lijkt het, dat hier een dalingsgebied lag, dat nu eens ondiepe zee, dan weer deltagebied of laagland was, dat aan den eenen kant begrensd was door den ouden landkern van Borneo, aan den anderen door een oud vastland, dat nu onder de Chineesche zee begraven ligt, en dat wellicht nog samenhing met Indo-China, dat ook een oud vastlandsgebied is. Volgens deze opvatting zouden zoowel J. Motley, die den oorsprong van het materiaal der tertiaire formaties van Noordwest-Borneo in het Noordwesten als Molengraaff, die dien oorsprong in het Zuidoosten zocht, gelijk hebben, en deze opvatting heeft nog het voordeel, dat zij den landkern van Borneo, die reeds naar het Oosten en Zuidoosten zooveel detritus leveren moest, naar het Noordwesten eenigermate ontlast.

Utrecht, 2 Februari 1921.

Natuurkunde. — Den Heer LORENTZ biedt eene mededeeling aan van den Heer J. A. SCHOUTEN: *„Over de geodetische praecessie"*.

(Mede aangeboden door den Heer CARDINAAL).

In een vorige mededeeling[1]) is meetkundig aangetoond, dat een geodetisch bewegend assenstelsel, dat in een niet-euclidische V_3 langs een gesloten kromme wordt rondgevoerd, bij zijn terugkeer tot het uitgangspunt een afwijking vertoont, die voor het speciale geval, dat het ruimtelijke deel van het lijnelement van SCHWARZSCHILD ten grondslag gelegd wordt en voor een cirkel om het attractiecentrum met een straal gelijk aan den gemiddelden straal van de aardbaan 0,013″ per omgang bedraagt.

Indien nu in de eerste plaats het vierdimensionale probleem van de beweging van een massapunt in een statisch gravitatieveld bij de gebruikelijke verwaarloozing van grootheden van de orde $\frac{\alpha^2}{R^2}$ zou kunnen worden teruggevoerd tot een probleem eener klassieke mechanica (mechanica met de grondstelling: kracht = massa $\times$ geodetische versnelling) in een driedimensionale niet-euclidische ruimte, en indien in de tweede plaats zou kunnen worden aangetoond, dat een geodetisch bewegend assenstelsel in eerste benadering als inertiaalsysteem mag worden beschouwd, dan zou daaruit voor de aarde een afwijking van de praecessie ten bedrage van 0.013″ volgen.

Intusschen heeft FOKKER[2]), uitgaande van het volledige lijnelement van SCHWARZSCHILD, door een vierdimensionale rekening aangetoond, dat er, afgezien van verdere relativiteitscorrecties op de gewone praecessie, een geodetische praecessie optreedt, die juist $1^1/_2$ maal zoo groot is als het boven aangegeven bedrag.

Men kan nu aantoonen, dat dit verschil veroorzaakt wordt door het feit, dat het vierdimensionale probleem slechts dan tot een driedimensionaal kan worden teruggevoerd, wanneer het kwadraat van de snelheid van de orde $\frac{\alpha^2}{R^2}$ is, terwijl voor de werkelijk optredende snelheid dat kwadraat in het algemeen van de orde $\frac{\alpha}{R}$ is.

---

[1]) Versl. Kon. Akad. XXVII (18) 214—220.

[2]) Versl. Kon. Akad. XXIX (20) 611—621.

De wereldlijn van een massapunt is gegeven door de variatievergelijking

$$\delta \int ds = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Is nu ds^2 van den vorm

$$ds^2 = \left(1 - \frac{\beta}{r}\right) dt^2 - dl^2 = \left(1 - \frac{\beta}{r}\right) dt^2 - \left(1 + \frac{\alpha}{r}\right) dr^2 - r^2 \sin^2\theta d\varphi^2 - r^2 d\theta^2, \quad (2)$$

dan kan men (1) vervangen door

$$\left.\begin{aligned} 0 = \delta \int_{t_2}^{t_1} \sqrt{\left\{\left(1 - \frac{\beta}{r}\right) - \left(\frac{dl}{dt}\right)^2\right\}}\, dt = \\ = \delta \int_{t_2}^{t_1} \left\{1 - \frac{\beta}{2r} - {}^1/_2 \left(\frac{dl}{dt}\right)^2 - \frac{1}{8}\frac{\beta^2}{r^2} - \frac{1}{4}\frac{\beta}{r}\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 - \frac{1}{8}\left(\frac{dl}{dt}\right)^4\right\} dt = \\ = -\delta \int_{t_2}^{t_1} \left\{\frac{\beta}{2r} + \frac{1}{8}\frac{\beta^2}{r^2} + {}^1/_2 \left(\frac{dl}{dt}\right)^2 + \frac{1}{4}\frac{\beta}{r}\left(\frac{dl}{dt}\right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{dl}{dt}\right)^4\right\} dt. \end{aligned}\right\} \quad (3)$$

In deze vergelijking kunnen de tweede en de beide laatste termen alleen dan ten opzichte van de andere verwaarloosd worden, wanneer $\frac{\beta}{r}$ en daarmede $\left(\frac{dl}{dt}\right)^2$ van de orde $\frac{\alpha^2}{r^2}$ is. De vergelijking gaat dan over in

$$\delta \int_{t_2}^{t_1} \left\{\frac{\beta}{2r} + {}^1/_2 \left(\frac{dl}{dt}\right)^2\right\} dt = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

Dit is echter de variatievergelijking eener klassieke mechanica in een driedimensionale ruimte met het lijnelement dl met een krachtfunctie $U = \frac{\beta}{2r}$. (4) is aequivalent met

$$\frac{\partial U}{\partial x^\mu} = g_{\varkappa\mu} \frac{d^2 x^\varkappa}{dt^2} + \left[\begin{matrix} \lambda\nu \\ \mu \end{matrix}\right] \frac{dx^\lambda}{dt} \frac{dx^\nu}{dt} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

Is $\frac{\beta}{2r}$ en daarmede $\left(\frac{dl}{dt}\right)^2$ van de orde $\frac{\alpha}{r}$, wat in het bijzonder geldt voor het lijnelement van SCHWARZSCHILD, waarvoor $\beta = \alpha$, dan is de terugvoering tot een driedimensionaal probleem niet mogelijk, althans niet op deze wijze [1]).

We zullen nu nog aantoonen, dat in het driedimensionale probleem

[1]) De in Versl. Kon. Akad. XXVII, 801—809 op blz. 803—805 afgeleide vergelijkingen gelden dus slechts voor snelheden van de orde $\frac{\alpha}{r}$. De daar gemaakte gevolgtrekkingen zijn dien overeenkomstig te corrigeeren.

een geodetisch meebewegend assenstelsel onder bepaalde voorwaarden inertiaalsysteem is. Daartoe worden eerst de vergelijkingen (4) voor het lijnelement dl uitgeschreven.

Daar

$$\left.\begin{array}{lll} \begin{bmatrix} rr \\ r \end{bmatrix} = -\,{}^1/_2\,\frac{a}{r^2}, & \begin{bmatrix} \varphi\varphi \\ r \end{bmatrix} = -\,r\sin^2\theta, & \begin{bmatrix} \varphi r \\ \varphi \end{bmatrix} = +\,r\sin^2\theta, \\ \begin{bmatrix} \varphi\varphi \\ \theta \end{bmatrix} = -\,r^2 \sin\theta\cos\theta, & \begin{bmatrix} \varphi\theta \\ \varphi \end{bmatrix} = +\,r^2\sin\theta\cos\theta, & \\ \begin{bmatrix} \theta\theta \\ r \end{bmatrix} = -\,r, & \begin{bmatrix} \theta r \\ \theta \end{bmatrix} = +\,r, & \end{array}\right\} \quad (6)$$

terwijl de andere CHRISTOFFEL'sche symbolen $\begin{bmatrix} \lambda\nu \\ \mu \end{bmatrix}$ nul zijn, is

$$\left.\begin{aligned} -\,{}^1/_2\,\frac{\beta}{r^2} &= \left(1+\frac{a}{r}\right)\ddot{r} - {}^1/_2\,\frac{a}{r^2}\dot{r}^2 - r\sin^2\theta\dot{\varphi}^2 - r\dot{\theta}^2 \\ 0 &= r^2\sin^2\theta\,\ddot{\varphi} + 2r\sin^2\theta\,\dot{r}\,\dot{\varphi} + 2r^2\sin\theta\cos\theta\,\dot{\varphi}\,\dot{\theta} \\ 0 &= r^2\ddot{\theta} - r^2\sin\theta\cos\theta\,\varphi^2 + 2r\,\dot{r}\,\dot{\theta} \end{aligned}\right\} \quad (7)$$

Een beweging, die aan deze vergelijkingen voldoet, is de cirkelvormige:

$$r = R = \text{constant}, \quad \dot{\varphi}^2 = \omega_0^2 = \frac{\beta}{2R^3}, \quad \theta = \frac{\pi}{2} \quad \ldots\ldots \quad (8)$$

Worden alleen bewegingen beschouwd, die weinig van deze bijzondere beweging afwijken, dan kan men $\sin\theta = 1$ $\cos\theta = \frac{\pi}{2} - \theta$ nemen, in de eerste vergelijking $\dot{r}^2$ en $\dot{\theta}^2$, in de tweede $\cos\theta\,\dot{\theta}$ en in de derde $\dot{r}\,\dot{\theta}$ verwaarloozen. De vergelijkingen gaan dan over in

$$\left.\begin{aligned} -\,{}^1/_2\,\frac{\beta}{r^2} &= \left(1+\frac{a}{r}\right)\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 \\ 0 &= r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\,\dot{\varphi} \\ 0 &= \ddot{\theta} - \cos\theta\,\dot{\varphi}^2 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (9)$$

We voeren nu de variabelen x, y en z in door de vergelijkingen

$$\left.\begin{aligned} r &= R + x\left(1 - \frac{a}{2R}\right) \\ \varphi &= \omega_0 t + \frac{y}{R}, \quad \omega_0^2 = \frac{\beta}{2R^3} \\ \frac{\pi}{2} - \theta &= \cos\theta = \frac{z}{R} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad (10)$$

x, y en z vormen een rechthoekig assenstelsel, dat met een snelheid $R\omega_0 t$ langs de baan $r = R$ gevoerd wordt, en waarvan de x-as altijd in de richting van den straal en de y-as in den richting van de beweging ligt. De vergelijkingen gaan dan bij behoorlijke verwaarloozing over in

$$\left.\begin{aligned} 0 &= \left(1 + \frac{a}{2R}\right)\ddot{x} - 2\omega_0 \dot{y} - 3\omega_0^2 x\left(1 - \frac{a}{2R}\right) \\ 0 &= \ddot{y} + 2\omega_0\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\dot{x} \\ 0 &= -\ddot{z} - \omega_0^2 z \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad (11)$$

of:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x} &= 2\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\omega_0 \dot{y} + 3\left(1 - \frac{a}{R}\right)\omega_0^2 x \\ \ddot{y} &= -2\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\omega_0 \dot{x} \\ \ddot{z} &= -\omega_0^2 z. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (12)$$

Vervolgens gaan we over tot een assenstelsel x', y', z', waarvan de z'-as samenvalt met de z-as, en dat ten opzichte van x, y, z om de z-as wentelt met een hoeksnelheid ω in den zin van y naar x:

$$\left.\begin{aligned} x &= x' \cos \omega t + y' \sin \omega t \\ y &= -x' \sin \omega t + y' \cos \omega t \\ z &= z'. \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

De vergelijkingen gaan dan over in

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}' &= -2\left\{\omega - \omega_0\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\right\}\dot{y}' + 3\omega_0^2\left(1 - \frac{a}{R}\right)(x' \cos^2 \omega t + y' \sin \omega t \cos \omega t) + \\ &\quad + \left\{\omega^2 - 2\omega\omega_0\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\right\}x' \\ \ddot{y}' &= +2\left\{\omega - \omega_0\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\right\}\dot{x}' + 3\omega_0^2\left(1 - \frac{a}{2R}\right)(x' \cos \omega t \sin \omega t + y' \sin^2 \omega t) - \\ &\quad + \left\{\omega^2 - 2\omega\omega_0\left(1 - \frac{a}{2R}\right)\right\}y' \\ \ddot{z}' &= -\omega_0^2 z'. \end{aligned}\right\} \quad (14)$$

Heeft men nu een bolvormig lichaam, welks middelpunt in den oorsprong van het coördinatenstelsel x, y, z valt, en dat zoo klein is, dat de tweede machten der afmetingen verwaarloosd kunnen worden, en neemt men aan, dat het lichaam met die verwaarloozing als vast te beschouwen is, dan zullen in de uitdrukkingen van de momenten $\Sigma m (y' \ddot{z}' - z' \ddot{y}')$, cycl. de termen, waarin x', y' en z'

voorkomen, alle een traagheidsproduct of een verschil van twee gelijke traagheidsmomenten bevatten en dus wegvallen. De termen met $\dot{x}'$, $\dot{y}'$ en $\dot{z}'$ vallen dan en alleen dan voor iederen bewegingstoestand ten opzichte van x', y' en z' weg, indien ω zoo gekozen kan worden, dat de termen met $\dot{x}', \dot{y}'$ en $\dot{z}'$ in de vergelijkingen (14) wegvallen, d.w.z. indien

$$\omega = \omega_0 \left(1 - \frac{\alpha}{2R}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

Dan is x', y', z' echter juist een geodetisch meebewegend assenstelsel, gelijk elders werd aangetoond. Na één omgang is dit assenstelsel gedraaid over een hoek $\frac{\pi\alpha}{R}$.

Men kan dit natuurlijk ook langs den vierdimensionalen weg berekenen. Uitgaande van het lijnelement (2) vindt men een praecessie, die voor $\beta = 0$ (tot nul naderende snelheid) in het hierboven berekende bedrag $\frac{\pi\alpha}{R}$ overgaat en voor $\beta = \alpha$ anderhalf maal zoo groot is.

Het is van belang op te merken, dat ook de gewone precessie in de relativistische mechanica mogelijk anders wordt dan in de klassieke, een mogelijkheid waarop door DE SITTER reeds werd gewezen. De door FOKKER opgestelde vergelijkingen maken het thans mogelijk ook de hierdoor eventueel veroorzaakte afwijking te berekenen, althans voor zoover die niet wordt beinvloed door de krachten, die de deelen van de planeet op elkaar uitoefenen.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt aan mededeeling N°. 8 uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: W. H. KEESOM: *„Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van* CURIE."

(Mede aangeboden door den Heer P. EHRENFEST).

§ 1. *Inleiding.* Voor het feit dat de magnetische susceptibiliteit van vloeibare zuurstof [1]) niet, gelijk dat met gasvormige zuurstof [2]) het geval is, de wet van CURIE

$$\chi T = C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

volgt, maar veeleer gehoorzaamt aan de betrekking

$$\chi (T + \Delta) = C \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

met Δ eene constante, nl. $\Delta = 71$, is op verschillende wijzen naar eene verklaring gezocht.

Wanneer men voor deze vloeistof uitgaat van het standpunt van de geldigheid van de grondgedachte der theorie van LANGEVIN, dan kan men de verklaring van die afwijking van de wet van CURIE zoeken in:

1. eene verandering van het aantal elementair-magneetjes, b.v. door polymerisatie der zuurstofmoleculen (KAMERLINGH ONNES en PERRIER, Meded. N°. 116). Waar latere proeven geleerd hebben dat soortgelijke afwijkingen optreden bij vaste stoffen, bij welke eene dergelijke met de temperatuur veranderende polymerisatie moeilijk is aan te nemen, zal men ook voor zuurstof liever naar eene andere verklaring uitzien.

2. eene vermindering van het magnetisch moment der zuurstofmoleculen of -atomen, hetzij doordat de electronen, die dat moment leveren, bij lagere temperaturen langzamer gaan rondloopen, hetzij in vloeibare zuurstof onder den invloed van den daarin heerschenden

[1]) H. KAMERLINGH ONNES en ALB. PERRIER. Meded. Leiden No. 116. Deze Verslagen April 1910, p. 937. H. KAMERLINGH ONNES en E. OOSTERHUIS. Meded. Leiden No. 132*e*. Deze Verslagen Jan. 1913, p. 1166. Voor vloeibare mengsels van zuurstof en stikstof verg. H. KAMERLINGH ONNES en ALB. PERRIER. Meded. Leiden No. 139*d*. Deze Verslagen Febr. 1914, p. 1012.

[2]) P. CURIE. Ann. chim. phys. (7) 5 (1895), p. 289. H. KAMERLINGH ONNES en E. OOSTERHUIS. Meded. Leiden. No. 134*d*. Deze Verslagen April 1913, p. 1535.

thermischen druk (KAMERLINGH ONNES en PERRIER, Meded. N°. 116). De daarna uitgevoerde metingen van de susceptibiliteit van gasvormige zuurstof tot 147° K. (KAMERLINGH ONNES en OOSTERHUIS l.c.) eenerzijds, en van vloeibare mengsels van zuurstof en stikstof (KAMERLINGH ONNES en PERRIER l.c.) anderzijds, spreken echter niet ten gunste van deze verklaringen;

3. eene wijziging van het krachtveld waarin de afzonderlijke zuurstofmoleculen zich bevinden, door het optreden van een het uitwendig veld tegenwerkend negatief moleculair veld. (KAMERLINGH ONNES en PERRIER, Meded. N°. 139*d*) [1];

4. eene wijziging in de warmtebeweging, doordat men aanneemt dat deze niet meer de aequipartitiewetten volgt, doch dat zij overeenkomstig de theorie der quanta, met aanname eener nulpuntsenergie, bij lagere temperaturen de magnetisatie in sterker mate dan volgens aequipartitie tegenwerkt (KEESOM, Meded. Leiden Suppl. N°. 36*c*) [2].

Zonder nu verder de argumenten voor en de bezwaren tegen deze beide laatste verklaringswijzen uit te meten, zullen we in deze mededeeling slechts behandelen de vraag, welke door Prof. KAMERLINGH ONNES bij gelegenheid van te Leiden gehouden besprekingen over magnetische quaesties gesteld werd en die wij als volgt kunnen formuleeren: zou niet het optreden van Δ in (2) kunnen worden veroorzaakt door wat bij het statistisch middelen, wanneer de moleculen in een magnetisch veld in elkanders nabijheid komen, over-

[1]) Wat betreft R. GANS, Ann. d. Phys. (4) 50, p. 163, 1916, vergel. p. 1163 noot 1.

[2]) Deze onderstelling, door OOSTERHUIS, Meded. Leiden Suppl. No. 31, deze Versl. Juni 1913, p. 217, het eerst aan paramagnetische zouten getoetst, daarna door KEESOM, Meded. Leiden Suppl. No. 32, deze Versl. Oct. 1913, p. 476, aan ferromagnetische stoffen, is later door v. WEIJSSENHOFF, Ann. d. Phys. (4) 49, p. 149, 1916, en in het bijzonder door REICHE, Ann. d. Phys. (4) 54, p. 401, 1917, volgens de sedert verder ontwikkelde methoden der theorie der quanta nader uitgewerkt, en eveneens met de waarnemingen betreffende de susceptibiliteit van paramagnetische zouten in overeenstemming gevonden, vergel. ook A. SMEKAL, Ann. d. Phys. (4) 57, p. 376, 1918. Ook LANGEVIN, Procès-Verbaux et Résumé des Communications de la Soc. franc. de physique 1919, p. 18, sluit zich bij deze wijze van verklaring der afwijkingen van de wet van CURIE aan. Daarbij zullen wij dan, waar wij, in het bijzonder op grond van de resultaten die het onderzoek der kristalstructuur met behulp van Röntgenstralen heeft geleverd, ons moeilijk meer kunnen voorstellen dat in vaste stoffen de moleculen in hun geheel bij de warmtebeweging ronddraaien, als elementair-magneetjes in den zin van het „magnetische molecuul", waarvan in Leiden Suppl. No. 32a p. 11 noot 3, in navolging van WEISS sprake was, deelen van het molecuul, eventueel atomen of deelen van atomen hebben te beschouwen. vergel. O. STERN, Zs. f. Phys. 1. p. 147, 1920. Vergel. ook W. LENZ, Physik. Zs. 21, p. 613, 1920, P. EHRENFEST, deze Versl. Dec. 1920.

blijft van eene richtwerking van de koppels, die de zuurstofmoleculen op elkaar uitoefenen? Daarbij willen we dan aannemen, dat de krachten, die de zuurstofmoleculen, behalve wegens hun magnetisch bipoolmoment, op elkaar uitoefenen, met voldoende benadering zijn te beschouwen als krachten uitgaande van electrische quadrupolen, gelijk dat voor de verklaring van de moleculaire attractie in de toestandsvergelijking geschikt gebleken is. In deze mededeeling zal blijken, dat dan die vraag zeer waarschijnlijk ontkennend moet beantwoord worden.

§ 2. *Orienteerende beschouwingen.*

Wanneer in den gastoestand twee zuurstofmoleculen elkander zoo dicht naderen dat zij merkbare krachten op elkander gaan uitoefenen, dan zullen deze krachten in het algemeen mede een koppel vormen, en de moleculen dus eene richtende werking op elkander uitoefenen. Het is deze richtende werking die veroorzaakt dat bij het statistisch middelen, wanneer we het electrisch veld dat van het molecuul uitgaat in eerste benadering als dat van een quadrupool opvatten, eene aantrekking tusschen de moleculen overblijft, die zich in de toestandsvergelijking als den door VAN DER WAALS ingevoerden attractieterm doet gelden [1]).

Wanneer we willen nagaan welken invloed deze richtende werking zal hebben op de susceptibiliteit, dan zullen we te letten hebben op den relatieven stand, dien de electrische quadrupoolas en de magnetische bipoolas in het zuurstofmolecuul ten opzichte van elkander hebben. Daarbij zullen we aannemen dat beide een vasten stand in het molecuul hebben.

We kunnen dan de volgende 3 gevallen onderscheiden:

a. de magnetische bipoolas valt samen met de quadrupoolas; *b.* de magnetische bipoolas staat loodrecht op de quadrupoolas, en *c.* zij maken een willekeurigen hoek met elkander.

We zullen in deze mededeeling alleen *a* en *b* als zijnde de beide extreme gevallen beschouwen.

We zullen nu eerst in het oog vatten geval *a*, waarbij dus magnetische as en quadrupoolas samenvallen. Men zal trouwens geneigd zijn aan deze onderstelling de voorkeur te geven, wanneer men zich, gelijk dat in deze mededeeling verder het geval is, geheel wil stellen op de basis van de geldigheid der aequipartitie-wetten, aangezien dan alleen bij deze onderstelling de juiste waarde voor de specifieke warmte in den gastoestand verkregen wordt.

[1]) Vergel. W. H. KEESOM. Meded. No. 6*b*. Deze Verslagen 29, p. 722. Nov. 1920.

Vragen we ons nu af of we kunnen voorzien welken invloed de onderling richtende werking, die de moleculen op grond van hunne quadrupoolkrachten op elkander zullen uitoefenen ook wanneer het gas in een magnetisch veld geplaatst is, op de susceptibiliteit zal hebben. We kunnen ons dan eens voorstellen dat de aldus optredende aantrekkende werkingen tot gevolg zouden hebben dat alle moleculen zich tot dubbelmoleculen vereenigd hebben op de wijze als b.v. in Fig. 1 is aangegeven, d. w. z. dat een der beide electrische polen van het eene molecuul aanligt tegen den aequator van het andere molecuul (daarbij kunnen de magnetische assen, hetzij een ervan, hetzij beide, ook richtingen hebben tegengesteld aan de geteekende).

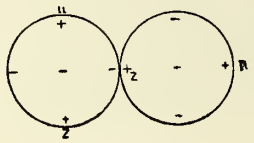


Fig. 1.

Het magnetisch moment van het dubbelmolecuul zal dan bedragen $\mu_1\sqrt{2}$, als dat van een enkel molecuul μ_1 is. Bedenkt men dat in de formule van LANGEVIN voor de susceptibiliteit

$$\chi = \frac{1}{3}\frac{n\mu^2}{kT} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

het aantal magnetische moleculen nu tot de helft gereduceerd is, dan blijkt de susceptibiliteit onveranderd te zijn gebleven.

Alleen wanneer we in rekening brengen dat de richtwerking der quadrupolen wel is waar bij kleinen afstand der moleculen de voornaamste, maar dat zij niet de eenige richtwerking is, en we dus tegelijkertijd met de richtwerking door het uitwendig veld of door de werking van de magnetische bipolen op elkander rekening houden, komt eene verandering in de susceptibiliteit tot stand. De berekening en discussie hiervan volgen in § 3 en 4 bij de onderstelling dat quadrupoolas en magnetische bipoolas samenvallen, terwijl we dan in § 5 en 6 nog het geval beschouwen dat deze onderling loodrecht staan.

§ 3. *Bolvormige quadrupoolmoleculen, die volgens hunne quadrupoolas een magnetisch bipoolmoment bezitten, in een magnetisch veld.* We zullen het gas denken bij zoodanige dichtheid, dat we slechts hebben te onderscheiden molecuulparen en enkele moleculen, en dat dus ontmoetingen van 3 of meer moleculen tegelijk zoo weinig plaats grijpen, dat we daarvan kunnen afzien.

Zij in Fig. 2 OA getrokken in de richting van de verbindingslijn van de middelpunten der twee moleculen van een molecuulpaar, welke lijn we denken getrokken van het tweede naar het eerste molecuul. OQ_1 en OQ_2 zijn de richtingen der quadrupoolassen van het eerste en het tweede molecuul, gekozen in dien zin dat OQ_1 en

OQ_2 tevens de richtingen van de magnetische momenten aangeven. Een molecuulpaar wordt dan gekenmerkt, en de orientatie ervan ten opzichte van het magnetisch veld H vastgelegd, door achtereenvolgens aan te geven de coördinaten:

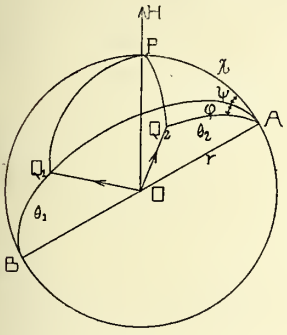


Fig. 2.

$$\chi, r, \psi, \theta_1, \varphi, \theta_2.$$

Daarvan kan χ varieeren tusschen 0 en π, ψ tusschen 0 en 2π, terwijl we wat betreft r, θ_1, θ_2 en φ kunnen verwijzen naar Meded. Leiden Suppl. N°. 39*a* § 2 [1]).

De potentieele energie van het molecuulpaar, te danken aan de quadrupoolkrachten, is dan volgens de zooeven genoemde Meded., vergel. ook deze Mededeelingen N°. 6*b* § 3 [2]):

$$u_q = v_q \frac{\sigma^5}{r^5} \Psi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4)$$

als

$$\Psi = A + B \cos\varphi + C \cos 2\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

met

$$\left.\begin{aligned} A &= 2\,(1-3\cos^2\theta_1)\,(1-3\cos^2\theta_2) \\ B &= 16 \sin\theta_1 \cos\theta_1 \sin\theta_2 \cos\theta_2 \\ C &= \sin^2\theta_1 \sin^2\theta_2 \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Hierin stelt

$$v_q = \frac{3}{4}\frac{\mu_2^2}{\sigma^5} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

(μ_2 = quadrupoolmoment) voor de potentieele energie te danken aan de quadrupoolkrachten, wanneer de moleculen elkander aanraken terwijl de beide quadrupoolassen loodrecht op elkander en op de verbindingslijn der middelpunten gericht zijn. [3])

De potentieele energie van het molecuulpaar, te danken aan de

---

[1]) Deze verslagen Sept. 1915, p. 614.

[2]) Deze Verslagen Nov. 1920, p. 722. Aangezien we in deze Meded. slechts paren van moleculen, en geen drietallen enz. te beschouwen hebben, zullen we de notaties voor de energie vereenvoudigen, en schrijven we b.v. voor de potentieele energie van een bepaald molecuulpaar u, waar we vroeger u_{b1} schreven.

[3]) We zien in deze Meded. af van de induceerende werking die de moleculen op elkander uitoefenen. In de Meded. N°. 6*b* is toch gebleken dat deze vergeleken met de quadrupoolwerking van ondergeschikte beteekenis is.

magnetische bipolen, bedraagt, zie Meded. Leiden Suppl. N°. 24*b* § 6 [1]):

$$u_m = v_m \frac{\sigma^3}{r^3} \Phi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

als

$$v_m = \frac{\mu_1^2}{\sigma^3} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (9)$$

(μ_1 = magnetisch bipoolmoment), en

$$\Phi = 2 \cos\theta_1 \cos\theta_2 + \sin\theta_1 \sin\theta_2 \cos\varphi \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

Voor de potentieele energie der magnetische bipolen in het magnetisch veld vindt men

$$u_H = H \mu_1 \Omega, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

als

$$\Omega = \cos\chi (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) - \sin\chi \{\sin\theta_1 \cos\psi + \sin\theta_2 \cos(\psi + \varphi)\}. \quad (12)$$

De totale potentieele energie van het molecuulpaar is dan:

$$u = u_q + u_m + u_H \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (13)$$

De beide moleculen van het molecuulpaar geven samen voor het magnetisch moment in de richting van het veld H de bijdrage

$$-\mu_1 \Omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Het aantal molecuulparen in de speelruimte

$$dr\, d\chi\, d\theta_1\, d\theta_2\, d\psi\, d\varphi$$

bedraagt, vergel. Meded. Leiden Suppl. N°. 24*b* verg. (49):

$$\frac{1}{16\pi} \frac{n^2}{v} e^{-hu} r^2 \sin\chi \sin\theta_1 \sin\theta_2\, dr\, d\chi\, d\theta_1\, d\theta_2\, d\psi\, d\varphi \quad . \quad . \quad (15)$$

Deze geven als bijdrage tot het magnetisch moment in de richting van H:

$$-\frac{1}{16\pi} \frac{n^2}{v} \mu_1 \int_\sigma^\tau \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^\pi \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-hu} \Omega r^2 \sin\chi \sin\theta_1 \sin\theta_2\, dr\, d\chi\, d\theta_1\, d\theta_2\, d\psi\, d\varphi. \quad (16)$$

Hierin is n het aantal moleculen in het volume v van het gas en $h = \frac{1}{kT}$.

De enkele moleculen geven elk gemiddeld, met den tweeden term in de ontwikkeling afbrekend:

$$\frac{1}{3} \mu_1 . h H \mu_1 - \frac{1}{45} \mu_1 . (h H \mu_1)^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (17)$$

---

[1]) Deze Verslagen April 1912, p. 1406.

Hun aantal wordt verkregen door n te verminderen met 2 $\times$ de uitdrukking (15) geïntegreerd over alle variabelen. De bijdrage der enkele moleculen gevoegd bij (16) geeft

$$\frac{1}{3} n\mu_1 . hH\mu_1 \left\{ 1 - \frac{1}{15} (hH\mu_1)^2 \right\} -$$

$$- \frac{1}{16\pi} \int_{\sigma}^{\tau} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{2\pi} e^{-hu} \left\{ \Omega + \frac{2}{3} h H\mu_1 - \frac{2}{45} (hH\mu_1)^2 \right\} r^2 \left. \right\} . \quad (18)$$

$$\sin\chi \sin\theta_1 \sin\theta_2 \, dr \, d\chi \, d\theta_1 \, d\theta_2 \, d\psi \, d\varphi.$$

Wanneer we zouden afzien van de onderlinge werking der quadrupolen en der bipolen, dan zouden deze moleculen leveren een magnetisch moment dat we uit (18) verkrijgen door daarin e^{-hu} te vervangen door e^{-huH}. Die onderlinge werking geeft dus aanleiding tot eene vergrooting van het magnetisch moment van het gas tot een bedrag

$$\Delta M = - \frac{1}{16\pi} \frac{n^2}{v} \mu_1 \int_{\sigma}^{\infty} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{\pi} \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{2\pi} \left\{ e^{-h(u_q + u_m)} - 1 \right\} e^{-huH} \left\{ \Omega + \frac{2}{3} hH\mu_1 \right.$$

$$\left. - \frac{2}{45} (hH\mu_1)^2 \right\} r^2 \sin\chi \sin\theta_1 \sin\theta_2 \, dr \, d\chi \, d\theta_1 \, d\theta_2 \, d\psi \, d\varphi, \quad (19)$$

waarin we nu als bovenste integratiegrens voor r ∞ kunnen aannemen. Voor de berekening van (19) ontwikkelen we als volgt in reeksen, met gebruikmaking van (4), (8) en (11):

$$- e^{huH} \left\{ \Omega + \frac{2}{3} hH\mu_1 - \frac{2}{45} (hH\mu_1)^2 \right\} = \Omega + \frac{1}{3} hH\mu_1 (2 - 3\Omega^2) -$$

$$- \frac{1}{6} (hH\mu_1)^2 (4\Omega - 3\Omega^3) - \frac{1}{90} (hH\mu_1)^3 (4 - 30\Omega^2 + 15\Omega^4) \ldots \quad (20)$$

$$e^{-h(u_q + u_m)} - 1 = - hv_q \frac{\sigma^5}{r^5} \Psi - hv_m \frac{\sigma^3}{r^3} \Phi + \tfrac{1}{2} (hv_q)^2 \frac{\sigma^{10}}{r^{10}} \Psi^2 +$$

$$+ hv_q . hv_m . \frac{\sigma^8}{r^8} \Psi\Phi + \tfrac{1}{2} (hv_m)^2 . \frac{\sigma^6}{r^6} \Phi^2 - \frac{1}{6} (hv_q)^3 \frac{\sigma^{15}}{r^{15}} \Psi^3 -$$

$$- \tfrac{1}{2} (hv_q)^2 . hv_m \frac{\sigma^{13}}{r^{13}} \Psi^2\Phi - \tfrac{1}{2} hv_q . (hv_m)^2 \frac{\sigma^{11}}{r^{11}} \Psi\Phi^2 - \frac{1}{6} (hv_m)^3 \frac{\sigma^9}{r^9} \Phi^3. \quad (21)$$

We kunnen dan de verschillende termen van (19) afzonderlijk berekenen.

De term Ω in (20) geeft geen bijdrage.

Alleen de volgende term in (20): $\frac{1}{3} hH\mu_1(2-3\Omega^2)$, kan bijdragen geven evenredig met H.

Men bewijst gemakkelijk, dat $\psi^l(2-3\Omega^2)$, met l een positief geheel getal, bij integratie naar χ en ψ 0 levert.

Uit dit laatste volgt, dat de richtende werking der quadrupoolkrachten op de susceptibiliteit geen invloed heeft die door een van H onafhankelijke Δ in (2) zou kunnen worden uitgedrukt.

Van de in (21) opgeschreven termen leveren alleen $\Psi^2\Phi$ en Φ^3 met $2-3\Omega^2$ bijdragen, en wel, wanneer we

$$M = \frac{1}{3} nh H\mu_1^2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (22)$$

stellen:

$$\Delta M_{qm} = \frac{128}{2205} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 (hv_q)^2 . hv_m . M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23a)$$

en

$$\Delta M_m = \frac{1}{75} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 (hv_m)^3 M \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (23b)$$

Verder geeft Ψ^3 met $4-30\Omega^2+15\Omega^4$:

$$\Delta M_q = \frac{128}{11025} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 (hv_q)^2 (hH\mu_1)^2 M \quad . \quad . \quad . \quad (23c)$$

Van deze bijdragen is ΔM_q aan de richtende werking der quadrupolen, ΔM_m aan die der magnetische bipolen, ΔM_{qm} aan de gecombineerde werking van quadrupolen en bipolen te danken. Zij stellen eerste termen voor in de ontwikkelingen naar opklimmende machten van h, dus van T^{-1}.

§ 4. De in de vorige § afgeleide waarden voor den invloed, dien de aldaar vermelde onderlinge richtwerkingen hebben op de magnetisatie, kunnen in de susceptibiliteit tot uitdrukking gebracht worden door het invoeren van termen Δ_{qm}, Δ_m, Δ_q in (2), die dan worden:

$$\Delta_{qm} = -\frac{128}{2205} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 \left(\frac{v_q}{kT}\right)^2 \frac{v_m}{kT} T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24a)$$

$$\Delta_m = -\frac{1}{75} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 \left(\frac{v_m}{kT}\right)^3 T \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (24b)$$

$$\Delta_q = -\frac{128}{11025} \frac{n}{v} \frac{4}{3} \pi\sigma^3 \left(\frac{v_q}{kT}\right)^2 \left(\frac{\mu_1 H}{kT}\right)^2 T \quad . \quad . \quad (24c)$$

Van geen van deze Δ's stemt het teeken overeen [1]) met dat van de experimenteel voor vloeibare zuurstof gevonden Δ (§ 1). Verder blijken Δ_{qm} en Δ_m evenredig te zijn met T^{-2}, Δ_{qm} met T^{-3} en bovendien met H^2, terwijl de waarnemingen voor eene dergelijke afhankelijkheid van Δ van T en van H geen aanwijzing gegeven hebben.

Ter nadere beoordeeling van de grootte van den invloed, dien de beschouwde onderlinge richtwerkingen op de susceptibiliteit zouden kunnen hebben, zullen we nog berekenen de grootte der hier afgeleide Δ's voor zuurstof onder bepaalde omstandigheden. Daartoe ontleenen we aan Meded. N°. 6*a* § 2: $v_q = 5{,}7 \times 10^{-14}$, en $\sigma = 2{,}65 \times 10^{-8}$; verder aan dezelfde Meded. § 3: $\mu_1 = 2{,}6 \times 10^{-20}$, zoodat volgens (9): $v_m = 3{,}7 \times 10^{-17}$.

Denken we de zuurstof als gas bij 90° K onder den druk van 1 atm., dan is $\frac{n}{v}\frac{4}{3}\pi\sigma^3 = 0.0064$, en (met $k = 1{,}34 \times 10^{-16}$) : $\frac{v_q}{kT} = 4{,}7$, $\frac{v_m}{kT} = 0.0030$. Hiermede wordt $\Delta_{qm} = -0{,}0022$, $\Delta_m = = -2 \times 10^{-10}$.

Stellen we verder eens $H = 55000$, dan is $\frac{H\mu_1}{kT} = 0{,}12$ en volgt $\Delta_q = -0{,}002$.

Uit deze uitkomsten blijkt, dat zelfs in zeer sterk gecomprimeerde zuurstof en, wat Δ_q betreft, in de allersterkste velden, deze Δ's nog niet in aanmerking zullen komen.

Bedenkt men dat de in (23*a*) en (23*c*) gegeven bijdragen slechts de eerste termen van de reeksontwikkelingen naar hv_q voorstellen (§ 4 slot), en dat hv_q in het hier gekozen geval 4,7 bedraagt, dan blijkt dat het zeer wel mogelijk zou kunnen zijn dat verdere termen in die ontwikkeling boven de hier berekende de overhand zouden kunnen hebben. Zelfs dan nog zouden die termen nauwelijks in aanmerking kunnen komen, maar verder zou de waarde van Δ, die we met inachtneming van die termen zouden verkrijgen, zeer waarschijnlijk, tenzij n.l. over een zeker temperatuurgebied eene zeer bijzondere compensatie zou optreden, nog sterker afhankelijkheid van T vertoonen dan met de in (24) gegeven waarden het geval is, en dus nog minder beantwoorden aan een waarde van Δ, die over zeker temperatuurgebied als constant is te beschouwen.

Eene verklaring van de experimenteel gevonden afwijking van de

[1]) Dat de onderlinge werking der magnetische bipolen een effect in verkeerde richting geeft is reeds opgemerkt door LANGEVIN l.c. p. noot. Deze uitkomst komt niet overeen met die van GANS, l.c. p. 1156 noot 1.

wet van CURIE op grond van de richtende werking der electrostatische krachten tusschen de moleculen, schijnt dus, tenzij die richtwerking in den vloeistoftoestand in bijzondere mate op den voorgrond zou treden, uitgesloten.

Dat deze conclusie blijft gelden, ook wanneer wij zouden aannemen, dat de magnetische bipoolas loodrecht zou staan [1]) op de quadrupoolas, zal blijken uit de beide volgende §§.

§ 5. *Bolvormige quadrupoolmoleculen met een magnetisch bipoolmoment in een vaste richting loodrecht op de quadrupoolas, in een magnetisch veld.*

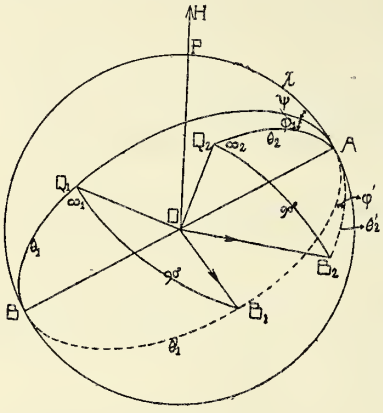


Fig. 3.

In Fig. 3 stellen OQ_1 en OQ_2 wederom voor de richtingen der quadrupoolassen der beide moleculen. De richtingen der magnetische bipoolassen zijn nu aangewezen door OB_1 en OB_2, vastgelegd door de hoeken ω_1 en ω_2 (van 0 tot 2π) en $Q_1B_1 = Q_2B_2 = 90°$.

We volgen nu stap voor stap de berekeningen van § 3. Van de daar gegeven formules hebben we alleen de volgende te wijzigen.

We hebben nu de coördinaten:

$$\chi, r, \psi, \theta_1, \varphi, \theta_2, \omega_1, \omega_2.$$

De potentieele energie van het molecuulpaar, te danken aan de magnetische bipolen, wordt nu gegeven door (8) en (9), mits we in (10) θ_1, θ_2 en φ vervangen door θ_1', θ_2' en φ' (Fig. 3).

Men vindt:

$$\left.\begin{aligned} \Phi = 2\cos\omega_1\cos\omega_2\sin\theta_1\sin\theta_2 + \cos\varphi\,(\sin\omega_1\sin\omega_2 + \cos\omega_1\cos\omega_2\cos\theta_1\cos\theta_2) + \\ + \sin\varphi\,(\cos\omega_1\sin\omega_2\cos\theta_1 - \sin\omega_1\cos\omega_2\cos\theta_2) \end{aligned}\right\} (25)$$

In plaats van (12) komt nu

$$\left.\begin{aligned} \Omega = \cos\chi\,(\cos\omega_1\sin\theta_1 - \cos\omega_2\sin\theta_2) + \sin\chi\,\{\cos\omega_1\cos\theta_1\cos\psi + \\ + \sin\omega_1\sin\psi + \cos\omega_2\cos\theta_2\cos(\psi+\varphi) + \sin\omega_2\sin(\psi+\varphi)\} \end{aligned}\right\} (26)$$

(15) wordt vermenigvuldigd met $\frac{1}{4\pi^2}\,d\omega_1\,d\omega_2$, terwijl (16), (18) en (19) overeenkomstige wijzigingen ondergaan, waarbij de integraties naar ω_1 en ω_2 van 0 tot 2π zijn uit te strekken.

De term Ω in (20) geeft weer 0.

[1]) Verg. W. PAULI Jr., Physik. Zs. 21, p. 615, 1920.

Eveneens is dit weer het geval met $\psi^l(2-3\Omega^2)$, l een positief geheel getal, zoodat de daaruit in § 3 getrokken conclusie ook nu geldt.

Wederom verkrijgen we bijdragen afkomstig van $2-3\Omega^2$ met $\Psi^2\Phi$ en Φ^2, n.l.

$$\Delta M_{qm} = -\frac{16}{147}\frac{n}{v}\frac{4}{3}\pi\sigma^3 (hv_q)^2 \; hv_m . M, \quad . \quad . \quad . \quad (27a)$$

terwijl voor ΔM_m weder (23b) verkregen wordt, hetgeen trouwens te voorzien was, daar voor dezen term de quadrupoolkrachten niet medewerken, en dus de ligging van de bipoolas ten opzichte van de quadrupoolas geen invloed kan hebben.

Verder geeft nu Ψ met $4-30\Omega^2+15\Omega^4$ eene bijdrage

$$\Delta M_q = -\frac{4}{125}\frac{n}{v}\frac{4}{3}\pi\sigma^3 . hv_q . (hH\mu_1)^2 . M. \quad . \quad . \quad (27b)$$

§ 6. De aan de in § 4 gevonden ΔM_{qm} en ΔM_q beantwoordende waarden van Δ_{qm} en Δ_q zijn verder gemakkelijk neer te schrijven. Beide hebben nu het met de waarneming overeenstemmende teeken.

Bij de in § 4 gekozen omstandigheden wordt (voor zuurstof): $\Delta_{qm} = 0{,}0041$, $\Delta_q = 0{,}0013$. Hieruit blijkt dat de in § 4 genoemde conclusies ook geldig zijn bij de onderstelling dat de magnetische bipoolas loodrecht staat op de quadrupoolas.

Natuurkunde. De Heer KAMERLINGH ONNES biedt, namens Prof. W. H. KEESOM, aan: Mededeeling No. 7*c* uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: N. H. KOLKMEIJER „*Tijd-ruimte-symmetrie III. Bijdrage tot de atoomkinematica A. Eindige kerngroepen van de eerste soort*".

Natuurkunde. De Heer KAMERLINGH ONNES biedt, namens Prof. W. H. KEESOM, aan: Mededeeling No. 7*d* uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: N. H. KOLKMEIJER „*Tijd-ruimte-symmetrie IV. Bijdrage tot de atoomkinematica B. Eindige kerngroepen van de tweede soort*".

Natuurkunde. — De Heer P. EHRENFEST biedt een mededeeling aan: "*Opmerking over de verzadiging bij magnetisatie van vaste paramagnetische stoffen*".

(Deze mededeelingen zullen worden opgenomen in het volgende Zittingsverslag).

Voor de boekerij der Akademie wordt ten geschenke aangeboden:

1. door den Heer L. E. J. BROUWER, namens het buitenlandsch lid, den Heer FELIX KLEIN te Göttingen, een exemplaar van diens „*Gesammelte mathematische Abhandlungen*", Band I, Herausgegeben von R. FRICKE und A. OSTROWSKI.

2. door den Heer A. F. HOLLEMAN een exemplaar van de dissertatie van den Heer T. E. VAN HAEFTEN: „*De bereiding van de trichloornitro- en de trinitrobenzolen en de inwerking van natrium daarop*" en een exemplaar van de dissertatie van den Heer E. J. E. HÜFFER: „*De trichloordinitrobenzolen en hun gedrag ten opzichte van natriummethylaat*".

De vergadering wordt gesloten.

---

19 Mei 1921.

KONINKLIJKE AKADEMIE VAN WETENSCHAPPEN TE AMSTERDAM.

VERSLAG VAN DE GEWONE VERGADERING DER WIS- EN NATUURKUNDIGE AFDEELING OP ZATERDAG 26 MAART 1921.

DEEL XXIX.

N°. 9.

Voorzitter: de Heer H. A. LORENTZ.
Secretaris: de Heer L. BOLK.

INHOUD.

Ingekomen stukken, p. 1168.

Prae-advies van de Heeren G. VAN ITERSON Jr., J. P. KUENEN en H. ZWAARDEMAKER over het door den Minister van O. K. en W., met verzoek om bericht en raad, doorgezonden request van de Ned. Chemische Vereeniging, p. 1169.

Prae-advies van de Heeren K. MARTIN, G. A. F. MOLENGRAAFF en A. H. BLAAUW over het door den Minister van O. K. en W, met verzoek om bericht en raad, doorgezonden request van de Ned. dierkundige vereeniging, p. 1171.

J. C. KLUYVER: „Over analytische functies, die door zekere reeksen van LAMBERT worden bepaald", p. 1172.

A. A. HIJMANS VAN DEN BERGH: „Over Sulfhaemoglobinaemie", p. 1181.

K. KOMURO: „Ruiken bij volledige vermoeienis, resp. adaptatie voor een bepaalden geur". (Aangeboden door de Heeren H. ZWAARDEMAKER en R. MAGNUS), p. 1189.

M. A. VAN HERWERDEN: „Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking". (Aangeboden door de Heeren C. A. PEKELHARING en J. BOEKE), p. 1196.

F. ROELS en J. FELDBRUGGE: „De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar" II. (Aangeboden door de Heeren C. WINKLER en H. ZWAARDEMAKER), p. 1200.

J. M. BIJVOET en A. KARSSEN: „Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen". (Aangeboden door de Heeren P. ZEEMAN en H. A. LORENTZ), p. 1208.

N. G. W. H. BEEGER: „Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't cirkellichaam der *m*-de-machts-wortels uit de eenheid". (Verbetering). (Aangeboden door de Heeren W. KAPTEYN en JAN DE VRIES), p. 1214.

H. ZANSTRA: „De relativeering der beweging met behulp van de hypothese van A. FÖPPL". (Aangeboden door de Heeren P. EHRENFEST en J. P. KUENEN), p. 1217.

H. J. PRINS: „Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen". (Aangeboden door de Heeren J. BÖESEKEN en A. F. HOLLEMAN), p. 1224.

A. DE KLEYN: „Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het konijn". (Aangeboden door de Heeren R. MAGNUS en H. ZWAARDEMAKER), p. 1230.

J. DE HAAN en S. VAN CREVELD: „De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker." (Aangeboden door de Heeren H. J. HAMBURGER en E. D. WIERSMA), p. 1238.

P. ZEEMAN, W. DE GROOT, Mej. A. SNETHLAGE en G. C. DIBBETZ: „De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen", p. 1252.

N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. III. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties". (Aangeboden door de Heeren H. KAMERLINGH ONNES en P. EHRENFEST). p. 1263.

Aanbieding van een boekgeschenk, p. 1270.

Het Proces-verbaal der vorige vergadering wordt goedgekeurd.

Ingekomen zijn:

1°. Kennisgeving van de Heeren J. F. van Bemmelen, Eug. Dubois en W. Einthoven, dat zij verhinderd zijn de vergadering bij te wonen.

2°. Een bij renvooi van 3 Maart 1921 N°. 1213 Afd. K.W. door Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen aan de Afdeeling, met verzoek om bericht en raad, doorgezonden request van den Voorzitter en den Secretaris der Ned. dierkundige Vereeniging, waarin den Minister, onder verwijzing naar een bij het request gevoegde memorie van toelichting, verzocht wordt door het uittrekken van een som van *f* 6000.— op de begrooting van Zijner Exc's Departement voor het jaar 1922 de door de Vereeniging beraamde uitgave mogelijk te maken van een monografische beschrijving der Zuiderzee, zoowel hydrobiologisch als historisch, welke beschrijving de Vereeniging zich voorstelt het licht te doen zien als een feestwerk bij de herdenking van haar 50-jarig bestaan in 1922.

Dit request werd tusschentijds met de daaraan toegevoegde memorie van toelichting door den Voorzitter gesteld in handen van de Heeren K. Martin, G. A. F. Molengraaff en A. H. Blaauw met verzoek om prae-advies, dat in deze vergadering wordt uitgebracht en hierachter wordt vermeld.

3°. Eene missive van Zijne Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dd. 7 Maart 1921 N°. 1067 Afd. K.W. met bericht dat Zijne Exc. geen vrijheid kan vinden om, ter bestrijding der kosten voor toetreding van Nederland tot de Internationale Meterconventie, gelden aan te vragen bij een suppletoire begrooting voor het loopende dienstjaar, doch dat het in Zijner Exc.'s voornemen ligt het uittrekken van een post daarvoor te overwegen bij de samenstelling der ontwerp-begrooting voor 1922.

Voorts verzoekt de Minister antwoord op de vraag omtrent de wijze, waarop een eventueel bedrag ten behoeve der toetreding zou zijn toe te kennen.

Hierop is geantwoord dat de Afdeeling den Minister in overweging wenscht te geven om dit bedrag rechtstreeks aan de Meterconventie te doen toekomen en niet door tusschenkomst van de Akademie.

Scheikunde. — De Heer G. VAN ITERSON Jr. brengt, mede namens de Heeren J. P. KUENEN en H. ZWAARDEMAKER, het volgende *Prae-advies uit over een subsidie-aanvrage voor het „Recueil des Travaux chimiques des Pays-Bas".*

Naar aanleiding van het verzoek van den Voorzitter der Wis- en Natuurkundige Afdeeling van de Koninklijke Akademie van Wetenschappen om een prae-advies uit te brengen over een, aan die Afdeeling door Z.E. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen om bericht en raad, verzonden subsidie-aanvrage vanwege de Nederlandsche Chemische Vereeniging, hebben ondergeteekenden de eer als volgt te berichten.

Het Algemeen Bestuur der genoemde Vereeniging heeft bij schrijven van 30 December j.l. den Minister verzocht, op de Staatsbegrooting voor 1922 ten behoeve van die Vereeniging en wel voor de door haar bezorgde uitgave van het Tijdschrift „Recueil des Travaux chimiques des Pays-Bas" te willen uittrekken een bedrag van *f* 5000.—.

Dat Algemeen bestuur wijst er ter toelichting van zijne aanvrage op, hoe dit Recueil sedert 1919 door de Chemische Vereeniging wordt uitgegeven en hoe sindsdien in dat Tijdschrift het overgroote deel der hier te lande verschenen wetenschappelijke chemische verhandelingen wordt opgenomen. Voorts releveert dat Bestuur het groote belang van het verschijnen van een, in een wereldtaal — het Fransch — geschreven tijdschrift, voor het bekendmaken en verspreiden van den naam der Nederlandsche chemische wetenschap in het buitenland.

De uitgave van het tijdschrift komt blijkens eene overgelegde becijfering, de Nederlandsche Chemische Vereeniging op *f* 12.000.— 's jaars, welk bedrag op den duur te bezwarend voor haar wordt geacht.

Ondergeteekenden zijn van oordeel, dat het staken van de uitgave van het Recueil des Travaux chimiques des Pays-Bas ten zeerste zou zijn te betreuren. Door het verdwijnen van dit tijdschrift, waarin in den loop der jaren talrijke belangrijke scheikundige verhandelingen verschenen, zouden de Nederlandsche chemici er toe gebracht worden, de resultaten hunner onderzoekingen in buitenlandsche tijdschriften te publiceeren. De onafhankelijkheid der Nederlandsche wetenschap

zou daardoor ernstig schade lijden, onze internationale wetenschappelijke positie aanmerkelijk verzwakken.

Aan het Recueil werken thans alle toongevende Nederlandsche chemici mede, het werkt daardoor zeer aanmoedigend op het chemisch onderzoek hier te lande en dient dus evengoed een nationaal belang.

Ondergeteekenden stellen de Akademie voor, aan Z.E., den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, gunstig over deze subsidie-aanvrage te adviseeren. Zij meenen zich echter van het uitspreken van een oordeel over het aangevraagde bedrag te moeten onthouden, daar zij daardoor in beschouwingen over den financieelen toestand der Nederl. Chemische Vereeniging zouden moeten vervallen, waartoe hun de gegevens ontbreken.

(get.) G. van Iterson Jr.
„ J. P. Kuenen.
„ H. Zwaardemaker.

De vergadering hecht hare goedkeuring aan de conclusie van het prae-advies en besluit dit als het advies der Afdeeling over te nemen en ter kennis van den Minister te brengen.

Dierkunde. — De Heer K. MARTIN brengt, mede namens de Heeren G. A. F. MOLENGRAAFF en A. H. BLAAUW, het volgende *Praeadvies uit over eene subsidie-aanvrage voor de uitgave van eene monografische beschrijving der Zuiderzee door de Ned. Dierkundige Vereeniging.*

Ons aansluitend bij de toelichting der Nederlandsche Dierkundige Vereeniging, hebben ondergeteekenden de eer aan de Afdeeling der Akademie te adviseeren, de aanvrage van *f* 6000 door genoemde Vereeniging krachtig te steunen, en wel omdat zij meenen, dat daarmee zoowel een wetenschappelijk als een nationaal belang uitstekend gediend wordt.

(get.) K. MARTIN.
„ G. A. F. MOLENGRAAFF.
„ A. H. BLAAUW.

De vergadering betuigt adhaesie met de strekking en de conclusie van dit prae-advies en besluit het als advies der Afdeeling over te nemen en aan den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen mede te deelen.

Wiskunde. — De Heer J. C. KLUYVER biedt een mededeeling aan: *„Over analytische functies, die door zekere reeksen van* LAMBERT *worden bepaald".*

De definitie van de analytische functie werd door WEIERSTRASS gegrond op zijne theorie der machtreeksen. Uit een gegeven analytische uitdrukking leiden wij een element der analytische functie af, d. i. een machtreeks convergeerende in een bepaalden cirkel, en door de voortzetting van dit element wordt een analytische functie gedefinieerd, die bestaat in het gebied, dat door de verzameling der convergentiecirkels wordt bedekt. Een zelfde analytische uitdrukking kan in verschillende gebieden verscheiden functies bepalen. Zoo zal bijv. de reeks van TANNERY

$$\sum_{n=0}^{n=\infty} \frac{z^{2^n}}{1-z^{2^{n+1}}}$$

voor $|z| < 1$ de analytische functie $\varphi_1(z) = \sum_{k=1}^{k=\infty} z^k = \frac{z}{1-z}$ voorstellen, terwijl voor $|z| > 1$ dezelfde uitdrukking de analytische functie $\varphi_2(z) = -\sum_{k=1}^{k=\infty} z^{-k} = -\frac{1}{z-1}$ bepaalt. Beide functies, ieder bepaald in een afzonderlijk gebied, kunnen over het geheele vlak worden voortgezet, maar blijkbaar blijven zij overal geheel verschillend. Zoo volgt uit de algemeene theorie, dat het begrip der analytische functie niet samenvalt met dat der functionaliteit, zooals deze wordt aangegeven door een analytische uitdrukking, en het is juist deze grondgedachte, die zooals BOREL herhaaldelijk heeft aangetoond soms leidt tot gevolgtrekkingen, welke niet altijd in elk opzicht bevredigend zijn [1]).

BOREL onderstelt, dat een gegeven analytische uitdrukking $F(z)$ binnen een gesloten kromme C een functie $\varphi_1(z)$ bepaalt en buitendien een tweede functie $\varphi_2(z)$ in het gebied buiten C, waarbij dan de singulariteiten van deze functies op C overal dicht liggen, zoodat deze kromme voor beide functies een zoogenaamde natuurlijke grens vormt. Hij toont dan aan, dat de veeltermreeks, die $\varphi_1(z)$ voorstelt, onder zekere voorwaarden blijft convergeeren, absoluut en uniform,

[1]) Leçons sur les Fonctions monogènes uniformes d'une variable complexe. Chap. III.

wanneer de veranderlijke z langs zekere stralen de grenslijn C overschrijdt. Anders uitgedrukt, het gebeurt, dat men de waarde eener analytische uitdrukking, die aanvankelijk samenviel met die van de functie $\varphi_1(z)$ doorloopend kan doen overgaan in de waarde van de functie $\varphi_2(z)$ en deze mogelijkheid schijnt min of meer in tegenspraak met de theorie, volgens welke de functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$ zonder eenigen samenhang zijn.

Ik stel mij voor hier twee eenvoudige voorbeelden te behandelen, waarin de vervorming van $\varphi_1(z)$ in een veeltermreeks niet noodig is, en die toch, zooals ik geloof, een inzicht kunnen geven in de strekking van Borel's opmerkingen.

Laat de gegeven analytische uitdrukking zijn de reeks van Lambert

$$F(z) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^s} \frac{z^n}{1-z^n},$$

waarin de exponent s bestaanbaar kan worden ondersteld.

Blijkbaar kan men voor alle waarden van s de reeks $F(z)$ ontwikkelen in een machtreeks van z, en daar voor $|z| < 1$

$$\left| \frac{1}{n^s} \cdot \frac{z^n}{1-z^n} \right| < \frac{1}{n^s} |z|^n \cdot \frac{1}{1-|z|},$$

zal $F(z)$ binnen den cirkel C met straal één een analytische functie $\varphi_1(z)$ bepalen. Indien echter $s > 1$, kan men ook schrijven

$$F(z) = -\sum_{n=1}^{n=\infty} \left(\frac{1}{n^s} + \frac{1}{n^s} \cdot \frac{\frac{1}{z^n}}{1-\frac{1}{z^n}} \right) = -\zeta(s) - \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n^s} \cdot \frac{\frac{1}{z^n}}{1-\frac{1}{z^n}},$$

en uit $F(z)$ kan ook een machtreeks in $\frac{1}{z}$ worden afgeleid, d.i. een tweede analytische functie $\varphi_2(z)$, die bestaat in het gebied buiten C.

De functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$, die in verschillende gebieden door dezelfde analytische uitdrukking worden weergegeven, zijn verbonden door de betrekking

$$\varphi_1(z) + \varphi_2\left(\frac{1}{z}\right) = -\zeta(s), \qquad (|z| < 1)$$

maar de voorname vraag is, of een van beide al of niet is een analytische voortzetting van de andere. Een beslissing kan men gronden op een vervorming van $F(z)$. In overeenkomst met de rationale getallen $\frac{p}{q}$ van het interval (0,1) kan men de zoogenaamde rationale punten $a_n = e^{2\pi i \frac{p}{q}}$ op den cirkel C in een bepaalde volgorde (a_n)

rangschikken, en als men noemt q den noemer van de breuk, die overeenkomt met a_n, blijkt het, dat men heeft

$$F(z) = -z\,\zeta(s+1)\sum_{n=1}^{n=\infty}\frac{1}{q^{s+1}}\cdot\frac{1}{z-a_n}.$$

Deze reeks van breuken stelt $\varphi_1(z)$ voor, als $|z|<1$, $s>0$, daarentegen is de reeks gelijk aan $\varphi_2(z)$, zoodra $|z|>1$ en tevens $s>1$. Men kan nu toepassen een stelling van GOURSAT [1]) en besluiten, dat de punten a_n zonder uitzondering singulier zijn voor de beide functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$. Daar deze punten op C overal dicht liggen, is voor ieder der functies de voortzetting over den cirkel heen uitgesloten [2]).

Door toepassing van de sommatieformule van EULER kan men de waarden berekenen, die de functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$ aannemen, als z langs den straal een der singuliere punten nadert. Op deze wijze vind ik in de eerste plaats, als z een positieve waarde $x<1$ heeft, de volgende asymptotische uitdrukking voor $\varphi_1(z)$

$$\varphi_1(x)=\frac{1}{\log\frac{1}{x}}\cdot\zeta(s+1)+\left(\log\frac{1}{x}\right)^{s-1}\Gamma(1-s)\,\zeta(1-s)-\tfrac{1}{2}\zeta(s)+$$

$$+\frac{B_1}{2!}\log\frac{1}{x}\cdot\zeta(s-1)-\frac{B_2}{4!}\left(\log\frac{1}{x}\right)^{3}\zeta(s-3)+\frac{B_3}{6!}\left(\log\frac{1}{x}\right)^{5}\zeta(s-5)-\ldots.$$

die geldig is voor alle niet-geheele waarden van s.

De uitkomst is minder eenvoudig, als z langs den straal zich beweegt naar het punt $e^{2\pi i\frac{p}{q}}=e^{i\beta}$. Stellende $z=\varrho e^{i\beta}$, vind ik voor $\varrho<1$ en weder aannemende, dat s niet geheel is [3])

---

[1]) Bulletin des Sciences Math., t. XI, p. 109. Sur les fonctions à espaces lacunaires.

[2]) Dit volgt ook uit een der stellingen betreffende de reeks $\sum_{n=1}^{n=\infty} b_n\frac{z^n}{1-z^n}$, vermeld in een vorige mededeeling (Verslagen en Mededeelingen., XXVIII. blz. 269) volgens welke de voortzetting van de functie over den cirkel heen is uitgesloten, zoodra men heeft $b_n>0$ en $\lim_{n=\infty} b_n=0$.

[3]) Voor geheele waarden van s verkrijgt men de uitkomst door s tot de geheele limiet te laten naderen. Zoo vindt men bijv., als s tot nul nadert

$$\varphi_1(x)=\frac{C-\log\log\frac{1}{x}}{\log\frac{1}{x}}+\tfrac{1}{4}-\frac{B_1^2}{2\,.\,2!}\log\frac{1}{x}-\frac{B_2^2}{4\,.\,4!}\left(\log\frac{1}{x}\right)^3-\ldots.,$$

en

$$\varphi_1(\varrho e^{i\beta}) = \frac{1}{q^{s+1}\log\frac{1}{\varrho}}\cdot\zeta(s+1)+q^{s-1}\left(\log\frac{1}{\varrho}\right)^{s-1}\Gamma(1-s)\,\zeta(1-s)-\tfrac{1}{2}\zeta(s)+$$

$$+\frac{i}{2q^s}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s,\frac{h}{q}\right)\cot\frac{h\beta}{2}+$$

$$+\log\frac{1}{\varrho}\cdot\left\{+\frac{B_1}{2!\,q^{s-1}}\zeta(s-1)-\frac{1}{1!\,2^2q^{s-1}}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s-1,\frac{h}{q}\right)(D\cot v)_{v=\frac{h\beta}{2}}\right\}+$$

$$+\left(\log\frac{1}{\varrho}\right)^2\cdot\left\{-\frac{i}{2!\,2^3q^{s-2}}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s-2,\frac{h}{q}\right)(D^2\cot v)_{v=\frac{h\beta}{2}}\right\}+$$

$$+\left(\log\frac{1}{\varrho}\right)^3\cdot\left\{-\frac{B_2}{4!\,q^{s-3}}\zeta(s-3)+\frac{1}{3!\,2^4q^{s-3}}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s-3,\frac{h}{q}\right)(D^3\cot v)_{v=\frac{h\beta}{2}}\right\}+$$

$$+\left(\log\frac{1}{\varrho}\right)^4\cdot\left\{+\frac{i}{4!\,2^5q^{s-4}}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s-4,\frac{h}{q}\right)(D^4\cot v)_{v=\frac{h\beta}{2}}\right\}+$$

$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$

In deze formule beteekent $\zeta(p,\alpha)$ de functie, die als $p>1$ is en voor $0<\alpha<1$ voorgesteld wordt door de reeks $\sum_{n=0}^{n=\infty}\frac{1}{(\alpha+n)^p}$.

Men kan opmerken, dat in beide vergelijkingen de absolute waarde der fout, die men maakt door bij een bepaalden term af te breken, altijd een eindig veelvoud zal bedragen van die van den laatst geschreven term.

In het bijzonder vindt men voor $s>1$

$$\lim_{x\to 1}\left\{\varphi_1(x)-\frac{1}{\log\frac{1}{x}}\zeta(s+1)\right\}=-\tfrac{1}{2}\zeta(s),$$

$$\lim_{\varrho\to 1}\left\{\varphi_1(\varrho e^{i\beta})-\frac{1}{q^{s+1}\log\frac{1}{\varrho}}\zeta(s+1)\right\}=-\tfrac{1}{2}\zeta(s)+\frac{i}{2q^s}\sum_{h=1}^{h=q-1}\zeta\left(s,\frac{h}{q}\right)\cot\frac{h\beta}{2}.$$

$$\left(\beta=2\pi\frac{p}{q}\right)$$

Derhalve, als z langs den straal het rationale punt $e^{2\pi i\frac{p}{q}}$ nadert,

$$\lim_{\varrho\to 1}\left\{\varphi_1(\varrho e^{i\beta})-\frac{C-2\log q-\log\log\frac{1}{\varrho}}{q\log\frac{1}{\varrho}}\right\}=\tfrac{1}{4}-\frac{i}{2q}\sum_{h=1}^{h=q-1}h\cot\frac{h\beta}{2}.$$

De eerste formule is afkomstig van SCHLÖMILCH, de tweede leidde ik af in een vorige mededeeling: Over de reeks van LAMBERT.

gaat alleen het bestaanbare stuk van de waarde der functie onbepaald toenemen, en voor alle punten $e^{2\pi\frac{ip}{q}}$, die overeenkomen met denzelfden noemer q, zullen die bestaanbare stukken in de grens dezelfde zijn.

De functie $\varphi_2(z)$ gedraagt zich geheel op dezelfde wijze vanwege de betrekking

$$\varphi_1\left(\frac{1}{z}\right) + \varphi_2(z) = -\zeta(s)\ ,\ (|z|>1)$$

door middel waarvan $\varphi_2(z)$, zoodra z van de buitenkant van den cirkel langs den straal het punt $e^{2\pi i\frac{\mu}{q}}$ nadert, uitgedrukt wordt in $\varphi_1\left(\frac{1}{z}\right)$.

Nu de rationale punten op C als singulariteiten van $\varphi_1(z)$ en van $\varphi_2(z)$ zijn herkend, moet men zijne aandacht vestigen op andere punten der kromme, en als zoodanig neem ik de punten $e^{2\pi i\xi}$, waar ξ is een onmeetbaar algebraïsch getal van de orde μ, dat is een wortel van een onherleidbare vergelijking van den graad μ. Blijkbaar vormen de punten $e^{2\pi i\xi}$, die ik algebraïsche punten van de orde μ op C zal noemen, een nieuwe aftelbare verzameling, overal dicht op den cirkel.

Laat $z = \varrho\, e^{2\pi i\xi}$ zijn, dan is het in te zien, dat voor alle waarden van ϱ

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > 1 \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi < 0,$$

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > |\sin 2\pi n\xi| \ , \text{ als } \cos 2\pi n\xi > 0.$$

Nu is in het laatste geval $n\xi$ een onmeetbaar getal, toenemende met het rangnummer n, en kan er altijd een geheel getal k gevonden worden, zoodanig dat $|n\xi - k| < \frac{1}{2}$. Maar omdat $\cos 2\pi(n\xi - k) = \cos 2\pi n\xi > 0$, moet men hebben $|n\xi - k| < \frac{1}{4}$, derhalve is $\sin 2\pi|n\xi - k|$ de sinus van een scherpen hoek en als zoodanig grooter dan de hoek zelf, vermenigvuldigd met $\frac{2}{\pi}$.

Daarom kan men, als $\cos 2\pi n\xi > 0$ is, schrijven

$$|\sin 2\pi n\xi| = \sin 2\pi\,|n\xi - k|$$

en

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > 4n\left|\xi - \frac{k}{n}\right|.$$

Nu is volgens de bekende stelling van Liouville over de algebraïsche getallen

$$\left|\xi - \frac{k}{n}\right| > \frac{1}{Mn^{\mu}},$$

waarin M is een eindig getal onafhankelijk van n en alleen afhangende van de coëfficiënten der vergelijking, waarvan ξ een wortel is.

Op deze wijze besluit men, dat

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > \frac{4}{Mn^{\mu-1}}$$

en dat men bijgevolg voor alle waarden van $\varrho = |z|$ heeft

$$\left|\frac{1}{n^s} \cdot \frac{z^n}{1-z^n}\right| < \frac{1}{n^s} \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi < 0,$$

$$\left|\frac{1}{n^s} \cdot \frac{z^n}{1-z^n}\right| < \frac{M}{4} \cdot \frac{1}{n^{s-\mu+1}} \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi > 0.$$

Daarom zal de reeks van LAMBERT $F(z)$ zoodra $s > \mu$ absoluut convergeeren op den straal van het punt $e^{2\pi i\xi}$ en de convergentie zal zijn onafhankelijk van ϱ en gelijkmatig op ieder stuk van den straal. Onderstellende, dat z zich continu beweegt langs dien straal, zal de waarde van de analytische uitdrukking $F(z)$, die voor $\varrho < 1$ gelijk is aan die van de functie $\varphi_1(z)$, eveneens continu overgaan in de waarde van de functie $\varphi_2(z)$, zoodra ϱ grooter dan één wordt. Buitendien als s voldoende boven het getal μ wordt genomen, bijv. als men neemt $s > 2\mu - 1$, zal de reeks verkregen door termsgewijze de reeks $F(z)$ ten opzichte van ϱ te differentieeren geheel op dezelfde wijze de waarde van $\frac{d\varphi_1(z)}{dz}$ of die van $\frac{d\varphi_2(z)}{dz}$ aangeven, naargelang de waarde van ϱ is gekozen. In dezen gedachtengang kan men aan de functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$ een gemeenschappelijke bepaalde waarde toekennen in het punt $e^{2\pi i\xi}$, ofschoon blijkbaar dit punt geen gewoon punt is. Als men $\varphi_1(e^{2\pi i\xi})$ en $\varphi_2(e^{2\pi i\xi})$ beide gelijk neemt aan de eindige limiet $\lim_{\rho \to 1} F(\varrho e^{2\pi i\xi})$, verkrijgt men

$$\varphi_1(e^{2\pi i\xi}) = \varphi_2(e^{2\pi i\xi}) = -\tfrac{1}{2}\zeta(s) + \frac{i}{2}\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cot \pi n\xi}{n^s}$$

en de reeks $\sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{\cot \pi n\xi}{n^s}$ zal zeker convergeeren, zoo slechts $s > \mu$.

Derhalve is een zekere samenhang aangetoond tusschen de functies $\varphi_1(z)$ en $\varphi_2(z)$, die men volgens de theorie van WEIERSTRASS moet beschouwen als geheel verschillend en zonder eenig verband. Inderdaad in dit zeer bijzondere geval is gebleken, dat terwijl de klassieke voortzetting met behulp van machtreeksen onmogelijk is, een nieuw soort van voortzetting zoo volledig als men zou kunnen wenschen, geleverd wordt door de reeks van LAMBERT langs de stralen van een aftelbare oneindige verzameling.

De vraag komt op, of er gevallen bestaan, waarin de voortzetting met behulp van een reeks van LAMBERT geschiedt langs de stralen van een verzameling, die de macht c heeft van het continuum. Het antwoord kan bevestigend luiden. Ik beschouw bijv. de reeks

$$G(z) = \sum_{n=1}^{n=\infty} \frac{1}{n!} \cdot \frac{z^n}{1-z^n}.$$

Opnieuw zijn in deze reeks de coëfficiënten positief en nul is hun gemeenschappelijke grens, daarom zullen overeenkomstig de stelling vermeld in de noot op blz. 1174 de rationale punten op den cirkel C singulier zijn voor de analytische functies $\psi_1(z)$ en $\psi_2(z)$, die door $G(z)$ binnen en buiten C worden bepaald.

Wederom verkrijgt men door toepassing van de sommatieformule van EULER eenig inzicht in het gedrag dezer functies in de omgeving dezer singulariteiten. Als ik in de eerste plaats z een positieve waarde $x < 1$ geef, vind ik

$$\psi_1(x) = \frac{1}{\log\frac{1}{x}}\{\mathrm{Li}(e) - C\} - \tfrac{1}{2}(e-1) + \frac{B_1}{2!} \cdot e \log\frac{1}{x} - \frac{B_2}{4!} \cdot 5e\left(\log\frac{1}{x}\right)^3 +$$

$$+ \frac{B_3}{6!} \cdot 52\, e\left(\log\frac{1}{x}\right)^5 \cdot \cdots\cdots$$

en de absolute waarde van de fout, die men maakt door de reeks ergens af te breken, zal altijd kleiner zijn dan die van den laatst geschreven term.

Als men stelt $z = \varrho e^{2\pi i \frac{p}{q}} = \varrho e^{t\beta}$ en ϱ tot één laat naderen, zal men vinden

$$\lim_{\varrho \to 1}\left\{\psi_1(\varrho e^{t\beta}) - \frac{1}{\log\frac{1}{x}} \sum_{k=1}^{k=\infty} \frac{1}{(kq)!\, kq}\right\} = -\tfrac{1}{2}(e-1) - \sum_{h=1}^{h=q-1}\left(\frac{h}{q} - \tfrac{1}{2}\right) e^{\cos h\beta + i \sin h\beta}$$

De functie $\psi_2(z)$ gedraagt zich in de omgeving van een singulier punt op overeenkomstige wijze van wege de betrekking

$$\psi_2(z) + \psi_1\left(\frac{1}{z}\right) = -(e-1). \qquad (|z| > 1)$$

Laat nu ξ een transcendent getal zijn, waarvan de ontwikkeling in een kettingbreuk geeft

$$\frac{1}{a_1+}\,\frac{1}{a_2+}\,\frac{1}{a_3+}\cdots\cdots\frac{1}{a_k+}\cdots\cdots,$$

waarbij alle geheelen a_k kleiner zijn dan een gegeven eindig getal l.

Blijkbaar zullen deze getallen ξ, en dientengevolge ook de punten $e^{2\pi i \xi}$ een verzameling vormen van de macht c, waarbij evenwel de

verzameling der punten $e^{2\pi i\xi}$ niet op den cirkel overal dicht zal zijn. Volgens de bekende eigenschappen der kettingbreuken heeft men, als k is een willekeurig geheel, $\frac{T_n}{N_n}$ de n-de naderende breuk

$$\left|\xi - \frac{k}{n}\right| > \left|\xi - \frac{T_n}{N_n}\right| > \left|\frac{T_{n+2}}{N_{n+2}} - \frac{T_n}{N_n}\right| =$$

$$= \frac{a_{n+2}}{N_n(a_{n+2}N_{n+1} + N_n)} > \frac{1}{2N_n N_{n+1}} > \frac{1}{2(a_{n+1}+1)N_n^2} > \frac{1}{2(l+1)N_n^2},$$

en daar N_n blijkbaar altijd kleiner is dan $(l+1)^n$, kan men schrijven

$$\left|\xi - \frac{k}{n}\right| > \frac{1}{2(l+1)^{2n+1}}.$$

Wanneer men nu het geheele getal k bepaalt door de voorwaarde $|n\xi - k| < \frac{1}{2}$ en stelt $z = \varrho e^{2\pi i\xi}$, verkrijgt men door dezelfde redeneering als te voren

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > 1 \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi < 0,$$

$$\left|\frac{1}{z^n} - 1\right| > 4n\left|\xi - \frac{k}{n}\right| > \frac{2n}{(l+1)^{2n+1}} \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi > 0,$$

en dientengevolge

$$\left|\frac{1}{n!}\cdot\frac{z^n}{1-z^n}\right| < \frac{1}{n!} \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi < 0,$$

$$\left|\frac{1}{n!}\cdot\frac{z^n}{1-z^n}\right| < \frac{(l+1)^{2n+1}}{2n\,.\,n!} \quad , \text{ als } \cos 2\pi n\xi > 0.$$

De reeks $G(z)$ zal dus absoluut convergeeren op den straal van het punt $e^{2\pi i\xi}$ en de convergentie zal uniform zijn op elk stuk van dien straal.

Daarmede is dus aangetoond, dat in dit geval de functies $\psi_1(z)$ en $\psi_2(z)$ samenhangen in alle punten van een verzameling van de macht c, en dat langs de stralen dezer punten de reeks van LAMBERT een onberispelijke voortzetting levert, terwijl de analytische voortzetting noodzakelijkerwijze moet ontbreken [1]).

De elementaire voorbeelden, die ik behandelde, doen evengoed als de voorbeelden van BOREL uitkomen, dat men somtijds er toe geleid wordt om een groep van analytische functies, die in verschillende gebieden bestaan, als een enkele functie te beschouwen. En gelet

---

[1]) Daar voor alle s, zoo n slechts groot genoeg is, $\frac{1}{n!} < \frac{1}{n^s}$ is, kan men er zeker van zijn, dat de reeks $G(z)$ ook de voortzetting bewerkt langs de stralen der algebraïsche punten van elke orde.

op het feit, dat men in deze gevallen een niet-analytische voortzetting kan tot stand brengen, stelt men zich de vraag of niet aan het begrip der functionaliteit een zekere uitbreiding zou moeten worden gegeven. BOREL deed een stap in deze richting door de theorie te ontwikkelen van een klasse van niet-analytische, monogene functies, die bestaan in een zoogenaamd gebied van CAUCHY [1]).

[1]) Leçons sur les fonctions monogènes uniformes d'une variable complexe. Chap. V.

Physiologie. — De Heer A. A. Hijmans van den Bergh biedt eene mededeeling aan: *„Over Sulfhaemoglobinaemie".*

De blauwe kleur van huid en slijmvliezen, waaraan men den naam van *cyanose* geeft, berust bijna altijd op een stoornis in de zuurstof- of koolzuur-gaswisseling van het bloed. Enkele malen komt zij tot stand door eene lichte verandering van de bloedkleurstof tot het zoogenaamde methaemoglobine, teweeggebracht door vergiftiging met sommige stoffen, zooals nitrieten, nitrobenzol, anilinederivaten en dergelijke. Het is een groote verdienste geweest van Stokvis en van Talma [1]) er bijna gelijktijdig op te hebben gewezen, dat bij sommige darmontstekingen vergiftige stoffen, in het darmkanaal gevormd, in het bloed worden geresorbeerd, en aldus eveneens methaemoglobinaemie met cyanose veroorzaken. Zelf was ik in de gelegenheid in 1905 [2]) aan te toonen, dat het bij deze vormen van enterogene methaemoglobinaemie nitrieten zijn, welke methaemoglobine uit de bloedkleurstof vormen. Bovendien ontmoette ik bij voortgezet onderzoek menschen, die een dergelijke cyanose vertoonden, welke evenwel niet op de aanwezigheid van methaemoglobine bleek te berusten, maar op een stof welke op grond van bepaalde eigenschappen als sulfhaemoglobine kon worden herkend, dat is de verbinding, die zich vormt, wanneer men kleine hoeveelheden zwavelwaterstof laat inwerken op haemoglobine. In al deze gevallen was het serum vrij van opgeloste bloedkleurstof: er bestond dus geen haemolyse. Later ontmoetten wij nog een derden vorm van meth- en sulfhaemoglobinaemie [3]), dit maal gepaard gaande met sterke haemolyse en hoogst waarschijnlijk teweeggebracht door gasvormende bacteriën. Wij kennen thans dus reeds drie vormen van deze cyanose: de septische sulfhaemoglobinaemie met haemolyse; de intraglobulaire methaemoglobinaemie; en de intraglobulaire sulfhaemoglobinaemie. Wij willen

---

[1]) Stokvis, Festschr. f. Leyden, en Ned. Tijdschr. v. Geneesk. 1902, II, 678. Talma, Ned. Tijdschr. v. Geneesk., 1902, II, 721.

[2]) Hijmans v. d. Bergh, Deutsch. Arch. f. klin. Mediz. 1905, LXXXIII, 86. Hijmans v. d. Bergh en Grutterink, Berlin. klin. Woch. 1906, I.

[3]) Hijmans v. d. Bergh, Ned. Tijdschr. v. Geneesk. 1918, I. 1774.

in deze mededeeling enkele nieuwe onderzoekingen vermelden betrekking hebbende op de intraglobulaire sulfhaemoglobinaemie.

Onze waarnemingen en die van verschillende Engelsche geneesheeren, van wie in het bijzonder mogen genoemd worden de belangrijke bijdragen van Wood Clarke en van Mackenzie Wallis[1]), wijzen er op, dat deze sulfhaemoglobinaemie vermoedelijk in den regel haar ontstaan dankt aan eene bemoeilijkte voortbeweging van den inhoud van den dikken darm. Dat wij inderdaad hierbij met de zwavelwaterstof-verbinding van het haemoglobine te maken hebben leidden wij af uit het spectrum van het bloed bij deze toestanden, dat nauwkeurig met dat van het sulfhaemoglobine overeenkomt; behalve de beide bekende strepen van het haemoglobine ziet men nl een streep, in het rood bij λ 617. Geen enkele andere, door ons onderzochte stof vertoonde een dergelijk spectrum. Bovendien bleek het, dat reduceerende middelen, op het bloed dezer patienten inwerkende, deze streep niet lieten verdwijnen, terwijl de streep van het methaemoglobine, hetwelk nog het meest op het sulfhaemoglobine gelijkt, bij toevoeging van zwavelammonium of vloeistof van Stokes onmiddellijk verdwijnt. Het gelukte evenwel niet het zwavelwaterstof langs chemischen weg in het bloedserum aan te toonen. En dit moest te meer bevreemden, omdat volgens de onderzoekingen van Erich Meyer, de chemische methoden tot het aantoonen van H_2S veel gevoeliger zijn dan de spectroscopische. Hiermede is in overeenstemming, dat in lijkenbloed, een of twee maal 24 uren na den dood ontnomen, zwavelwaterstof in het serum chemisch is aan te toonen, terwijl er dan spectroscopisch nog niets van een sulfhaemoglobine-streep te zien is.

Aan de welwillendheid van Collega Lameris dank ik de waarneming van een jongen patiënt, die wederom eene enterogene op sulfhaemoglobinaemie berustende cyanose vertoonde, en die ons in staat stelde het bovenvermelde vraagstuk nader te onderzoeken. Deze jongen lijdt aan de zoogen. ziekte van Hirschsprung, dat is een van af de geboorte bestaanden buitengewoon uitgezetten dikken darm, waarbij de ontlediging der ontlasting in de sterkste mate is belemmerd. De onderzoekingen, waarover ik me voorstel thans verslag uit te brengen zijn voor een groot deel het werk van den Heer Engelkes, arts, met wien ik te zamen getracht heb de bovengestelde vraag tot eene oplossing te brengen. Het bleek allereerst, dat het bloed van den jongen een sterke sulfostreep vertoonde. Het

[1]) Wood Clarke and Hurtley, Journ. Physiol. 1907, XXXVI, 62.
West and Wood Clarke, Lancet, 1907, I, 272.
Mackenzie Wallis, the Quarterly Journal of Medicine, 1913, VII, 73.

door WEST en CLARKE gevonden verschijnsel, dat bij sulfhaemoglobinaemie de streep in het rood over 5 golflengten naar rechts verschuift bij doorleiding van zuiver kooloxyd, kon worden bevestigd. Bovendien konden we een nieuwe reactie op sulfhaemoglobine aan de vroegere toevoegen. Indien men n.l. aan eene oplossing van SHb een druppel eener 1 % oplossing van cyaankalium toevoegt, blijft de sulfo-streep bij kamer-temperatuur gedurende langen tijd bestaan; de MHb-streep verdwijnt terstond. Toevoeging van een zeer groote hoeveelheid eener geconcentreerde cyaankalium-oplossing doet ook de sulfo-streep verdwijnen, maar ook dan eerst na eenige minuten. Voegt men bij eene SHb-oplossing een gelijk volume eener 1 % oplossing van 37° CNK, dan verdwijnt de S-streep eerst na 3 uren.

Door een stroom CO_2 te voeren door een weinig serum van den jongen en dit op te vangen in eene oplossing van loodacetaat of zelfs in het gevoelige reagens van CARO-FISCHER, gelukte het ook thans weder niet zwavelwaterstof in het serum aan te toonen.

Wij hebben toen aanvankelijk de chemische proeven op zwavelwaterstof in het serum gestaakt; in de plaats hiervan lieten wij dit serum onder de noodzakelijke voorzorgen van steriliteit bij 37° inwerken op eene normale haemoglobine-oplossing. Het bleek toen, dat in de meerderheid dier proeven er na geruimen tijd (2 × 24 uur) in de broedstoof uit het normale haemoglobine een weinig sulfhaemoglobine was gevormd. De gedachte kwam thans op, of er in het serum wellicht bacteriën aanwezig konden zijn, die de vorming van het sulfhaemoglobine teweegbrachten. Deze gedachte was reeds eerder voor de methaemoglobinaemie door GIBSON [1]) uitgesproken en inderdaad had deze onderzoeker een positief resultaat verkregen. Latere onderzoekers konden evenwel deze uitkomst niet bevestigen. Ook het bacteriologisch onderzoek van het bloed van onzen patiënt, door den Heer SCHAAP verricht, toonde aan, dat dit steriel was.

Wij lieten nu *zeer kleine* hoeveelheden zwavelstof inwerken op normale haemoglobine-oplossingen; daarbij bleek in de broedstoof bij 37° eerst na geruimen tijd (24 uren) de sulfostreep te ontstaan; dus dezelfde uitkomst als bij inwerking van het serum van onzen patiënt op normale haemoglobine-oplossing in den regel was verkregen. Wij mochten hieruit besluiten, dat — ofschoon we het niet konden aantoonen — er niettemin in dat serum kleine hoeveelheden zwavelwaterstof moesten bevat zijn. In de meening, dat het doorvoeren van een stroom koolzuurgas wellicht te veel van de kleine hoeveelheden

[1]) GIBSON and DOUGLAS, Lancet, 1906, II. 72.

zwavelwaterstof zou doen verloren gaan, dan dat dit nog kon worden terugggevonden, zijn wij er toe overgegaan direct op het serum te reageeren. Loodzouten waren daartoe ongeschikt wegens de vorming van een eiwitpraecipitaat, waardoor het niet gelukte een juiste uitkomst te verkrijgen. Een onderzoek met het gevoeligste reagens, dat van Caro-Fischer, kon voorloopig niet worden voortgezet wegens verschillende uitwendige omstandigheden. Wij vonden een voortreffelijk hulpmiddel in het zoogenaamde reagens van Kral, bestaande uit eene zwakke nitroprussiednatrium-oplossing in soda-alkalisch of ammonialkaal milieu. Voegt men zulk eene oplossing toe aan eene oplossing, welke een spoor zwavelwaterstof bevat, dan ontstaat een fraai roode, iets violet getinte verkleuring. Deze reactie wordt minder gevoelig genoemd dan de beide andere; zeer scherpe uitkomsten verkregen we niettemin, wanneer wij haar als ring-reactie uitvoerden. Toen we nu deze ring-reactie toepasten op het serum van den patiënt verkregen we steeds een positieve reactie, waardoor de aanwezigheid van zwavelwaterstof in het serum ook langs chemischen weg was vastgesteld. Alvorens dit met zekerheid te besluiten, moesten mogelijke bronnen van vergissing worden uitgesloten. Immers ook aceton en kreatinine geven met nitroprussied in ammoniakale oplossing een verkleuring. Het is ons echter gebleken, dat zoover het aceton betreft, deze reactie bij een veelvoud van de hoeveelheden, gelijk die op zijn hoogst in het bloedserum voorkomen, negatief uitvalt. Ook bij twee patiënten met sterke acetonurie (diabetes) gaf deze reactie in het serum een negatief resultaat. Evenzoo geeft het kreatinine eerst in eene veelvoudige concentratie van de hoeveelheden, die in het serum voorkomen, met dit reagens een positief resultaat; daarenboven is de kleur van den kreatinine-ring een geheel andere dan die van den zwavelwaterstof-ring. Eindelijk hebben we, gelijk van zelf spreekt, met hetzelfde reagens op het serum van een zeker aantal normale personen gereageerd, met negatief resultaat.

Nog meerdere zekerheid, dat wij sulfhaemoglobine voor ons hadden trachtten wij te verkrijgen op de volgende wijze: Een weinig bloed van den patient wordt opgevangen in physiologische keukenzoutoplossing en daarmede herhaaldelijk uitgewasschen, zoodat het serum geheel is verwijderd. Het spectrum van de roode bloedlichaampjes blijkt de sulfostreep te hebben gehouden, terwijl de afgepipetteerde vloeistof, met het reagens van Kral, gelijk van zelf spreekt geen reactie geeft. Nu voegen wij aan een mengsel van roode bloedlichaampjes en physiologische zoutoplossing een weinig 2% cyaankalium-oplossing toe (geneutraliseerd en in physiologische NaCl-oplossing om haemolyse te voorkomen). Het mengsel wordt eenige uren in de broedstoof

geplaatst. Na eenige uren heeft het HCN het H_2S verdrongen; het SHb-spectrum heeft plaats gemaakt voor dat van het CyHb, en in de bovenstaande vloeistof verkrijgt men met het nitroprussied een positieve reactie [1]).

Hiermede scheen dus de aanwezigheid van H_2S, zij het ook in uiterst kleine hoeveelheden, in het serum, zoowel als in het bloed-pigment bij onzen patient met zekerheid bewezen.

Oude proeven van Claude Bernard hebben aangetoond dat zwavelwaterstof, bij dieren in een vena ingespoten, langs de longen wordt uitgeademd: een loodpapiertje voor den mond gehouden, werd zwart. Ofschoon de hoeveelheden H_2S in het bloed van onzen patient betrekkelijk niet gering zijn, gelukt het op deze eenvoudige wijze niet, H_2S in de uitademingslucht aan te toonen. Wel kregen we een positief resultaat, toen we den jongen gedurende $\pm$ 1 uur in een daarvoor geconstrueerd apparaat lieten ademen. Op het loodpapiertje verscheen toen een bruine vlek. Natuurlijk hebben we door controleproeven met gezonde menschen en door behoorlijke maatregelen vergissingen trachten te vermijden.

Het is mogelijk gebleken ons een oordeel te vormen omtrent de hoeveelheid Hb, die in SHb veranderd is. Deze bepaling is niet mogelijk, ten minste niet op eenvoudige wijze, door spectrophotometrisch onderzoek; betrekkelijk gemakkelijk langs een meer indirecten weg. Deze bepaling berust op de tegenwoordig algemeen als vaststaand aangenomen meening, dat, het haemoglobine eene en dezelfde goed gedefinieerde stof is, die op elk molecuul een atoom ijzer bevat.

In een gesloten ruimte, in aanraking met zuivere zuurstof neemt het haemoglobine een constante hoeveelheid zuurstof op. De verhouding van de hoeveelheid ijzer in zekere hoeveelheid haemoglobine tot haar losgebonden zuurstof in een milieu van zuivere zuurstof is dus constant, te weten 2 atomen O op 1 atoom Fe, in volumina uitgedrukt: 401 cm^3 zuurstof per gram ijzer. De derivaten der roode bloedkleurstof, het methgb., het sulfhgb., het cyaanhb., het haematine, nemen, naar men aanneemt geen zuurstof uit een gasmengsel op. Indien men dus bloed, dat naast oxyhb. ook SHb bevat met een atmosfeer van zuivere zuurstof in aanraking brengt, en de hoeveelheid losgebonden zuurstof en het ijzergehalte bepaalt, zal men uit het verschil van de gevonden verhouding van Fe : O en de bekende

[1]) *Noot bij de correctie*: Voortzetting van het onderzoek heeft geleerd, dat dit door ons waargenomen verschijnsel van meer ingewikkelden aard is dan de in deze mededeeling gegeven voorstelling doet verwachten.

verhouding eener zuivere OHb-oplossing onder dezelfde omstandigheden (401 : 1) kunnen berekenen, hoeveel Hb er is omgezet.

De methode van Barcroft nu veroorlooft zeer nauwkeurig en op betrekkelijk eenvoudige wijze de gasanalyse van het bloed; de titaanmethode is voortreffelijk geschikt voor de ijzerbepaling in deze vloeistof. Met behulp van deze methoden heeft de Heer Engelkes het bloed van onzen patiënt onderzocht. Het bleek, dat de hoeveelheid veranderde Hb op verschillende tijden verschillend was, gelijk reeds door spectroscopie was aangetoond.

Eenmaal werd gevonden eene hoeveelheid veranderde Hb (welke dus wel op SHb mag worden betrokken) van 19 %, een anderen keer 12.5 %.

De clinicus is bij dergelijke onderzoekingen daardoor belemmerd, dat hij uit den aard der zaak slechts met minimale hoeveelheden bloed kan werken, en eene bepaalde proef niet dikwijls kan herhalen. Het veld van onderzoek wordt terstond verruimd, wanneer men er het dier-experiment in kan betrekken. Dit is, dank zij een toeval, mogelijk gebleken. In het begin van ons onderzoek, toen het nog niet gelukt was, het H_2S langs chemischen weg in het serum aan te toonen, hebben wij een weinig van dat serum intraveneus aan konijnen ingespoten. Tot onze groote verrassing vonden we reeds na een uur in het bloed van een dezer konijnen een tamelijk ruime hoeveelheid SHb. Het was evenwel niet noodig eene verklaring te gaan zoeken voor de opvallend snelle inwerking van zoo kleine hoeveelheden van het serum op konijnenbloed, want bij nader onderzoek bleek het, tot onze niet minder groote verrassing, dat sommige, volmaakt gezonde en versche konijnen physiologisch een spectroscopisch duidelijk aantoonbare hoeveelheid SHb in hun bloed bevatten. Wij hebben toen een 26-tal konijnen nagegaan, deels direct op de markt gekocht, deels afkomstig uit de stallen van verschillende ambtgenooten.

Bij 4 vonden we spectroscopisch betrekkelijk veel SHb, bij 13 een geringe hoeveelheid, bij 9 in het geheel niets. Eene quantitatieve bepaling door gasanalyse en Fe-bepaling bij een konijn met sterke S-streep gaf als resultaat:

aorta-bloed . . . . 10.5 %.
vena-porta bloed 12.5 %.

Komen we nu terug op de oorspronkelijke vraag, waarom bij onze patienten (en hetzelfde zal wel bij de konijnen het geval zijn) zoo weinig H_2S in het serum is te vinden bij meer of minder sterke S-streep, terwijl in het lijkenbloed de tegengestelde verhouding wordt aangetroffen. Ik denk me de verklaring aldus: het H_2S, dat uit den

dikken darm in het bloed wordt opgenomen, verdeelt zich allereerst over lichaampjes en serum. In de lichaampjes vormt het een vaste verbinding, het SHb, dat niet dissocieert, en dus ook in de longen het H_2S niet afstaat. Het zal slechts langzaam, vermoedelijk tegelijk met het overige Hb-molecuul, worden ontleed en uit het bloed verwijderd. Geheel anders is het gesteld met het H_2S in het plasma, dat zich daarin aan alkali gebonden, in opgelosten toestand bevindt. Tusschen de in het serum opgeloste gassen en die van de alveolairlucht zal zich spoedig een evenwicht instellen. En aangezien de alveolair-lucht door de ademhaling zich telkens ververscht en de atmospherische lucht practisch geen H_2S bevat, zal de in het plasma opgeloste H_2S daaruit ontwijken. Een deel zal, in serum of weefsels, door oxydatie worden vernietigd. Zoo zal dus tengevolge van dit proces en van de ademhaling het serum, op sporen na, van het H_2S bevrijd worden. In het lijkenbloed wordt bij voortschrijdende rotting voortdurend H_2S in het bloed opgenomen. Ook hier weder verdeelt zich het H_2S over bloedlichaampjes en serum. De ademhaling evenwel zoowel als de oxydatie ontbreekt; het bloed bevindt zich in de vaten in een afgesloten ruimte. De opgeloste H_2S wordt dus niet aan de vloeistof onttrokken. De hoeveelheden H_2S in het serum opgelost, zijn groot genoeg om door de gevoelige chemische reactie te worden aangetoond. Bij de lijkentemperatuur is de hoeveelheid niet voldoende om in een zeker tijdsverloop het Hb in SHb om te zetten. Bij voortschrijdende rotting en langeren duur van inwerking zal het Shb-spectrum voor den dag komen.

In den loop van ons onderzoek hebben wij nog drie verdere patienten gezien, bij wie ten gevolge van verminderde voortschrijding van den inhoud in den dikken darm, sterke Shb-aemie viel waar te nemen. Dit veelvuldiger voorkomen der Sulfhaemoglobinaemie dan wij oorspronkelijk vermoed hadden, en vooral ook het voorkomen van deze bloedafwijking in zeker percentage bij overigens gezonde konijnen, geeft aan de hier vermelde resultaten wellicht een eenigszins meer algemeene beteekenis.

Want het is toch wel treffend, dat bij menschen in ziekelijke omstandigheden, bij konijnen zelfs naar het schijnt physiologisch, een stof, die een vergif is voor het centrale zenuwstelsel, en die door zich met het ademhalingspigment te verbinden een deel daarvan tot eene waardelooze stof maakt, uit het darmkanaal in hoeveelheden tot bijna 20 % toe, in het bloed wordt opgenomen.

De hier medegedeelde onderzoekingen verklaren nog niet afdoende het ontstaan van de Shb-aemie bij patiënten met verlangzaamde

voortschrijding van den darminhoud. Wij hebben den indruk gekregen, alsof bij zulke patiënten, bij wie reeds zeer langen tijd (somtijds jaren) de belemmering in de voortbeweging van den darminhoud bestond, de cyanose met Shb-aemie, in een betrekkelijk kort tijdsverloop — bijna eenigermate plotseling — tot stand kwam. Het heeft dus den schijn, alsof er bij de resorptie van het H_2S uit den darm, nog een andere, tot dusver onbekende factor, moet komen, wil de Shb-aemie ontstaan. Of deze factor gezocht moet worden in de aanwezigheid van reduceerende stoffen in het bloedserum, gelijk Mackenzie Wallis uit zijn belangrijk onderzoek besluit, zal nader onderzocht moeten worden. In ons geval gelukte het niet zulke reduceerende stoffen in het serum aan te toonen. Evenzoo zal verder moeten worden onderzocht of de SHb-aemie wellicht een veelvuldiger voorkomend verschijnsel is dan tot heden, op grond van het spectroscopisch onderzoek, moest worden aangenomen. Naar onze schatting moeten ongeveer 10 % van het OHb in SHb zijn omgezet, wil zulks langs spectroscopischen weg blijken.

Physiologie. — De Heer ZWAARDEMAKER biedt een mededeeling aan van den Heer K. KOMURO (Nagasaki): *„Ruiken bij volledige vermoeienis, resp. adaptatie voor een bepaalden geur"*.

(Mede aangeboden door den Heer MAGNUS).

Het aantal qualiteiten (zoogenaamde specifieke energien), dat men in den reukzin heeft te onderscheiden, is vrij aanzienlijk. Dit blijkt o. a. uit vermoeienis-onderzoekingen, die reeds lang geleden door FRÖHLICH, ARONSOHN, ZWAARDEMAKER, HERMANIDES zijn verricht.

FRÖHLICH [1]) vermoeide zijn reukorgaan eerst door een bepaalde reukstof en daarna trachtte hij op te sporen of hij met dat reukorgaan ook nog andere geuren ruiken kon. In zijn verhandeling schreef hij: „Wenn z. B. Valeriana celtica gerochen wurde, so wurde darauf der so nahe stehende Geruch von Patchouli nicht wahrgenommen; wohl aber erregte Valeriana nach Patchouli noch einen sehr lebhaften Eindruck".

ARONSOHN [2]) heeft hiervan een nauwkeuriger studie gemaakt. Voor zijn onderzoek gebruikte hij eenige fleschjes, waarvan ieder met een verschillende reukstof gevuld was. Aan een fleschje, met een bepaalde reukstof, rook hij zoolang tot volledige verstomping voor dezen geur was ingetreden. Daarna rook hij aan een ander fleschje met andere reukstof en trachtte hiervan den geur te ruiken en indien dit mogelijk bleek, ook de scherpte ervan te bepalen.

Hij onderscheidt al naar gelang der reukscherpte 3 groepen, n.l. 1e onverzwakte reukintensiteit, 2e verzwakte reukintensiteit en 3e reukloosheid. Zoo kon hij b.v. bij volledige verstomping door jodtinctuur, aetherische oliën, alsook aether onverzwakt, citroen-, salie-, muskaatbloesem-, terpentijn-, bergamot- en nagelolie iets verzwakt ruiken, copaiva-balsem en den geur van spiritus daarentegen niet meer. Verder werden nog vermoeienisproeven gedaan voor zwavelammonium, kamfer en oleum juniperi. Hij formuleert zijn resultaat aldus: „Verschiedene Geruchsqualitäten afficiren verschiedene Bezirke der Geruchsnerven derart, dass eine Classe von Riechstoffen einen Bezirk maximal erregt, einen zweiten Bezirk in niederen Grade, einen dritten gar nicht erregt".

ZWAARDEMAKER [3]) heeft dergelijke proeven bij toxische anosmie,

[1]) FRÖHLICH, E. Sitzungsber. d. Kaiserl. Akad. d. Wissensch. Wien. Bd. VI. S. 322.

[2]) ARONSOHN, E. Archiv. f. Anat. u. Physiol. 1886. S. 361.

[3]) ZWAARDEMAKER, H. Die Physiologie des Geruchs. Leipzig. Engelmann. S. 255. 1895.

b.v. door cocaine en in een geval van post-diphteritische anosmie gedaan, en de categorieën in 2 tabellen ingedeeld. Zoo werd b.v. bij toxische anosmie door cocain, kamfer-, muskaatnoot-, romeinsche camille-, lavendel- en laurierolie onverzwakt geroken, terwijl thymolie, tinctura nucis toncae, eucalyptus-, pepermuntolie, oleum spicae en valeriaanolie min of meer afgestompt werden gevonden; voor nagel-, anijs-, hyssop-, roosmarijnolie en asa foetida werd volledige afstomping bereikt.

HERMANIDES [1]) bestudeerde de vermoeienis door de verlenging van den reactietijd, welke zij tot stand brengt tot maatstaf te nemen en vatte de uitkomst van zijn proeven in de volgende tabel samen.

Na vermoeienis met	Verlenging van reactietijd	Onveranderde reactietijd
Isoamylacetaat	Isoamylacetaat Valeriaanzuur	Nitrobenzol
Nitrobenzol	Nitrobenzol Isoamylacetaat	Valeriaanzuur
Valeriaanzuur	Valeriaanzuur Isoamylacetaat	Nitrobenzol
Scatol	Scatol	Isoamylacetaat Nitrobenzol Valeriaanzuur

E. L. BACKMAN [2]) wil niet van vermoeienis spreken, maar liever van adaptatie en ook dit woord vermijdt hij liefst, omdat hij het geheele verschijnsel uit zijn differentiaal-hypothese afleidt. Hij neemt n.l. aan, dat een reukindruk alleen gewekt kan worden, wanneer een reukstofhoeveelheid in steeds aangroeiende of steeds afnemende hoeveelheid in de ruikcellen kan dringen, maar niet wanneer de toetreding der riekende moleculen (odorivectoren van HEYNINX) [3]) volkomen gelijkmatig geschiedt door steeds gelijke toevloeiing per diffusie. Eerst, wanneer een zekere percentsgewijze uit te drukken vermeerdering van het aantal binnentredende moleculen plaats heeft, ontstaat een reukprikkel. Een onmiddellijk uitvloeisel dezer hypothese is, dat men bij volledige vermoeienis (synoniem: adaptatie) steeds dezelfde percentsgewijze vergrooting der concentratie van de reukstof in de lucht, die toegang krijgt tot de reukspleet, een juist waarneembare gewaarwording moet verkrijgen. BACKMAN's veronderstelling in dit opzicht werd door mij geheel bevestigd bij proeven,

[1]) HERMANIDES, J. Onderz. Physiol. Lab. Utrecht.. (5) Deel 10, p. 1.

[2]) BACKMAN, E. L. Exp. Undersökningar öfter Luktsinnets Fysiologi. Upsala. Läkare förendings Föfhandlingar. N. T. Bd. 22, p. 319, 1917.

[3]) HEYNINX, A. Essai d'olfactique physiologique. These Bruxelles, 1919, p. 2.

waarbij in de reukkamer van ZWAARDEMAKER, eerst een vermoeienis (synoniem: adaptatie) voor een reukstof was verkregen en onmiddellijk daarna een reukmeting werd uitgevoerd. Deze proeven zullen elders worden meegedeeld.

Voor terpineol, guajacol, capronzuur verrichte ik daarenboven experimenten, waarin na volledige vermoeienis (synoniem: adaptatie) de reukmeting in geparfumeerde lucht, die op zich zelf geen reukindruk meer verschafte, plaats had.

Ten einde de hoeveelheid geur in de camera van 400 Liter vergelijkenderwijs te kunnen beoordeelen, heb ik voor de reukstoffen, waarmee ik mijn zintuig vermoeide, aan het eind mijner proeven het minimum perceptibile in ZWAARDEMAKER's reukkast bepaald.

Ik vond toen voor terpineol $3.9.10^{-10}$ gr. per cub. c.M. lucht, als de nog juist waarneembare concentratie. Zij wordt olfactie genoemd en deze bepaalde kleine hoeveelheid reukstof per cub. c.M. vertegenwoordigt alzoo de waarde van 1 olfactie van mijn individueel onvermoeid reukorgaan. Bij den aanvang der proeven is de absolute hoeveelheid odorivector per cub. c.M., die aan het minimum perceptibile beantwoordt, vermoedelijk geringer geweest, daar ik door mijne proeven duidelijk iets van mijn reukscherpte voor de gebezigde reukstoffen verloren heb. In zooverre is de term vermoeienis misschien toch juister dan die van adaptatie en wil ik die in het vervolg, althans voor deze proefreeks, gebruiken [1]), hoewel aan den anderen kant erkend moet worden, dat de term voor de geringere graden zeer gepast is in verband met de door BACKMAN ontdekte constantie der drempelwaarden van onderscheiding en de analogie met den lichtzin, die daardoor aan den dag komt.

Na verdamping van 1 druppel terpineol bevond zich in de camera van 400 Liter lucht, waarin het hoofd van den waarnemer wordt gebracht, per cub. c.M. lucht 5.10^{-8} gram van de reukstof. Deze concentratie vertegenwoordigt dus 125 mijner olfactiën, zooals ik deze aan het eind mijner proeven kon vaststellen. In de geparfumeerde lucht bleef ik 6 minuten. Na afloop was mijn reukzin volledig geadapteerd aan den toestand, zoodat geenerlei reukindruk

[1]) Volgens olfactometrische bepalingen was de afstomping voor terpineol en guajacol aan het eind mijner proeven, vergeleken met het begin vrij aanzienlijk; voor capronzuur daarentegen ontbrak zij. Men kan dit besluiten uit de cylinderlengte, welke aan het minimum perceptible beantwoordt. Zij bedroeg

	in het begin	in het eind
voor terpineol	0.200 c.M.	0.300 c.M.
voor guajacol	0.145 c.M.	0.300 c.M.
voor capronzuur	0.110 c.M.	0.110 c.M.

perceptie kwam. Noch bij diep ademen, noch bij snuffelen nam ik iets waar.

In latere proeven had hetzelfde plaats voor guajacol.

Het minimum perceptibile in ZWAARDEMAKER's reukkast bedroeg voor mijn reukorgaan met guajacol $6.4.10^{-10}$ gram per cub. c.M. lucht. Deze concentratie beantwoordt dus aan de waarde van 1 olfactie.

Nadat 1 druppel guajacol verdampt was, bevond zich in de camera van 400 Liter lucht $8.2.10^{-8}$ gram per cub. c.M. lucht, m. a. w. 128 mijner olfactiën. In de geparfumeerde lucht bleef ik 7 minuten.

In een derde proefreeks had hetzelfde plaats voor capronzuur.

Het minimum perceptibile voor capronzuur bedroeg in ZWAARDEMAKER's reukkast per c.c.M. lucht $3.3.10^{-10}$ gram; beantwoordend alzoo aan 1 olfactie.

Na verdamping van 0.5 druppel capronzuur bevond zich in de camera, waarin het hoofd van den waarnemer wordt gebracht, per c.c.M. lucht $3.35.10^{-8}$ gram van deze reukstof. Deze concentratie vertegenwoordigt derhalve 118 mijner olfacties. In de geparfumeerde lucht bleef ik 6 minuten, alvorens metingen te doen, in welke 6 minuten volledige vermoeienis werd verkregen, zoodat geen gewaarwordingen noch bij diep ademhalen, noch bij snuffelen tot stand kwam.

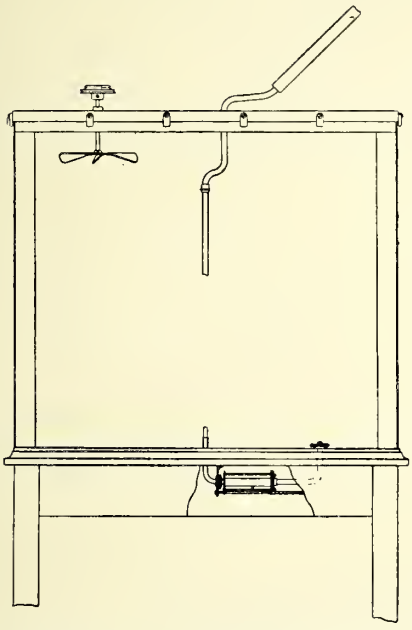
Wanneer men in reuklooze omgeving met de olfactometrische cylinders, die ik gebruikte, een reukmeting uitvoert, vindt men het min. perc., althans voor mijn reukorgaan, beantwoordende aan

amylacetaat	0.11	c.M.
nitrobenzol	0.15	,,
terpineol	0.30	,,
kunstmuskus	0.11	,,
allylalcohol	0.20	,,
guajacol	0.30	,,
capronzuur	0.11	,,
pyridine	0.10	,,
scatol	0.22	,,

Wanneer men deze zelfde bepaling echter in de geparfumeerde lucht van de camera, waarin het hoofd van den waarnemer opgenomen, doet, komt men tot geheel andere waarden.

Om zulke bepalingen binnen de camera zelve uit te voeren is beneden den bodem een reukmeter aangebracht, waarvan de ruikbuis dien bodem doorboort. Deze binnenbuis van den reukmeter kan tusschen de proeven door een luchtstroom van aanhangenden geur bevrijd worden. Daarvoor is boven de reukbuis een luchtleiding aangebracht, die men naar willekeur kan in- of uitschakelen. Men

brengt tijdens de meting zelf het opgaande uiteinde van de reukbuis in de voorste helft van het neusgat, terwijl de achterste helft en



Reukkamer 400 Liter inhoudend tot vermoeienis-proeven ingericht.

N.B. In deze kamer, op hooge pooten geplaatst, wordt het hoofd van den waarnemer gebracht, van beneden uit door een afsluitende schuif. Onder deze bevindt zich een reukmeter. Door de kamer heen loopt een bewegelijke, glazen buis, waardoor een luchtstroom (na losmaking van de benedenste, bewegelijke buis) kan worden geleid om de binnenbuis van den reukmeter tusschen de proeven te reinigen. Links boven een roerinrichting.

Wanneer de kamer als camera inodorate zal worden gebruikt, brandt er een kwiklamp in om door ultravioletlicht de geadsorbeerde geuren te verwoesten. De roerinrichting wordt dan weggenomen, omdat de bovenvlakken van de schroef zich te zeer in de schaduw zouden bevinden en niet door de straling getroffen worden.

het andere neusgat openblijven. Men ademt alzoo met het eene reukorgaan uit den reukmeter, met het contralaterale uit de geparfumeerde lucht der camera. Om nu te zorgen, dat de lucht, die door den reukmeter passeert, in dezelfde mate geparfumeerd is als de lucht in de groote camera, voert een buigbare slang uit de camera naar den reukmeter. Daartoe is aan den magazijncylinder een afsluitplaat aangebracht, welke de buigbare slang opneemt. Aangezien de buigbare slang uit metalen ringen bestaat, die door caoutchouc worden vastgehouden, is het noodzakelijk de slang vooraf onder de waterleiding door te spoelen en *vochtig* te gebruiken. Droog geeft de slang caoutchoucgeur af, vochtig is zij reukloos.

Nadat deze voorzorgen zijn genomen, kunnen de metingen aan den reukmeter worden uitgevoerd, met de zekerheid, dat zij plaats hebben in de geparfumeerde lucht, waarvoor het zintuig is vermoeid en die op zich zelf geen reukindruk aan den waarnemer meer verschaft.

Het is nu belangrijk na te gaan welke de reukscherpte is voor guajacol en capronzuur bij volledige terpineol-vermoeienis, voor terpineol en capronzuur bij volledige guajacol-vermoeienis, voor terpineol en guajacol bij volledige capronzuur-vermoeienis. De volgende drie tabellen geven dit te zien:

Volledige terpineol-vermoeienis [1]).

	Min. waarde in olfacties.
Amylacetaat	1.7
Nitrobenzol	1.4
Terpineol	∞
Kunstmuskus	5.0
Allylalcohol	4.5
Guajacol	4.3
Capronzuur	4.2
Pyridine	1.5
Scatol	5.0

[1]) De tijd in welke de volledige vermoeienis bereikt werd bedroeg
bij terpineol 1 druppel 6 minuten,
bij guajacol 1 druppel 7 minuten,
bij capronzuur 0.5 druppel 8 minuten.
De vermoeienis is dus het snelst bereikt voor terpineol, minder snel voor capronzuur en het minst snel voor guajacol.

Volledige guajacol-vermoeienis.

	Min. waarde in olfacties.
Amylacetaat	1.7
Nitrobenzol	1.3
Terpineol	4.9
Kunstmuskus	5.2
Allylalcohol	8.5
Guajacol	∞
Capronzuur	11.5
Pyridine	1.5
Scatol	5.5

Volledige capronzuur-vermoeienis.

	Min. waarde in olfacties.
Amylacetaat	1.6
Nitrobenzol	1.3
Terpineol	3.3
Kunstmuskus	5.1
Allylalcohol	5.5
Guajacol	5.3
Capronzuur	∞
Pyridine	1.5
Scatol	4.5

ALGEMEENE CONCLUSIE:

Amylacetaat, nitrobenzol en pyridine zijn geuren, voor welke een reukorgaan, dat met een geur uit onzen trias voor dien bepaalden prikkel volledig vermoeid is geworden, slechts weinig afgestompt is. De drempelwaarde ligt ongeveer $1^1/_2$ maal hooger dan normaal. De verworven anosmie is dus ongeveer $^2/_3$.

Anders voor de overige qualiteiten uit de reeks van 9 standaardgeuren, die ik onderzocht. Voor deze is het op de aangegeven wijze volledig vermoeide orgaan tot op $^1/_3$ à $^1/_{11}$ afgestompt.

Physiologie. — De Heer PEKELHARING biedt een mededeeling aan van Mejuffrouw M. A. VAN HERWERDEN: *„Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking".*

(Mede aangeboden door den Heer BOEKE).

Bij een stam van Daphnia pulex, sedert vele jaren in het laboratorium gekweekt, bestudeerde ik den invloed van verschillende weefsel-extracten op de cyclische voortplanting. Ik kwam hierbij tot een toevallige waarneming, welke mij tot nieuwe proeven aanleiding gaf. Hoewel deze proeven nog niet zijn afgeloopen, acht ik het wegens het algemeen belang van het vraagstuk de moeite waard reeds thans een korte mededeeling te doen.

Toen ik den eersten keer een zeer geringe hoeveelheid gedroogde bijnier*schors* van het rund bij mijn Cladoceren-culturen bracht, bleek dit een zeer speciale werking te hebben. Ten eerste is de vruchtbaarheid der parthenogenetische wijfjes sterk verhoogd, de geslachtsrijpheid begint eerder dan bij de contrôle-dieren (waarvoor steeds zusters uit eenzelfde broedsel werden gekozen) en de generaties volgen sneller op elkaar. Niet zelden zijn reeds drie broedsels door een wijfje afgezet, terwijl de contrôle-zusters nog aan haar eerste broedsel bezig zijn. Ook ziet men vaak de eerstvolgende generatie reeds geslachtsrijp, terwijl het ovarium der zusterdieren nog infantiel is. Dit groote verschil constateert men zoowel, wanneer de contrôle-cultuur alleen slootwater met een weinig ééncellige algen bevatte, als wanneer aan deze ter vergelijking een zelfde hoeveelheid bijnier*merg* in plaats van schors werd toegevoegd.

Daarnaast bestaat er een tweede zeer merkwaardige invloed van de bijnierschors op de culturen, die eveneens het merg niet vertoont. Hierop wensch ik in het bijzonder de aandacht te vestigen. Het is bekend, dat Daphnia's zeer slecht meercellige algen in de cultuurglazen verdragen. De aanwezigheid van deze lange draden heeft in mijn culturen steeds depressie en ten slotte den dood ten gevolge, wanneer de dieren niet bijtijds in versch slootwater met ééncellige algen worden overgebracht. Het bleek nu, dat toevoeging van een kleine hoeveelheid gedroogde bijnierschors of het waterig

extract hiervan, reeds voldoende was om te bewerken, dat de Daphnia's ook zonder geregelde reiniging der glazen in een warnet van lange algen gezond bleven leven. Nog merkwaardiger is, dat woekering van schimmelmycelia, die zonder uitzondering binnen korten tijd een cultuur te gronde richten, in de bijnier*schors*-culturen, waar ze zeer spoedig gevormd worden, de gezondheid der Daphnia's volstrekt niet aantasten en een snelle vermeerdering der dieren toelaten.

Ik heb van bovengenoemde waarneming gebruik gemaakt om tijdens de zomervacantie mijn onvoldoende gereinigde culturen in het leven te houden. Zulk een sterk bevolkte cultuur, welke b.v. per 25 cM³ slootwater ongeveer 5 mg. gedroogde bijnierschors bevat, drijft den spot met alle eischen, die men aan de verzorging van een zuurstofbehoeftig organisme als Daphnia pulex stelt, dat anders zeer gevoelig tegen verontreiniging is en het beste gedijt, wanneer men het elke week in versch slootwater overbrengt.

De bijnierschors van het rund werd volkomen versch afgepraepareerd, gehakt en in een stoof van 60° 24 uur gedroogd; vervolgens fijngewreven. Het gelukt met eenige voorzichtigheid zeer goed de schors van het merg te scheiden. Bovendien geeft een uiterst geringe hoeveelheid merg als bijmenging een rose verkleuring van het slootwater[1]), zoodat een eventueele verontreiniging met merg onmiddellijk te herkennen is. Daarenboven is gebleken, dat het merg de hier beschreven werking op de Daphnia's mist en zelfs op den duur vaak een schadelijken invloed schijnt te hebben.

De hoeveelheid gedroogde bijnierschors, welke nog een positief resultaat gaf, bedroeg 2 à 3 mg. per 20 cM³. slootwater. Met kleinere hoeveelheden heb ik geen proeven gedaan.

Verdeelt men zusterdieren van een zelfde broedsel over cultuurglazen, waaraan respectievelijk een zelfde hoeveelheid versch waterig extract[2]) van gedroogde bijnierschors, bijniermerg, schildklier en hypophysis van het rund wordt toegevoegd, dan blijkt het merg den minst gunstigen invloed te hebben. Schildklier-extract wordt in den aanvang vaak slechter verdragen dan op den duur (hartversnelling), de vermeerdering der Daphnia's is veel minder intensief dan in de bijnierschors-culturen, hoewel sterker dan in de contrôle-culturen en dit zelfde geldt voor de hypophysis-culturen. Zeer in het oogvallend is de buitengewoon snelle groei van algen in de cultuurglazen, waaraan bijnier*schors* is toegevoegd. Door de dieren tijdens de proef op

[1]) Dit is een zeer gevoelige adrenaline-reactie, die bij aanwezigheid van zuurstof te voorschijn treedt (Biedl. I, bldz. 527).

[2]) 1 cM³ waterig extract (24 uur te voren bereid door 0.5 gr. bij 25 cM³ water te brengen) werd bij 10 cM³ slootwater gevoegd.

een slecht verlichte plaats te zetten, kan men beoordeelen, dat deze algengroei voor den gunstigen toestand der culturen niet verantwoordelijk is, doch speciaal de toevoeging van het bijnierschorsweefsel. Trouwens, zooals reeds werd gezegd, is de groei van meercellige algen juist een factor, die als ongunstig voor de Daphnia's moet geboekt worden.

Waterig extract van de gedroogde bijnierschors (0.5 gr. per 25 cM.), dat 2 uur in de autoclaaf op 110° was verhit, bleek den zelfden bevorderenden invloed op den groei van algen te hebben als het onverhit extract en, voor zoover de voorloopige proeven hieromtrent een oordeel toelaten, ook de voortplanting der Daphnia's te bevorderen. Spontane schimmelwoekering treedt in deze culturen niet op, zoodat het nog gewenscht zal zijn ze te infecteeren, ten einde na te gaan of de langdurige verhitting ook de stof, die schimmelwoekering in de culturen onschadelijk maakt, onaangetast laat.

In het voorjaar 1920 heb ik een buitengewoon groeiverschil waargenomen bij eieren van de waterslak, die al of niet met gedroogde bynierschors waren behandeld. Een geleimassa met eieren, zooals zij tegen de bladeren van waterplanten wordt afgezet, afkomstig van een enkel wijfje, werd in twee helften gesneden en beide helften in glazen met slootwater gebracht. In deze glazen werd gedurende de proef voor een gelijke hoeveelheid algen gezorgd. Na drie weken hadden alle jonge slakken in het glas met toevoeging van enkele milligrammen gedroogde schors van de bijnier een grootte bereikt, welke verscheidene malen die van de contrôlecultuur overtrof.

In de bijnierschors van het rund blijkt dus een in water oplosbare stof aanwezig te zijn, die op deze ongewervelde dieren invloed op vruchtbaarheid en algemeenen gezondheidstoestand heeft. Omstandigheden, die anders schadelijk op Daphnia's werken, als overbevolking, onvoldoende verzorging met zuurstof, schimmelwoekering, woekering van meercellige algen, worden door toevoeging van zeer geringe hoeveelheden gedroogde bijnierschors uit den weg geruimd. Ook tot het plantenrijk schijnt deze invloed zich uit te strekken, getuige de sterk verhoogde groei van ééncellige en meercellige algen. De geslachtsrijpheid wordt versneld, de embryonale ontwikkeling wordt bevorderd, de broedsels volgen sneller op elkaar. Bij de slak is de groeisnelheid der weefsels tijdens de embryonale en postembryonale ontwikkeling sterk toegenomen.

De studie van het adrenaline heeft langen tijd het onderzoek naar de beteekenis van het bijnier*schors*-weefsel op den achtergrond ge-

drongen, totdat met name door A. Biedl op dit laatste weer de aandacht is gevestigd. Naast het verband tusschen schorsfunctie en de functie der geslachtsorganen, is ook op een mogelijke antitoxische werking van de bijnierschors gewezen. In de laatste uitgave van zijn Handboek over Inwendige Afscheiding (1916) acht Biedl het een nog onopgeloste vraag, of, evenals Cobra-gift in vitro, ook *endogene* vergiften door bijnierschors onschadelijk kunnen worden gemaakt. Het komt mij voor, dat de bovenbesproken waarnemingen omtrent den invloed van uiterst geringe hoeveelheden runder-bijnierschors bij overbevolking en bij schimmelwoekering in de Daphniaculturen inderdaad wijzen in de richting van een onschadelijk makende werking ten opzichte van normale stofwisselingsproducten, en wel bij lagere organismen, die een met de bijnier der vertebrata vergelijkbaar orgaan, voor zoover bekend is, missen.

De onvolledige kennis omtrent de normale functie van de bijnierschors maakt het naar mij voorkomt gewenscht, deze proeven in verschillende richting voort te zetten.

Experimenteele Psychologie. — De Heer WINKLER biedt eene mededeeling aan van de Heeren F. ROELS en J. FELDBRUGGE: *„De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar."*

(Mede aangeboden door den Heer ZWAARDEMAKER).

II.

In het Verslag der Zitting van den 26ste Februari 1921 hebben wij, onder denzelfden titel, mededeeling gedaan van de resultaten, welke een onderzoek naar de opmerkzaamheidsverschijnselen, die zich bij continueel-voortgezetten arbeid voordoen, heeft opgeleverd [1]). In aansluiting daarbij geven wij hier een aantal gegevens met betrekking tot het arbeidstype der jongens en meisjes, die als proefpersonen aan ons onderzoek deelnamen. Wat de techniek en den opzet der onderzoekingen betreft, verwijzen we naar onze vroegere mededeeling.

Voor de samenstelling van tabel I groepeerden wij voor elk der drie onderscheiden klassen van snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers van de jongens en meisjes afzonderlijk en van beide geslachten te samen, het aantal minuten, dat noodig was tot het verrichten der taak in drie groepen van elkaar volgende minuten. Bij niet-deelbaarheid van het aantal minuten door drie, werden de groepen zóó gevormd, dat de eerste en laatste groep steeds even groot waren, waardoor de middelste dan één minuut grooter of kleiner uitviel [2]). Voor elke groep werd dan het gemiddelde aantal per minuut gelezen letters berekend. Een vergelijking der waarden, die men aldus voor elke groep verkrijgt, veroorlooft een denkbeeld te vormen van de veranderingen, die de snelheid van werken bij de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers met het voortschrijden van den arbeid ondergaat.

---

[1]) Verslagen der Kon. Acad. v. Wet. Wis- en Nat. Afd. Dl. XXIX blz. 1077.

[2]) Vgl. F. ROELS en JOH. WERKER: Proeven over opmerkzaamheid bij doove, slechthoorende en normale kinderen. l.c., blz. 212 en 213.

F. ROELS: Vergelijkend onderzoek van eenige met behulp der natuurlijke en experimenteele leerwijze bij de studie van het geheugen verkregen resultaten. Verslagen Kon. Academie van Wet. 1917, deel XXV, blz. 1315 en 1316.

J. DAUBER: Zur Entwicklung der psychischen Leistungsfähigkeit. Fortschritte der Psychologie und ihrer Anwendungen, 5, blz. 86, 108, 117 en 130.

TABEL I.

Leeftijd in jaren	Perioden	Jongens			Meisjes			Kinderen		
		Snelle	Middelmatig snelle	Langzame	Snelle	Middelmatig snelle	Langzame	Snelle	Middelmatig snelle	Langzame
8	I	153	118	99	—	118	79	(153)	118	90
	II	152	157	97	—	125	110	(152)	142	106
	III	198	127	103	—	107	126	(198)	119	117
9	I	172	127	105	—	126	87	(172)	126	98
	II	179	158	101	—	135	120	(179)	146	113
	III	203	137	115	—	117	139	(203)	129	127
10	I	175	138	116	163	135	93	168	137	104
	II	176	170	108	161	143	137	171	156	121
	III	201	147	120	198	125	128	200	135	123
11	I	191	151	127	174	142	105	181	146	115
	II	192	185	117	172	159	134	181	171	125
	III	219	161	131	212	135	143	215	147	136
12	I	191	152	128	176	153	110	182	152	116
	II	193	185	117	176	157	152	183	170	134
	III	220	163	130	219	137	132	217	147	130

Wat de snelle werkers onder de jongens en meisjes betreft, wordt er in de derde periode steeds harder gewerkt dan in de eerste en in de tweede; in de beide laatste ongeveer even vlug. Met de jaren neemt het verschil in snelheid van werken, dat er bij deze categorie van jongens tusschen de derde en eerste periode bestaat, eerst af (van 8 tot 10 jaar), daarna blijft het constant (de verschillen tusschen de derde en eerste periode bedragen resp. 29, 18, 15, 15 en 15 %). Voor de snelle werksters onder de meisjes neemt het verschil in snelheid van arbeiden tusschen de derde en eerste periode van 10 tot 12 jaar iets, maar niet veel, toe; de verschillen bedragen resp. 21, 22 en 24 %.

De middelmatig-snelle jongens werken steeds in de tweede periode het hardst en in de derde harder dan in de eerste. Wat de middel-

matig-snelle meisjes betreft, vinden wij eveneens, dat zij in de tweede periode het hardst werken, maar in afwijking van hetgeen wij bij de jongens constateerden, werken zij in de eerste periode vlugger dan in de derde. Daar de veranderingen, die de snelheid van werken in de drie perioden met de jaren bij de middelmatig-snelle en langzame werkers onder de jongens en meisjes ondergaat, niet zoo eenvoudig zijn, als dit bij de snelle werkers het geval is, hebben wij in tabel II voor de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers onder de jongens en de meisjes het percentage berekend, waarmee de snelheid van werken van de eerste naar de tweede en van de tweede naar de derde periode resp. toe- of afnam. Steeds geven de percent-getallen aan hoeveel er in de tweede, resp. derde periode sneller of langzamer gewerkt wordt dan in de onmiddellijk daaraan voorafgaande.

TABEL II.

Leeftijd in jaren	Jongens						Meisjes					
	Snelle		Midelmatig snelle		Langzame		Snelle		Middelmatig snelle		Langzame	
	I—II	II—III	I—II	II—III	I—II	II—III	I—II	II—III	I—II	II—III	I—II	II—III
8	—1	+30	+33	—24	— 2	+ 5	—	—	+ 6	—17	+39	+14
9	+4	+13	+24	—15	— 5	+14	—	—	+ 7	—15	+38	+16
10	+0.5	+14	+23	—16	— 7	+11	— 1	+23	+ 6	—14	+47	— 7
11	+0.5	+14	+22	—15	— 8	+12	— 1	+23	+12	—18	+28	+ 7
12	+1	+14	+22	—13	— 9	+11	0	+24	+ 3	—15	+38	—15

Het blijkt nu, dat er, wat de middelmatig-snelle jongens van 8 jaar betreft, er een sterke toename van I naar II, daarentegen een minder sterke afname van II naar III valt te constateeren. Voor de overige leeftijden is de toename van I naar II eveneens grooter dan de afname van II naar III. Van den eenen kant blijft echter het percentage, waarmee de snelheid van werken van I naar II toeneemt, van den anderen kant ook dat, waarmee de snelheid van II naar III afneemt, voor middelmatig-snelle jongens van 9—12 jaar nagenoeg constant (resp. + 24, + 23, + 22, + 22 % en — 15, — 16, — 15 en —13 %). De percentages, waarmee de snelheid van

werken bij de middelmatig-snelle meisjes van verschillenden leeftijd van I naar II toe- en van II naar III afneemt, geven geen aanleiding tot bijzondere beschouwingen.

De langzame jongens en meisjes werken met een tweetal uitzonderingen (de meisjes van 10 en 12 jaar) in de derde periode het hardst. Maar terwijl de jongens in de eerste harder werken dan in de tweede, is bij de meisjes juist het tegenovergestelde het geval. Evenmin als bij de middelmatig-snelle meisjes, leveren de percentages, waarmee de snelheid van werken bij de langzame jongens en meisjes van verschillenden leeftijd van I naar II en van II naar III toe- of afneemt, stof voor een nadere bespreking. Bij de jongens blijven, met uitzondering van die voor de 8-jarigen, de percentages der afname van I naar II en die der toename van II naar III nagenoeg constant. Van een dergelijke regelmaat is echter bij de langzame meisjes niets te bespeuren.

Het zou vermetel zijn uit de veranderingen, welke het tempo, waarin gewerkt wordt, gedurende het verloop van het arbeidsproces bij de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers van beiderlei geslacht ondergaat, eenige conclusies te willen trekken in verband met den invloed, dien de verschillende factoren, welke zich bij continueel voortgezetten arbeid doen gelden, zooals aanloop, gewenning, oefening, vermoeidheid, plotseling optredende instinctieve wilsakten, willekeurige concentraties van langeren duur, eindspurt enz. uitoefenen [1]). De taak, waarvoor onze proefpersonen waren geplaatst, was daarvoor te eenvoudig en te eenvormig. Om dezelfde reden kan ons onderzoek geen betrouwbare gegevens verschaffen met betrekking tot het vraagstuk der arbeidstypen. Daarbij komt nog, dat de factoren, die het arbeidsproces beheerschen en aan wier interferentie de verschillende typen het leven danken, gedurende den betrekkelijk korten duur, dien het werk in onze proeven eischte, geen gelegenheid hadden hun invloed voluit te ontwikkelen. Toch zal men wel eenige der bovengenoemde onder de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers van beiderlei geslacht voorkomende regelmatigheden bij een der typen, die Meumann b.v. uit quantitatief gezichtspunt bij continueel voortgezetten arbeid onderscheidt, kunnen onderbrengen. „Vielleicht können wir drei Hauptformen des Arbeitsverlaufs unterscheiden", merkt Meumann op, „indem bei einigen Individuen die Arbeit mit einer relativ grossen Leistung einsetzt und dann mit

[1]) Vgl. Rivers und Kraepelin: Ueber Ermüdung und Erholung, Psychologische Arbeiten 1, blz. 636 en 639; Lindley: Ueber Arbeit und Ruhe. Ibidem 3, blz. 513; v. Voss: Ueber die Schwankungen der geistigen Arbeitsleistung. Ibidem 2, blz. 399.

mancherlei Schwankungen allmählich abnimmt, bei einer zweiten Gruppe von Menschen erreicht die Arbeit erst nach längerer Zeit ihr Maximum, um dann allmählich abzunehmen, bei einer dritten tritt das Arbeitsmaximum erst gegen das Ende einer längeren Arbeit ein" [1]). Daar geen enkele groep onder onze jongens en meisjes het snelst in de eerste periode werkte, konden wij het voorkomen van het eerste type niet experimenteel verifieeren. De middelmatig-snelle kinderen echter met de grootste snelheid van werken in de tweede periode, die bij de jongens langzamer dan bij de meisjes uitklinkt, maar bij de laatsten sterker dan bij de eersten inzet, hooren ongetwijfeld onder het tweede type thuis. Evenmin kan er twijfel aan bestaan of we bezitten in de snelle werkers onder de jongens en meisjes, die in de derde periode het hardst arbeiden en in de eerste en tweede ongeveer even snel, evenals in de langzame meisjes, die hoe langer hoe harder gaan werken en in de langzame jongens, die, ondanks een goed begin, in de tweede periode eenigszins gaan verslappen om in de derde toch hun maximum te halen, vertegenwoordigers van Meumann's derde type.

Met betrekking tot het arbeidstype rest ons nog een enkele opmerking. Met uitzondering van de achtjarige jongens en meisjes onder de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers en alle vrouwelijke proefpersonen van de laatste categorie, vertoonen alle andere groepen, van welken leeftijd haar representanten ook mogen zijn, een opvallende standvastigheid in de percentages, waarmee de snelheid van de eerste periode naar de tweede en van de tweede naar de derde toe- of afneemt. Dat is gebleken bij een nadere beschouwing der gegevens van tabel II. De gevolgtrekking schijnt dan ook gewettigd, dat na het 8ste jaar het arbeidstype zich vormt om zich minstens tot het 12de jaar te handhaven. Nieuwe onderzoekingen op oudere kinderen zouden moeten uitmaken of en zoo ja, wanneer, het daarna nog wisselt. Waaraan de uitzondering der langzame werksters onder de meisjes te wijten is, kunnen we niet achterhalen.

Tenslotte hebben wij in tabel III voor de jongens en meisjes afzonderlijk en voor de beide geslachten te samen, in percenten van het totaal aantal gemaakte fouten, de fouten aangegeven, die elk der categorieën van snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers van iederen leeftijd in de drie perioden, welke wij bij de bespreking der gegevens van tabel I hebben bepaald, heeft gemaakt. Een vergelijking der waarden, die men aldus voor elke groep verkrijgt,

---

[1]) Vorlesungen zur Einführung in die experimentelle Pädagogik und ihre psychologischen Grundlagen. II, Leipzig 1913, blz. 389; vgl. ook III, blz. 51.

veroorlooft een denkbeeld te vormen van de veranderingen, die de nauwkeurigheid van werken bij de snelle, middelmatig-snelle en langzame werkers met het voortschrijden van den arbeid ondergaat.

TABEL III.

Leeftijd in jaren	Perioden	Jongens			Meisjes			Kinderen		
		Snelle	Middelmatig snelle	Langzame	Snelle	Middelmatig snelle	Langzame	Snelle	Middelmatig snelle	Langzame
8	I	25	28	31	—	23	29	(25)	27	31
	II	28	38	32	—	41	35	(28)	38	33
	III	47	34	37	—	36	36	(47)	35	36
9	I	32	26	29	—	32	29	(32)	28	29
	II	35	42	39	—	38	34	(35)	41	35
	III	33	32	32	—	30	37	(33)	31	36
10	I	24	27	28	28	24	31	25	26	34
	II	37	38	34	28	42	34	35	40	30
	III	39	35	38	44	34	35	40	34	36
11	I	22	26	31	29	23	28	25	24	29
	II	38	44	45	33	37	39	36	38	42
	III	40	30	24	38	40	33	39	38	29
12	I	29	28	—	32	25	27	31	26	29
	II	40	35	—	35	42	37	37	39	36
	III	31	37	—	33	33	36	32	35	35

De snelle werkers onder de jongens en meisjes van verschillenden leeftijd maken meestal in de derde periode het meeste fouten; alleen de jongens van 9 en 12 en de meisjes van 12 jaar maken in de tweede periode de meeste fouten; voor de jongens van 9 en de meisjes van 12 jaar is echter het verschil in percentage fouten voor de tweede en derde periode uiterst gering. Het geringst aantal fouten wordt door de snelle werkers onder de jongens en meisjes van alle leeftijden in de eerste periode gemaakt. Dit verschijnsel, dat wij, met een enkele uitzondering ook bij de middelmatig-snelle en langzame werkers van beide geslachten voor de overige leeftijden zullen

constateeren, vindt een gereede verklaring in het feit, dat de kinderen gedurende de eerste periode nog frisch zijn en de invloed der vermoeidheid daardoor de gunstige werking van aanloop, gewenning en misschien ook oefening nog niet opheft. Dat de meeste fouten gedurende de derde periode worden gemaakt, zal niet verwonderen, wanneer men bedenkt, dat, zooals bij een bespreking der gegevens van tabel I en II bleek, de snelheid van werken voor de snelle werkers juist in de derde periode het grootst is en wij reeds eerder vonden, dat het aantal fouten met de snelheid, waarmee gewerkt wordt, toeneemt.

De middelmatig-snelle werkers van beide geslachten maken, met een enkele uitzondering — de jongens van 12 en de meisjes van 11 jaar — het grootst aantal fouten in de tweede periode. Het geringst aantal fouten wordt steeds in de eerste periode gemaakt (één uitzondering: de meisjes van 9 jaar). Ook hier is het verschil in percentage fouten voor de derde en tweede periode zeer gering. Zoodat wij voor de middelmatig-snelle werkers eveneens vinden, dat de algemeene regel: het aantal fouten neemt met de snelheid, waarmee gewerkt wordt, toe, niet alleen voor den arbeidstijd en het aantal fouten in hun geheel geldt, maar ook voor de groepen, waarin wij deze hebben gesplitst. De langzame werkers onder de jongens en meisjes maken een uitzondering op dezen nagenoeg algemeen geldenden regel. Hoewel zij in de derde periode het snelst werken, maken toch slechts de jongens van 8 en 10 en de meisjes van 8, 9 en 10 jaar het grootst aantal fouten in deze periode. De jongens van 9 en 11 en de meisjes van 11 en 12 jaar daarentegen maken het grootst aantal fouten in de tweede periode. En is het verschil in percentage fouten voor de tweede en derde periode in de uitzonderingsgevallen der overige categorieën meestal klein, hier is het, behoudens voor de meisjes van 12 jaar nog al aanzienlijk. De redenen van dit afwijkend gedrag der langzame werkers konden wij niet opsporen. Vermelding verdient tenslotte nog, dat ook de langzame werkers het minst aantal fouten maken in de eerste periode. Slechts een uitzondering is er in de 9 gevallen van langzame werkers te vinden: de jongens van 11 jaar.

CONCLUSIES.

1. Wat de snelle werkers onder de jongens en meisjes betreft, wordt er in de laatste der drie perioden, waarin wij voor ieder kind de arbeidsverrichting hebben gesplitst, steeds harder gewerkt dan in de eerste en in de tweede; in de beide laatste ongeveer even vlug. Met de jaren neemt het verschil in snelheid van werken,

dat er bij deze categorie van jongens tusschen de derde en eerste periode bestaat, eerst af (van 8 tot 10 jaar), daarna blijft het constant. Voor de snelle werksters onder de meisjes neemt het verschil in snelheid van arbeiden tusschen de derde en eerste periode van 10 tot 12 jaar iets, maar niet veel, toe.

2. De middelmatig-snelle jongens werken steeds in de tweede periode het hardst en in de derde harder dan in de eerste. De middelmatig-snelle meisjes werken eveneens in de tweede periode het hardst, in de eerste echter vlugger dan in de derde.

3. De langzame jongens en meisjes werken, met een enkele uitzondering, in de derde periode het hardst. Maar terwijl de jongens in de eerste harder werken dan in de tweede, is bij de meisjes juist het tegenovergestelde het geval.

4. Wij onderscheiden met MEUMANN drie hoofdvormen, waaronder het arbeidsproces verloopt. „Indem bei einigen Individuen die Arbeit mit einer relativ grossen Leistung einsetzt und dann mit mancherlei Schwankungen allmählich abnimmt, bei einer zweiten Gruppe von Menschen erreicht die Arbeit erst nach längerer Zeit ihr Maximum, um dann allmählich abzunehmen, bei einer dritten tritt das Arbeitsmaximum erst gegen das Ende einer längeren Arbeit ein". Daar geen enkele groep onder onze jongens en meisjes het snelst in de eerste periode werkte, konden wij het voorkomen van het eerste type niet experimenteel verifieeren. De middelmatig-snelle kinderen echter met de grootste snelheid van werken in de tweede periode, die bij de jongens langzamer dan bij de meisjes uitklinkt, maar bij de laatsten sterker dan bij de eersten inzet, hooren ongetwijfeld onder het tweede type thuis. Evenmin kan er twijfel aan bestaan of we bezitten in de snelle werkers onder de jongens en meisjes, die in de derde periode het hardst arbeiden en in de eerst en tweede ongeveer even snel, evenals in de langzame meisjes, die hoe langer hoe harder gaan werken en in de langzame jongens, die, ondanks een goed begin, in de tweede periode eenigszins gaan verslappen om in de derde toch hum maximum, te halen, vertegenwoordigers van MEUMANNS derde type.

5. Na het 8ste jaar vormt zich het arbeidstype om zich minstens tot het 12e jaar te handhaven. Nieuwe onderzoekingen op oudere kinderen zouden moeten uitmaken of en zoo ja, wanneer het daarna nog wisselt.

6. De algemeene regel, dat de nauwkeurigheid met de snelheid, waarmee gewerkt wordt afneemt, geldt niet alleen voor den arbeidstijd en het aantal fouten in hun geheel, maar ook voor de groepen (eerste, tweede en derde periode), waarin wij deze hebben gesplitst.

Natuurkunde. — De Heer ZEEMAN biedt een mededeeling aan van de Heeren J. M. BIJVOET en A. KARSSEN over: *„Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen"*.

(Mede aangeboden door den Heer LORENTZ).

[Sedert een tiental jaren zijn de onderzoekingen aan het Laboratorium voor algemeene en anorganische chemie dezer Universiteit voor een groot deel gericht op de vaste stof. Met het doel de onderzoekingsmethoden uit te breiden ook met die, welke van de Röntgenstralen gebruik maken, in de hoop langs dezen weg ten slotte meer omtrent de fijnere innerlijke evenwichtstoestanden te weten te komen, werden stappen gedaan om de vereischte Röntgeninrichting te bekomen.

Door de bijzondere welwillendheid van het Gemeente-Bestuur en van de Amsterdamsche Universiteitsvereeniging beschikken we thans over deze inrichting en het is ons dan ook een behoefte beide lichamen daarvoor hier onzen grooten dank uit te spreken.

De weg, dien we ons hebben voorgeschreven, voert naar de typische allotrope stoffen, doch wij wilden vooraf eenige eenvoudige doch niettemin zeer interessante gevallen onderzoeken, waarbij resultaten verwacht konden worden, die voor het inzicht in den aard der binding van belang zijn. Voor deze gevallen werden gekozen Li en LiH, met het resultaat hieronder vermeld.

A. SMITS.]

I. LITHIUM.

1. *Inleiding.* Het onderzoek van Li en eenige zijner verbindingen met lichte elementen leent zich door het geringe aantal electronen buiten de kern der samenstellende atomen wellicht beter dan vele der tot nog toe onderzochte verbindingen tot het trekken van conclusies aangaande bouw en binding der deeltjes [1]).

De voorstelling bijv., dat electronen en ionen als gelijkwaardige

[1]) Zoo konden DEBYE en SCHERRER bij LiF aantoonen, dat niet atomen doch ionen in de netpunten staan. Physik. Zeitschr. **19**, 474 (1918).

bouwsteenen van het ruimtenet moeten worden opgevat, welke voorstelling o.a. voor de verklaring van den samenhang in het kristal en van het verband tusschen infraroode en ultraviolette frequenties veel voor heeft, zal bij lithium op eenvoudige wijze te toetsen zijn; een vraag, die bij een even eenvoudig net, maar met atomen met hooger atoomnummer bezet, moeilijker te beantwoorden is. Zoo hopen we voorts bij lithiumhydride uit te maken, of hier wellicht negatieve waterstofionen voorkomen [1]).

Behalve de eenvoudigheid dezer stoffen, welke in tegenstelling met meer ingewikkelde verbindingen hoopt geeft, dat het resultaat *eenduidig* zal zijn, hebben bedoelde lithiumverbindingen nog dit voor, dat bij opname volgens de methode van DEBYE en SCHERRER de invloed van de absorptie in het staafje op plaats en intensiteit der lijnen van veel geringer grootte is als bij zwaardere verbindingen, waarbij, naar ons onlangs bij natriumbromaat bleek, waarschijnlijk door deze oorzaak in intensiteitsverhoudingen bij opnamen met stralen van verschillende golflengten [K_{Cu}- en K_{Cr}-stralen] kleine veranderingen kunnen optreden, ja zelfs bij kleine verschillen de opvolging in intensiteit kan omkeeren.

2. *Apparatuur.* Gebruikt werd een Rausch von Traubenberg-Debye-buis met uitwisselbare antikathode, zooals beschreven door BIJL en KOLKMEYER. [2]) De benoodigde hooggespannen gelijkstroom werd verkregen door getransformeerden wisselstroom met een Snook gelijk te richten. De straal der gebruikte camera was 5,0 cm., de afmetingen der diafragma's waren gelijk aan die door BIJL en KOLKMEYER beschreven. Het preparaat werd door middel van een uurwerk rondgedraaid.

3. *Opnamen.* Een staafje lithium, dik 1.5 à 2 mm., werd, na reinigen onder paraffine-olie en afspoelen in drogen aether, in gesmolten paraffine met een dun beschuttend laagje bedekt en door middel van een glazen voetje in de as van de camera bevestigd. Zelfs na dagen bleef het oppervlak helder metaalglanzend. Gebruikt werd een Cr-antikathode. De belichting duurde $\pm$ 12 uur bij een gemiddelde stroomsterkte van $\pm$ 12 mA., parallel-vonk tusschen plaat en punt 3 cm. Vervolgens werd een opname gemaakt van een glazen staafje bedekt met paraffine, ten einde de door deze stoffen veroorzaakte interferentielijnen te kunnen elimineeren.

---

[1]) Vgl. MOERS, Z.f. anorg. u. allg. Chemie **113**, 179 (1920).

[2]) Deze Verslagen **27**, 191 (1918).

4. *Waarnemingen en berekening.*

TABEL I.

Afstand in mm. en geschatte intensiteit	$10^3 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$	$Cr_{K\alpha}$-straling			$Cr_{K\beta}$-straling		
		Σh^2	$10^3 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ berekend	$h_1 h_2 h_3$	Σh^2	$10^3 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ berekend	$h_1 h_2 h_3$
1	2	3	4	5	6	7	8
43.1 z	179				2	177	110
47 5 zs	214	2	213	110			
70.4 m	428	4	427	200			
81.0 zz	535				6	530	211
91.6 s	640	6	640	211			
116.1 ms	852	8	854	220			
120. zz	879				10	884	310

In tabel I zijn opgegeven in kolom 1 de afstanden op het film van het midden van het beeld tot de interferentielijnen, uitgedrukt in mm., en de geschatte intensiteiten; in kolom 2 de hieruit berekende waarden voor $10^3 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ (door de geringe absorptie in het lithium was hier correctie voor staafjesdikte onnoodig). Op de bekende wijze zijn de getallen, die betrekking hebben op β-lijnen afgezonderd met behulp van de verhouding $\lambda_\beta : \lambda_\alpha = 2{,}079 \cdot 10^{-8} : 2{,}184 \cdot 10^{-8}$. In overeenstemming met den regulairen kristalvorm werd een gemeenschappelijke factor voor $10^3 \sin^2 \frac{\vartheta}{2}$ der α-lijnen en wel groot 213,4 gevonden. In verband met dichtheid, atoomgewicht, getal van Avogadro en golflengte (resp. 0,534, 6,94, $0{,}6062.10^{23}$ en $2{,}284.10^{-8}$) volgt dat, zoo het aantal deeltjes per elementair-cel n bedraagt, voor $n = 2$ een waarde voor den gemeenschappelijken factor A berekend wordt, die aansluiting geeft aan de waarneming en gelijk is aan de helft van den genoemden factor, terwijl voor $A = 106{,}7$ volgt $n = 1{,}99$; dus per elementair-cel (netparameter $3{,}50 \cdot 10^{-8}$ cm.) bevinden zich twee deeltjes. In verband met de symmetrie en de intensiteitseischen moet het lithium dus in een gecenterden kubus kristalliseeren.[1])

[1]) Reeds Hull nam een opname van lithium, maar kon niet beslissen tusschen kuben met twee atomen per netpunt en gecenterde kuben. Phys. Rev. **10**, 661 (1917).

Tabel II geeft de waargenomen en berekende intensiteiten, waarbij slechts in aanmerking genomen zijn de vlakkenaantalfactor, de factor van LORENTZ en de structuurfactor, die in dit geval voor de vlakken met even Σh gelijk, voor die met oneven Σh nul is. Er is alzoo geen rekening gehouden met absorptie in het staafje, temperatuurfactor en polarisatiefactor. In hoeverre na photometreeren der film en in rekening brengen dezer factoren iets te concludeeren zal zijn omtrent de configuratie van de electronen buiten de kern hopen we na te gaan.

TABEL II.

Vlakken	Intensiteit	
	Waargen.	Berekend
100	—	—
110	zs	6.0
111	—	—
200	m	1.5
210	—	—
211	s	4.0
220	ms	1.5
221 } 300 }	—	—

Wel kan reeds geconstateerd worden dat het niet mogelijk is aan de kristallographische en intensiteitseischen te voldoen door een model, waarbij naast het Li-ion het valentie-electron een vaste plaats in het ruimtenet inneemt. Wij toetsten n.l. de op de volgende wijze te verkrijgen plaatsing, welke alleen in aanmerking komt:

Breng het stelsel elkaar niet snijdende trigonale assen aan en plaats op elke as het valentie-electron midden tusschen de ionen. Dat de voor dit model berekende intensiteiten niet in overeenstemming zijn met de waargenomen blijkt uit Tabel III (onderstelling B).

Daarentegen wordt wel aansluiting aan de waargenomen intensiteiten gevonden indien in dit model het valentie-elektron geplaatst wordt niet op de trigonale as maar rondloopend in kringen loodrecht op de trigonale as midden tusschen de Li-ionen (Tabel III, onderstelling C; hier is r de straal van de cirkelvormig onderstelde baan, $a' = 2a$ de ribbe van de elementair-cel). De in dit geval optredende verzwakkingsfactor voor het electron [1]) doet voor waarden van $\frac{r}{a'} > \pm 0{,}1$, dit is $r > \pm \frac{1}{4}$ van de afstand tusschen 2 kernen, de berekende intensiteiten slechts weinig verschillen van die voor geval A (eenvoudig gecenterd kubisch net) gevonden. Het doen van een keuze uit de beide met het Röntgenonderzoek in overeenstem-

[1]) Zie de analoge berekeningen betreffende bindingskringen bij diamant door COSTER, Zittingsverslagen **28** (1919), p. 391 en KOLKMEYER, **28** (1920), p. 767.

TABEL III [1])

Vlakken	Intensiteit			
	Waargenomen	Berekend		
		A	B	C $\left(\frac{r}{a'}=0{,}1\right)$
211	—		16	8
220	zs	216	96	78
321	—		14	0
400	m	54	6	20
332	—		4	1
422	s	144	64	77
431 / 510	—			2
521 / 440	ms	54	60	22

ming bevonden modellen n.l. dat met atomen in de netpunten en dat met ionen waartusschen bindingskringen, wilden wij uitstellen tot na photometreering der film [2]).

Het is echter zeer de vraag of langs dezen weg met voldoende waarschijnlijkheid een beslissing genomen zal kunnen worden o.a. door de onzekerheid in sommige intensiteitsfactoren b.v. die betrekking hebbend op de warmtebeweging der valentie-electronen.

Uit de gegeven structuur volgt voor de waarde van den diameter van het *atomic domain* van Bragg [3]) $3.04 . 10^{-8}$ in zeer goede overeenstemming met de door Bragg gegeven waarde ($3.00 . 10^{-8}$).

5. *Samenvatting.* Lithium kristalliseert in gecenterde kuben, netparameter $a = 3.50.10^{-8}$ cm.; geen net van stilstaande valentie-

[1]) Niet opgenomen zijn die vlakken waarvoor de structuurfactor onafhankelijk van de waarde van $\frac{r}{a'}$ nul wordt.

[2]) Wellicht zal deze keuze hier nog moeilijker vallen dan bij diamant doordat het aantal valentie-elektronen hier slechts $\frac{1}{3}$ van het totaal aantal bedraagt.

[3]) Phil. Mag. August. (1920), p. 169.

elektronen. Mogelijk zijn bindingskringen volgens BOHR loodrecht op de trigonale assen.

Ten slotte danken wij ten zeerste Prof. SMITS voor de ondervonden groote belangstelling en medewerking.

Laboratorium voor algemeene en anorganische chemie der Universiteit.

Amsterdam, 14 Maart 1921.

Tijdens het drukken werd door een artikel van THIRRING (Z. f. Phys. **4**, 1, 1921) onze aandacht gevestigd op het naschrift van een publicatie van HABER (Sitz. Ber. der Preuss. Ak. d. Wiss. **51**, 990 1919), waaruit blijkt dat reeds DEBYE in een vergadering van de d. Chem. Ges. het resultaat van een nog niet gepubliceerd onderzoek betreffende Li heeft medegedeeld, dat wat de plaatsing der Li-deeltjes betreft en het verwerpen van het net van stilstaande elektronen met onze conclusie overeenkomt.

Wiskunde. — De Heer W. KAPTEYN biedt eene mededeeling aan van den Heer N. G. W. H. BEEGER: *„Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't cirkellichaam der m-de-machts-wortels uit de eenheid."* (Verbetering.)

(Mede aangeboden door den Heer JAN DE VRIES).

In plaats van 4. § 4 van mijne „Mededeeling" over bovengenoemd onderwerp in deze „Verslagen" (Deel XXVIII bl. 304) behoort het volgende te komen.

4. De graad van de ondergroep, die g en de ontbindingsgroep van l_1 gemeen hebben, is gelijk aan $d_1 d'_1$ als $d = G.G.D.$ van alle getallen b_{1n} en d'_1 gelijk is aan de $G.G.D.$ van de getallen f_1 en:

$$\left\{ \tfrac{1}{2}\varphi\, a_0\, b_{0n} + 2\varphi \left(\frac{m}{2^{h_*}}\right) a_*\, b_{*n} + \varphi \left(\frac{m}{l_2^{\,h_2}}\right) a_2\, b_{2n} + \ldots . \right\} : e_1\, \varphi_1$$

waarbij n alleen die waarden doorloopt, voor welke $b_{1n} = 0$ is. De getallen a zijn bepaald door

$$l_1 + n \frac{m}{l_2^{\,h_1}} \equiv A_0^{\,a_0} A_*^{\,a_*} A_2^{\,a_2} \ldots . \pmod m$$

terwijl het getal in 't linkerlid van deze congruentie in Theorema 5 bepaald is.

Bewijs: De substituties van de ontbindingsgroep ontstaan door vermenigvuldiging van de traagheidsgroep (bepaald in theor. 4 van Hoofdstuk I) met de cyclische groep, die in theor. 5 bepaald is. Uit deze theorema's volgt dat de substituties van de traagheidsgroep worden voorgesteld door de resten van $A_1^{\,y} \pmod m$, waarbij y zekere waarden heeft; en dat de substituties van de ontbindingsgroep worden voorgesteld door de f_1 eerste machten van 't getal uit 't linkerlid van bovenstaande congruentie. De substitutie van de ontbindingsgroep

$$A_0^{\,xa_0} A_*^{\,xa_*} A_1^{\,y} A_2^{\,xa_2} \ldots . \pmod m$$

zal dus dan en slechts dan een substitutie van g zijn als voor ieder stelsel der b's voldaan is aan de congruenties:

$$\tfrac{1}{2}\varphi\, a_0\, x\, b_{0n} + 2\varphi \left(\frac{m}{2^{h_*}}\right) a_*\, x b_{*n} + \varphi \left(\frac{m}{l_2^{\,h_1}}\right) y\, b_{1n} + \varphi \left(\frac{m}{l_2^{\,h_2}}\right) a_2\, x\, b_{2n} + \ldots .$$
$$\equiv 0 \pmod \varphi.$$

We moeten dus 't aantal stellen van x en y bepalen, die aan deze congruenties voldoen.

Uit de definitie van 't getal f_1 en de bepaling der exponenten

a_i volgt:

$f_1 a_0 \equiv 0 \pmod 2$; $\quad f_1 a_* \equiv 0 \pmod{\tfrac{1}{2}\varphi_*}$; $\quad f_1 a_2 \equiv 0 \pmod{\varphi_2}$; ....

Hieruit volgt dat de getallen

$$f_1\left(\tfrac{1}{2}\varphi a_0 b_{0n} + 2\varphi\left(\frac{m}{2^{h_*}}\right) a_* b_{*n} + \varphi\left(\frac{m}{l_2^{h_2}}\right) a_2 b_{2n} + \ldots.\right)$$

voor alle bovengenoemde waarden van n, deelbaar zijn door φ. En omdat $e_1 f_1 = \frac{\varphi}{\varphi_1}$, zullen de waarden

$$\tfrac{1}{2}\varphi a_0 b_{0n} + 2\varphi\left(\frac{m}{2^{h_*}}\right) a_* b_{*n} + \varphi\left(\frac{m}{l_2^{h_2}}\right) a_2 b_{2n} + \ldots.$$

door $e_1\varphi_1$ deelbaar zijn.

De congruenties, waarvan 't aantal oplossingen bepaald moet worden, kunnen we daarom schrijven in den vorm:

$$x\varphi_1 \frac{\tfrac{1}{2}\varphi_0 a_0 b_{0n} + 2\varphi\left(\frac{m}{2^{h_*}}\right) a_* b_{*n} + \varphi\left(\frac{m}{l_2^{h_2}}\right) a_2 b_{2n} + \ldots}{e_1\varphi_1} + f_1 y b_{1n} \equiv 0 \pmod{f_1\varphi_1}. \quad (1)$$

De waarden, die voor x beschikbaar zijn, loopen van 0 tot f_1—1 en die voor y loopen van 0 tot φ_1—1. Verder merken we nog op dat men in de congruenties de getallen, die door den breukvorm worden voorgesteld, (mod f_1) mag nemen,'t geen we steeds doen zullen. De modulus van de congruenties is gelijk aan 't product van de aantallen beschikbare waarden der onbekenden x en y, terwijl de coefficienten dezer onbekenden resp. $< \varphi_1$ en $< f_1$ zijn en een groep vormen in additieven zin. Het zijn derhalve congruenties van de gedaante (3) bl. 8, maar nu slechts met twee onbekenden x en y. Volgens de opmerking aan 't einde van § 3 is 't aantal stellen-oplossingen van x en y dus gelijk aan 't aantal beschikbare stellen $\varphi_1 f_1$ gedeeld door 't aantal stellen der coefficienten. Dit laatste aantal moet nu nog bepaald worden. Het aantal verschillende waarden van b_{1n} is gelijk aan $\frac{\varphi_1}{d_1}$. Bij de getallen $b_{1n} = 0$ behooren $\frac{f_1}{d_1}$ verschillende waarden van den gebroken vorm uit (1). De waarde $b_{1n} = 0$ moet dus evenveel malen voorkomen en daarom moeten de $\frac{\varphi_1}{d_1}$ andere waarden van b_{1n} ook zooveel malen voorkomen. Dus zijn er $\frac{\varphi_1}{d_1}.\frac{f_1}{d_1}$ stelsels der coefficienten. 't Aantal stellen-oplossingen voor x en y is dus

$$f_1\varphi_1 : \frac{\varphi_1}{d_1}\frac{f_1}{d'_1} = d_1 d'_1.$$

Bij 't bewijs van theorema 10 op bl. 428 moet 't volgende worden gevoegd, terwijl de laatste elf regels van deze bl. komen te vervallen.

Bovendien voldoen de gezochte stellen b's nog aan de congruenties, die men uit (8) verkrijgt door in plaats van de daarin voorkomende a's hunne veelvouden te nemen. Men zal zoodoende echter stelsels a's krijgen, die reeds onder de vorige voorkomen. Nu is de kleinste waarde van x waarvoor

$$\tfrac{1}{2}\varphi\left(\frac{m}{l_1^{h_1}}\right)x\,a_0\,b_{0n}+2\varphi\left(\frac{m}{2^{h_*}l_1^{h_1}}\right)a_*\,x\,b_{*n}+\varphi\left(\frac{m}{l_1^{h_1}l_2^{h_2}}\right)x\,a_2\,b_{2n}+\ldots\equiv 0\left(mod\ \frac{\varphi}{\varphi_1}\right)$$

is, gelijk aan $\frac{f_1}{d'_1}$. Neemt men voor x achtereenvolgens $0, 1, 2, \ldots$. $\frac{f_1}{d'_1}-1$ dan zijn de stelsels $xa_0, xa_*, xa_2, \ldots$.

dus verschillend van de vroegere, omdat deze vroegere waarden juist die zijn, welke voor alle stellen b's waarin $b_{1n}=0$ is, voldoen aan de congruenties

$$\tfrac{1}{2}\varphi\,a_0\,b_{0n}+2\varphi\left(\frac{m}{2^{h_*}}\right)a_*\,b_{*n}+\varphi\left(\frac{m}{l_2^{h_2}}\right)a_2\,b_{2n}+\ldots\equiv 0\ (mod\ \varphi)$$

't Totale aantal stellen der a's, waaraan de gezochte stellen b's voldoen, is dus gelijk aan

$$\frac{r}{d_1}\cdot\frac{f_1}{d'_1}=\frac{rf_1}{d_1d'_1}$$

Hieruit volgt dat 't aantal der gezochte stellen b's gelijk is aan

$$\frac{\varphi}{\varphi_1}:\frac{rf_1}{d_1d'_1}=\frac{e_1d_1d'_1}{r}.$$

Verder vervolge men 't bewijs op bl. 429 bovenaan.

Natuurkunde. — De Heer EHRENFEST biedt een mededeeling aan van den Heer H. ZANSTRA over: *„De relativeering der beweging met behulp van de hypothese van* A. FÖPPL".

(Mede aangeboden door den Heer KUENEN).

§ 1. *De vastlegging van „inertiaalsystemen" in de klassieke mechanica zonder gebruikmaking van het beginsel der absolute beweging.*

In de differentiaalvergelijkingen der beweging voor een stelsel van n materieele punten:

$$m_\nu \ddot{x}_\nu = X_\nu \qquad m_\nu \ddot{y}_\nu = Y_\nu \qquad m_\nu \ddot{z}_\nu = Z_\nu \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$
$$(\nu = 1 \ldots . n.)$$

wordt, zooals men weet, in de klassieke mechanica de plaats der punten betrokken op een rechthoekig coördinatenstelsel, dat in de „absolute ruimte" in rust is of eenparig beweegt. Gaat men daarentegen over op een ander assenstelsel, dat ten opzichte van de vorige niet eenparig beweegt of op een of andere wijze roteert, dan neemt de differentiaalvergelijking der beweging een ingewikkelder vorm aan, bv. komen, zooals bekend is, in geval het assenstelsel een absolute rotatie heeft, in het linkerlid bovendien termen van het type der centrifugaal- en Coriolis-krachten.

Die coördinatenstelsels, waarin de bewegingsvergelijking de eenvoudigste vorm (1) aanneemt, de zoogenaamde „inertiaalsystemen", worden dus gedefinieerd met behulp van het begrip „absolute ruimte, welk begrip, door NEWTON opgesteld, aanvankelijk ook in de latere uitwerking der Newtonsche mechanica bewaard bleef. Evenwel werd dit beginsel der absolute beweging (beweging in de „absolute ruimte") reeds door NEWTON's tijdgenoot BERKELEY aan een kritiek onderworpen, zijn betoog komt hierop neer, dat de beweging van een lichaam op andere lichamen en niet op de absolute ruimte moet worden betrokken [1]). In den nieuweren tijd (± 1870) waren het vooral C. NEUMANN, LANGE en MACH [2]) die deze vraag opnieuw opnamen.

[1]) G. BERKELEY. The Principles of Human Knowledge, section 111. e.v.

[2]) E. MACH. Die Mechanik in ihrer Entwickelung. Voor LANGE en NEUMANN zie § 5. Een opgave van litteratuur vindt men in de Enzyklopedie der Math. Wissensch. VI 1, p. 30. Zie ook H. SEELIGER. Ueber die sogenannte absolute Bewegung. Sitzungsber. der Math. Phys. Klasse der Bayr. Ac. der Wiss. 1906, Bd. 36, p. 85.

Terwijl NEUMANN nog de opvatting der absolute beweging verdedigde, werd door de latere kritiek de overtuiging, dat de beweging relatief is, vrijwel algemeen. Heeft men dit laatste eenmaal aanvaard, dan komt men tot de volgende twee problemen:

1. Hoe kan men inertiaalsystemen vastleggen zonder gebruik te maken van een „absolute ruimte"?

2. Hoe luiden in overeenstemming hiermee de bewegingsvergelijkingen der mechanica, wanneer men den eisch stelt, dat er geen absolute coördinaten meer in voorkomen, maar uitsluitend relatieve coördinaten (die de plaats der systeempunten t. o. z. van elkaar vastleggen) en hun afgeleiden naar den tijd?

Door FÖPPL is een oplossing van het eerste probleem gegeven, die we in de volgende § willen bespreken[1]). In aansluiting hiermee zullen we dan in § 4 van het tweede probleem een oplossing geven. Reeds hier willen we er op wijzen, dat deze oplossing een totaal andere is dan die van de theorie van EINSTEIN, in § 5 komen we hierop terug.

§ 2. *De hypothese van* A. FÖPPL[2]), *waardoor speciale inertiaalsystemen worden vastgelegd.*

Eenvoudigheidshalve worden in het volgende alle bewerkingen uitgevoerd in het platte vlak[3]).

Met FÖPPL nemen we aan, dat de geheele in de ruimte aanwezige materie bestaat uit een eindig aantal n materieele punten. In een inertiaalsysteem gelden dan voor de coördinaten x', y' de vergelijkingen:

$$m_\nu \ddot{x}'_\nu = X_\nu. \qquad m \ddot{y}'_\nu = Y_\nu. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$
$$(\nu = 1 \; . \; . \; . \; . \; n)$$

We onderstellen verder, dat voor de grootheden in het rechter lid, (de kracht-componenten) de wet der wisselwerking geldt:

$$\Sigma X = 0 \quad \Sigma Y = 0 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3a)$$
$$\Sigma (x' Y - y' X) = 0, \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (3b)$$

gesommeerd over alle n punten. Dit is o.m. het geval, als de punten op elkaar krachten uitoefenen volgens hun verbindingslijnen.

Uit (2), (3a) en (3b) volgt:

[1]) Over deze en eenige andere voorgestelde oplossingen willen we in § 5 nog eenige korte kritische opmerkingen geven.

[2]) A. FÖPPL. Vorlesungen über technische Mechanik. VI. Erster Abschnitt. Die relative Bewegung.

[3]) De uitvoering in de ruimte is geheel analoog. Het gebruik van vectoren verdient dan aanbeveling.

$$\Sigma m \ddot{x}' = 0 \quad \Sigma m \ddot{y}' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4a)$$

$$\Sigma m (x' \ddot{y}' - y' \ddot{x}') = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (4b)$$

en na integratie:

$$\Sigma m \dot{x}' = T_1 \quad \Sigma m \dot{y}' = T_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5a)$$

$$\Sigma m (x' \dot{y}' - y' \dot{x}') = R, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5b)$$

met 3 constanten T_1, T_2 en R, die nog volkomen willekeurig zijn. Analoog heeft men in de ruimte 6 constanten T_1, T_2, T_3, R_1, R_2, R_3. Het is steeds mogelijk, een inertiaalsysteem zoo te kiezen, dat 3 dezer 6 grootheden gelijk nul worden, meer kunnen niet $= 0$ worden zonder een speciale hypothese.

De *hypothese van* Föppl is nu:

Onder de inertiaalsystemen zijn er, waarvoor tegelijk alle 6 *constanten* T_1, T_2, T_3, R_1, R_2, R_3 *gelijk zijn aan nul.*

Dus voor het platte vlak:

$$T_1 = 0 \quad T_2 = 0 \quad R = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

of ook, volgens (5*a*) en (5*b*)

$$\Sigma m \dot{x}' = 0 \quad \Sigma m \dot{y}' = 0. \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7a)$$

$$\Sigma m (x' \dot{y}' - y' \dot{x}') = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (7b)$$

Tot deze speciale inertiaalsystemen behooren ook die, waarvoor bovendien $\Sigma mx' = 0$ en $\Sigma my' = 0$, dus de oorsprong voortdurend met het zwaartepunt van het puntsysteem samenvalt, een dergelijk systeem wordt door Föppl *hoofdsysteem* (Hauptbezugssystem) genoemd [1]).

Een dergelijk hoofdsysteem $X_\beta Y_\beta$ kan nu op de volgende wijze worden geconstrueerd: Neem een assenstelsel $X_\alpha Y_\alpha$, welks oorsprong voortdurend met het zwaartepunt van het puntsysteem samenvalt, terwijl de X-as voortdurend door een der stoffelijke punten gaat. Bereken $\Sigma mr^2 \dot{\theta}$ in $X_\alpha Y_\alpha$. Leg een tweede coördinatenstelsel $X_\beta Y_\beta$ met oorsprong eveneens voortdurend in het zwaartepunt en geef dit in $X_\alpha Y_\alpha$ een rotatiesnelheid $\omega = -\dfrac{\Sigma mr^2 \dot{\theta}}{\Sigma mr^2}$. Op deze wijze is een hoofdsysteem, dus een inertiaalsysteem, vastgelegd zonder gebruikmaking van een „absolute ruimte".

---

[1]) De hypothese van Föppl in zijn oorspronkelijken vorm is: voor een inertiaalsysteem met den oorsprong in het zwaartepunt is het totale moment van hoeveelheid van beweging voortdurend gelijk aan nul.

§ 3. *Relativeering zonder gebruikmaking van de hypothese* van FÖPPL.

Van het tweede probleem, in § 1 gesteld, willen we eerst een oplossing geven, zonder van de hypothese van FÖPPL gebruik te maken.

We maken hierbij dezelfde aannamen als in § 2 en gaan dus uit van de differentiaal-vergelijkingen (2), waarvoor gelden de betrekkingen (4*a*) en (4*b*), bovendien onderstellend, dat de krachten, waarvan X_ν en Y_ν de componenten zijn, alleen afhangen van de relatieve ligging der punten (b.v. Newtonsche kracht).

Leg nu een nieuw assenstelsel XY met den oorsprong voortdurend in een willekeurig stoffelijk punt van het stelsel, dat we het punt 1 willen noemen, en met de X-as voortdurend door een tweede willekeurig punt 2 van het puntstelsel; de nieuwe coördinaten x en y zijn dan relatieve coördinaten als in § 1 bedoeld. Na de transformatie van de oude coördinaten op het nieuwe assenstelsel [1]), gaan de bewegings-vergelijkingen (2) met inachtname van (4*a*) en (4*b*) over in:

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}_\nu - \dot{w}\,y_\nu - w^2 x_\nu - 2\,w\,\dot{y}_\nu &= \frac{X_\nu}{m_\nu} - \frac{X_1}{m_1} \\ \ddot{y}_\nu + \dot{w}\,x_\nu - w^2 y_\nu + 2\,w\,\dot{x}_\nu &= \frac{Y_\nu}{m_\nu} - \frac{Y_1}{m_1} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8a)$$

waarin w gegeven door:

$$a\,\dot{w} + 2\,bw + c = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (8b)$$

a, b en c zijn functies van de x, y, $\dot{x}$, $\dot{y}$ en $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ der n punten.

$$\left.\begin{aligned} a &= \Sigma m \,\Sigma m\,(x^2 + y^2) - (\Sigma mx)^2 - (\Sigma my)^2. \\ b &= \Sigma m \,\Sigma m\,(x\dot{x} + y\dot{y}) - \Sigma mx \,\Sigma m\dot{x} - \Sigma my \,\Sigma m\dot{y}. \\ c &= \Sigma m \,\Sigma m\,(x\ddot{y} - y\ddot{x}) - (\Sigma mx \,\Sigma m\ddot{y} - \Sigma my \,\Sigma m\ddot{x}). \end{aligned}\right\} \quad (8c)$$

gesommeerd over alle n punten.

Er zijn $2n-3$ coördinaten x_ν y_ν en in verband hiermee $2n-3$ onafhankelijke vergelijkingen (8*a*) van de tweede orde, de hulpgrootheid w komt voor in één vergelijking (8*b*) van de eerste orde in w. (8*a*) en (8*b*) vormen dus tezamen een stelsel van de orde $2(2n-3)+1 = 4n-5$. Na eliminatie van w blijven er $2n-3$ coördinaten, zoodat b.v. het stelsel herleid kan worden tot $2n-4$ *vergel. van de tweede en één van de derde orde.* In deze vergelijkingen komen dan alleen voor de relatieve coördinaten en afgeleiden en de grootheden X_ν, Y_ν, eveneens alleen afhankelijk van de relatieve ligging der n punten, zoodat hiermee het gestelde probleem is opgelost.

[1]) Zie § 5. g.

§ 4. *Relativeering met gebruikmaking van de hypothese van* FÖPPL.

We zullen hier komen tot een veel eenvoudiger oplossing van het in § 1 gestelde tweede probleem, doordat we behalve van de in de vorige § gemaakte aannamen, ook nog gebruik maken van de hypothese van FÖPPL. We gaan geheel als in de vorige § te werk, alleen komen in plaats van (4*a*) en (4*b*) de vergelijkingen (7*a*) en (7*b*).

De bewegingsvergelijkingen (2) worden met inachtname van (7*a*) en (7*b*) na transformatie op de nieuwe, relatieve coördinaten [1]):

$$\left.\begin{aligned} \ddot{x}_\nu - w\dot{y}_\nu - w^2 x_\nu - 2\,w\dot{y}_\nu &= \frac{X_\nu}{m_\nu} - \frac{X_1}{m_1}. \\ \ddot{y}_\nu + w\dot{x}_\nu - w^2 y_\nu + 2\,w\dot{x}_\nu &= \frac{Y_\nu}{m_\nu} - \frac{Y_1}{m_1}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots \quad (9a)$$

waarin :

$$w = -\frac{\Sigma m \Sigma m (\dot{x}y - y\dot{x}) - (\Sigma mx \Sigma m\dot{y} - \Sigma my \Sigma m\dot{x})}{\Sigma m \Sigma m (x^2 + y^2) - (\Sigma mx)^2 - (\Sigma my)^2} \quad . \quad (9b)$$

gesommeerd over alle n punten.

De vergelijkingen (9*a*) zijn de gevraagde bewegingsvergel. in relatieve coördinaten, als voor w de waarde (9*b*) wordt gesubstitueerd. Het zijn dan $2n-3$ *van elkaar onafhankelijke differentiaal-vergel. van de tweede orde.*

Zonder invoering van de hypothese van FÖPPL kwamen we in § 3 tot $2n-4$ vergel. van de tweede en één van de derde orde, hier komen we, dank zij de hypothese van FÖPPL tot $2n-3$ vergel. van de tweede orde. De hier verkregen vergelijkingen (9*a*) en (9*b*) verdienen daarom de voorkeur boven de vergelijkingen (8*a*), (8*b*) en (8*c*).

§ 5. *Opmerkingen.*

a. LANGE [2]) geeft in zijn methode der proeflichaampjes een manier om inertiaalsystemen experimenteel te vinden, bespreekt echter niet hun samenhang met het totaal der materieele punten van de wereld.

b. NEUMANN [3]) en later BOLTZMANN [4]) probeeren dit wel, door de plaats der stoffelijke punten te betrekken op de hoofdtraagheidsassen van het geheele systeem. Ze geven geen differentiaalvergelijkingen. Men kan zich overtuigen, dat de differentiaalvergelijkingen, die in

[1]) Uitvoering zie § 5, *g*.

[2]) L. LANGE. Geschichtliche Entwickelung des Bewegungsbegriffs.

[3]) C. NEUMANN. Ueber die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Mechanik.

[4]) BOLTZMANN. Vorlesungen über die Prinzipien der Mechanik. Leipzig 1904. II, p. 333.

een dergelijk systeem gelden, een andere gedaante moeten hebben dan die van NEWTON, in tegenstelling met het stelsel van FÖPPL, dat geen wijziging van NEWTON's differentiaalvergel. verlangt, maar slechts een bepaalde waarde van eenige integratieconstanten (§ 2).

c. KOLKMEYER [1]) houdt zich bezig met in vele opzichten algemeener problemen, in zooverre hij b.v. ook de absolute tijd uit de vergelijkingen elimineert. In deze samenhang kunnen we volstaan met te constateeren, dat hij niet komt tot vergelijkingen van het type van § 4, daar hij van de hypothese van FÖPPL geen gebruik maakt.

d. EINSTEIN geeft in zijn relativiteitstheorie een principieel geheel andere relativeering dan de hier uitgevoerde, wat hiermee samenhangt, dat hij niet alleen de mechanische, maar tevens de electromagnetische en optische verschijnselen wil relativeeren.

e. In samenhang met een door FÖPPL [2]) uitgevoerd experiment en een opmerking van FREUNDLICH [3]) moge het volgende gedachte-experiment nog worden besproken: Aan de Noordpool der aarde wordt de slingerproef van FOUCAULT uitgevoerd. Onder den slinger is een zwaar vliegwiel opgesteld, met verticale draaiingsas. Vraag: Verandert de beweging van den slinger, wanneer we het vliegwiel rondwentelen? FÖPPL's hypothese en onze vergelijkingen geven het volgende antwoord: Ten opzichte van het hoofdsysteem blijft: 1° de draaiing van het slingervlak voortdurend $= 0$; 2° de som van het moment van hoeveelheid van beweging van vliegwiel en aarde constant, eveneens deze som over de resteerende lichamen der wereld, daar de totale som steeds nul moet blijven. Daaruit volgt dadelijk: de draaiing van het slingervlak t. o. z. van de rest der lichamen (vaste sterren) verandert niet (wèl t. o. van de aarde, daar de draaiing hiervan een weinig is veranderd).

f. Van het standpunt der Newtonsche mechanica kan men beweren: Als twee hemellichamen alleen in de wereld aanwezig waren, is het mogelijk, dat ze met constanten afstand om elkaar bewegen of dat een vloeistofmassa, alleen in de wereld aanwezig, tengevolge van centrifugaalkrachten is afgeplat, terwijl toch geen relatieve beweging der vloeistofdeeltjes wordt geconstateerd. In de hier gegeven opvatting, die steunt op de hypothese van FÖPPL, is dit onmogelijk.

---

[1]) N. H. KOLKMEYER. Eliminatie van de begrippen assenstelsel, lengte en tijd uit de vergelijkingen voor de planetenbewegingen. Proefschrift Amsterdam 1915.

[2]) A. FÖPPL. Sitzungsber. der math.-phys. Klasse der Bayr. Ac. der Wiss. 1904. Bd. 34, p. 3.

[3]) ERWIN FREUNDLICH. Die Grundlagen der EINSTEINschen Gravitationstheorie. Berlin 1916, p. 27.

g. Voor de uitvoering van de transformaties van § 4 kan men uitgaan van een hoofdsysteem, waarvan dus de oorsprong in het zwaartepunt van het puntsysteem ligt, terwijl voortdurend het totale moment van hoeveelheid van beweging $= 0$ (§ 2).

$$m_\nu \ddot{x}'_\nu = X_\nu \qquad m_\nu \ddot{y}'_\nu = Y_\nu \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

$$\Sigma\, mx' = 0 \qquad \Sigma\, my' = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10a)$$

$$\Sigma\, m\,(x'\dot{y}' - y'\dot{x}') = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10b)$$

Men gaat eerst over op een tweede assenstelsel, met oorsprong voortdurend in het punt 1 van het puntstelsel en voortdurend evenwijdig aan het hoofdsysteem, dan geldt daarin:

$$\ddot{x}_\nu = \frac{X_\nu}{m_\nu} - \frac{X_1}{m_1} \qquad \ddot{y}_\nu = \frac{Y_\nu}{m_\nu} - \frac{Y_1}{m_1} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (11)$$

$$\Sigma\, m\, \Sigma\, m\,(\dot{x}\dot{y} - y\ddot{x}) - (\Sigma\, mx\, \Sigma\, m\dot{y} - \Sigma\, my\, \Sigma\, m\dot{x}) = 0 \quad . \quad (12)$$

(12) ontstaat uit (10b), daar volgens (10a) $x'_1\, \Sigma m = -\Sigma mx$, $y'_1 \Sigma m = -\Sigma\, my$.

Neemt men nu een derde assenstelsel met oorsprong eveneens in punt 1 en de X-as voortdurend door het punt 2, en noemt men de rotatiesnelheid van dit derde assenstelsel in het tweede w, dan worden (11) en (12) na transformatie de eindvergelijkingen (9a) en (9b). w is nu op te vatten als een hulpgrootheid, die uit (9b) in (9a) is te substitueeren.

Voor de uitvoering van de transformatie van § 3 kan men het assenstelsel, waarvan men uitgaat, eveneens met den oorsprong in het zwaartepunt van het puntsysteem kiezen, de berekeningen verloopen dan geheel analoog, zijn alleen iets ingewikkelder.

Scheikunde. — De Heer Böeseken biedt een mededeeling aan van den Heer H. J. Prins: *„Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen"*.

(Mede aangeboden door den Heer A. F. Holleman).

Het is een bekend feit, dat ofschoon men beschikt over zeer veel middelen ter reductie van organische verbindingen, de keuze van het reductiemiddel belangrijk aandeel heeft in het slagen van de reductie, zoodat het niet voldoende is waterstof in status nascens in tegenwoordigheid van de te reduceeren stof te brengen. Daaruit blijkt, dat er een verband moet bestaan tusschen het reductiemiddel en de te reduceeren verbinding; indien dit verband bekend ware zou het mogelijk zijn met zekerheid een keuze te doen uit bestaande reductiemiddelen voor een bepaald doel, of nieuwe reductiemiddelen te vinden.

Eenige jaren geleden is er op gewezen [1]) dat bij reducties de oplossnelheid van het metaal in het zuur door de reduceerbare stof wordt verhoogd en dat blijkbaar tusschen metaal, zuur en reduceerbare verbinding een samenwerking, coactie, moet plaats grijpen, ten einde de reductie tot stand te brengen; hetgeen dan gepaard gaat met een sneller oplossen van het metaal.

Bepaalde voorbeelden hiervan vindt men, behalve in de patentliteratuur [2]), niet vermeld.

Wel bekend zijn dergelijke coacties, die men tot de wederzijdsche inducties rekent, bij allerlei andere, voornamelijk oxydatiereacties. Ook is bekend dat metalen in tegenwoordigheid van oxydatiemiddelen sneller oplossen [3]), echter is in dergelijke gevallen moeielijk te beslissen of men nu een wederzijdsche inductie of een volgreactie heeft, terwijl de door sommigen aangenomen vorming van primair-oxyden bij dergelijke reacties, als tusschenproduct, niet ter verklaring kunnen

---

[1]) Prins, Chem. Weekbl. **14**, 72 (ook noot) en id. 1004 (1917).
Ibid **11**, 476, 477 (1914).
Ibid **12**, 38 e. v. (1915).
Journ. f. prakt. Chem. N. F. **89**. 448 e. v. (1914).

[2]) Lassar Cohn, Arbeitsmeth. d. org. Chem.

[3]) Van Name, Chem. Centr.bl. (1914). I 20; (1918). I 257, 907.
Salkowski, Chem. Ztg. **40**. 448 (1916).

dienen bij de reductievan nitroverbindingen, aldehyden en derg. [1]).

Behalve voor de kennis van de reductieverschijnselen en ongetwijfeld ook voor de kennis der oxydatieverschijnselen, meer in het bijzonder in de organische chemie, verdient dit verschijnsel der coactie meer belangstelling, doordat het in nauw verband staat met de katalyse en daarin gemakkelijk kan overgaan.

De mogelijkheid, dat drie stoffen, die, paarsgewijs niet of in zeer geringe mate met elkaar reageeren, tezamen gebracht alle drie met elkaar reageeren volgt uit de theorie der wederzijdsche activeering; de katalyse kan dan beschouwd worden als een bijzonder geval van de coactie n.l. waarbij twee van de drie mogelijke reacties tusschen de drie componenten niet of in zeer geringe mate verloopen. Tevens geeft deze theorie opheldering hoe dergelijke coacties te realiseeren zijn en eventueel in een katalytische werking zijn te veranderen. Indien nl. twee verbindingen A en B tegenover een derde C worden gesteld en C zoodanig uit twee deelen is opgebouwd, dat het eene deel door A het andere door B kan worden opgenomen dan kan men een coactie tusschen A, B en C verwachten.

Het was nu de bedoeling een aantal systemen, bestaande uit metaal, zuur of alkali en reduceerbare verbinding, allereerst kwalitatief te onderzoeken op den invloed, dien de reduceerbare verbinding heeft op de snelheid van oplossing van het metaal, hetzij onder waterstofontwikkeling of niet.

Het bleek nu, dat niet alleen nitrobenzol, maar ook een aldehyde als benzaldehyde een verrassend versnellenden invloed uitoefenen op de oplossnelheid. Deze is dikwijls, vooral bij nitrobenzol zoo groot, dat het metaal ongeveer vijfhonderd tot duizendmaal sneller oplost, indien nitrobenzol aanwezig is. Bovendien blijkt, wat ook te verwachten was, dat terwijl nitrobenzol bijna altijd versnellend werkt, benzaldehyd meer selectief is. (Zie tabel).

Merkwaardig is nog, dat de grootste versnelling waargenomen werd in die gevallen, waarbij, in tegenwoordigheid van de reduceerbare verbinding wel oplossing van het metaal, maar geen waterstofontwikkeling plaats greep, wat waarschijnlijk samenhangt met het feit, dat het contact tusschen metaal en reduceerbare verbinding verhinderd wordt door de zich ontwikkelende waterstof, hetgeen tevens er op zou wijzen, dat de reductie niet plaats vindt door waterstof in status nascens, maar een coactie tusschen de drie componenten noodig is.

---

[1]) Skrabal, Die induzierten Reaktionen. Samm. Chem. und chem. techn. Vorträge. XIII. Bnd. 10. Heft. 1908.

Deze voorloopige proeven werden zoo uitgevoerd, dat slechts kenmerkende verschillen tot uiting konden komen; dit was gewenscht met het oog op het feit, dat de metalen door onzuiverheden, aanwezigheid van verschillende modificaties, structuur in verband met de behandeling, verandering van het oppervlak door het oplossen enz., op zichzelf reeds verschillen in de snelheid van oplossing kunnen geven, die de te trekken conclusie onjuist zouden maken.

Er werd gebruik gemaakt van metaal in gaas, blad of draadvorm, waarvan een rolletje of spiraaltje werd gemaakt, zoodat het oppervlak, dat met de vloeistof in aanraking kwam zoo veel mogelijk gelijk was. Drie rollen van gelijk gewicht en oppervlak werden nu in drie Erlemeyerkolfjes gebracht, aan ieder het zuur toegevoegd en nadat zij de temperatuur van het waterbad hadden aangenomen aan het eene benzaldehyde toegevoegd, aan het tweede nitrobenzol, terwijl het derde alleen zuur bevatte naast metaal. Zoodra een merkbare inwerking bij een van drie had plaats gegrepen, of ook wel, zoodra in een het metaal geheel was opgelost, werd het metaal er uit genomen, met water, alcohol en aether gewasschen, gedroogd en gewogen.

Het oorspronkelijk gewicht van het metaal, de tijd, en de afnamen zijn in de volgende tabel voor een aantal der voornaamste proeven vereenigd.

Tenzij uitdrukkelijk anders vermeld, werd op 50 cc. zuur toegevoegd 10 cc. nitrobenzol of benzaldehyd. (Zie tabel volgende pag.).

Uit de tabel blijkt ten duidelijkste, dat de invloed van reduceerbare verbindingen op de oplossnelheid van een metaal zeer groot kan zijn, in sommige gevallen zelfs zoo groot, dat men waarschijnlijk niet meer met een versnelling van een bestaande, maar met een nieuwe reactie te doen heeft.

Ofschoon nitrobenzol in bijna alle gevallen een zeer sterke versnelling vertoont, blijkt toch ook een verbinding als benzaldehyd een sterken positieven invloed te kunnen hebben (zie N°. 7, 11, 12, 18, 23, 25).

Het is duidelijk, dat men aan de hand van de in den aanvang kort aangeduide theorie van deze reacties, het aantal combinaties naar willekeur kan uitbreiden, waardoor het mogelijk is het aantal reductiemiddelen belangrijk te vermeerderen en de voorwaarden vast te stellen, waaraan een reductiemiddel voor een bepaald geval moet voldoen.

Zoo kan men b.v. in plaats van metaal, zoutzuur en nitrobenzol nemen, metaal, zout van zoutzuur, een zwak zuur (azijnzuur), en

No.	Metaal	Zuur	Afname blanco × 1000	Afname nitrob. × 1000	Afname Benzald. × 1000	Oorspr. gew. in gr.	Tijd in min.
1	IJzerdraad (*h*)	6 % alcoh. HCl	280	790	90	1.98	70
2	„	4 „ „	140	720	90	1.98	70
3	„	1 „ „	140	200	100	1.98	75
4	„	80 „ azijnzuur	10	780	10	1.97	60
5	„	86 „ mierenzuur	75	135	0	1.68	70
6	Zinkdraad (*e*)	100 „ azijnzuur	40	120	40	1.86	240
7	„	80 „ „	260	470	640	1.12	40
8	„	15 „ alcoh. azijnzuur	20	920	50	1.12	40
9	Zinkblad (*h*)	15 „ „	30	490	—	1.39	40
10	Loodblad (*t*)	6 „ alcoh. HCl	30	50	50	1.52	270
11	„	80 „ azijnzuur	0 in 40 min.	1800 in 3 min.	50 in 40 min.	1.80	—
12	„	70 „ azijnz. in azijnz. anhydr.	0 in 40 min.	1150 in 10 min.	40 in 40 min.	1.15	—
13	„	25 „ alcoh. azijnzuur	13 in 180 min.	3080 in 4 min.	13 in 180 min.	3.08	—
14	„	86 „ mierenzuur	0	460	0	1.39	40
15	„	43 „ „	10	850	10	2.13	120
16	„	30 „ oliez., in terpentijn	330	1020	320	1.15	70
17	„	10 „ laurinez., in paraffineolie	10	225	0	2.07	120
18	Tinblad (*f*)	6 „ alcoh. HCl	50 in 50 min.	1070 in 10 min.	170 in 50 min.	1.07	—
19	„	80 „ azijnzuur	10 in 20 min.	690 in 3 min.	6 in 20 min.	0.69	—
20	„	86 „ mierenz.	0 in 20 min.	470 in 10 min.	0 in 20 min.	0.47	—
21	„	4 „ opl. kali in 90 % alcohol	230	560	—	0.67	2 dagen.
22	Kopergaas (*h*)	6 „ alcoh. HCl	50	1910	—	3.04	200
23	„	6 „ alcoh. KCN	250	1330	480	2.57	270
24	Nikkelwol (*h*)	6 „ alcoh. HCl	11	144	—	0.441	300
25	Aluminium (*h*) blad	1 „ alcoh. HCl	50	125	110	0.985	15
26	id. glanz. geamalg.	4 „ alcoh. azijnz.	50	1450	—	1.45	20
27	Zilverdraad (*z*)	6 „ alcoh. NaCN	4	132	—	0.152	120

(*e*) = electrische geleiding, is vrij zuiver.
(*h*) = handelsqualiteit.
(*t*) = z.g. theelood.
(*f*) = tinfoelie bevat een spoor lood.
(*z*) = zuiver.

Op 50 cc. zuur werd toegevoegd 10 cc. nitrobenzol resp. benzaldehyde.

nitrobenzol, op deze wijze realiseert men een coactie in een systeem van vier componenten.

Terwijl men, indien nitrobenzol in groote concentratie aanwezig is geen waterstofontwikkeling waarneemt, wordt door een geringere concentratie van het nitrobenzol, zoowel de oplossing van het metaal als de ontwikkeling van de waterstof versneld.

Twee strooken zinkblad, wegende 10,18 gr. oppervl. 38,6 cm², geëtst met 2 norm. HCl, werden in 190 cc. 80 % azijnzuur gebracht, terwijl aan één bovendien 2 cc. nitrobenzol werd toegevoegd, na 40 min. op 73° te hebben vertoefd, werd het zink gewogen en de ontwikkelde waterstof gemeten. Het zink in de nitrobenzolproef woog 7,45 gr., de hoeveelheid waterstof bedroeg 17 cc. (11° en 772 mm.). Het zink in de blancoproef woog 10,15 gr. en de hoeveelheid waterstof bedroeg 6 cc.

Er is echter in deze proef een onbillijkheid tegenover het zink in de blancoproef, omdat, alhoewel beide proeven met hetzelfde oppervlak aanvangen, het nitrobenzol door zijn sterk invretende werking heel spoedig het oppervlak belangrijk grooter heeft gemaakt en daardoor een blijvenden voorsprong verkrijgt. Daarom werd nu een proef gedaan, waarbij het zink eerst met verdund zoutzuur, daarna een van de zinkstrooken bovendien nog met nitrobenzol in 80% azijnzuur werd geetst en deze laatste na reiniging voor de blancoproef werd gebruikt. Het resultaat was nu als volgt:

Gewicht van het zink 16,32 gr. Opp. 59,2 cm². De conc. van het nitrobenzol werd nog geringer genomen nl. 2,4 gr. op 170 cc. 80% azijnzuur terwijl een derde proef met benzophenon werd toegevoegd nl. 3,6 gr. op 170 cc. 80% azijnzuur. In verband met de benzophenon proef werd de temp. 20° hooger gekozen dus 93°.

Na 30 min. was de toestand als volgt: Gew. zink in blancoproef: 16,04 gr. ontw. waterst. 50 cc. (temp. 11° Barom.st. 767 mm.). Gew. zink nitrobenzol proef: 12,50 gr. ontw. waterstof 115 cc. Gew. zink benzophenonproef: 16,09 gr. ontw. waterstof: 10 cc.

Hieruit blijkt, evenals uit de tabel, dat een reduceerbare verbinding zoowel een vertragenden als een versnellenden invloed kan uitoefenen, zoowel op het oplossen van het metaal als op de waterstofontwikkeling.

Ten slotte werd nog een overeenkomstige proef gedaan met zink, dat in kokend 30% azijnzuur, waaraan nitrobenzol was toegevoegd, geëtst was, zoodat de aard van het zinkoppervlak voor alle proeven gelijk was als in tegenwoordigheid van nitrobenzol. De hoeveelheid benzophenon werd verdubbeld, waardoor de hoeveelheid reduceerbare zuurstof gelijk was aan die van het nitrobenzol.

Gew. zink: 14,32 gr. opp. 60 cm². Blancoproef bevatte 170 cc. 80% azijnzuur de beide anderen resp. nog 2,4 gr. nitrobenzol en 7,2 gr. benzophenon. De temp. werd op 65°—66° gehouden.

Na een uur was de toestand als volgt:

Gew. zink blanco-proef: 14,08 gr. Ontw. waterstof: 45 cc. (temp.: 14°, Barom.st. 770 mm.).

Gew. zink nitrobenzol proef: 10,47 gr. ontw. waterstof: 142 cc.

Gew. zink benzophenon proef: 14,19 gr. ontw. waterstof: 8 cc.

Ook hier geeft benzophenon een vertraging, terwijl tevens blijkt uit de vergelijking met de waterstof, ontwikkeld in de blanco proef, dat een deel van de waterstof voor de reductie van het benzophenon is gebruikt. Op de qualitatieve uitkomst van de proeven schijnt de aard van het oppervlak dus geen invloed te hebben.

Men kan verder in deze proeven, overeenkomstig de boven aangegeven wijze, meer ingewikkelde systemen bedenken, waarin door coactie reacties tot stand komen of versneld worden. Zoo kan men in het mengsel van metaal, zoutzuur en nitrobenzol, het zoutzuur vervangen door een zwak zuur, als azijnzuur, en een zout van zoutzuur.

Men verkrijgt dan een coactie tusschen vier verbindingen:

Metaal: kopergaas, gew. 2,28 gr. Duur van de proef: één uur.

1. Koper met 50 cc. 80 % azijnzuur en 5 gr. $CaCl_2$. Afname: 0,180 gr.
2. Koper met als boven en 5 cc. nitrobenzol. Afname: 0,065 gr.
3. Koper met 50 cc. 70 % alcohol en 5 gr. $CaCl_2$. Afname: 0,015 gr.
4. Koper met alcoh. a. b. en $CaCl_2$ a. b. en 5 cc. nitrobenzol. Afname: 0,005 gr.
5. Koper met 50 cc. 80 % azijnzuur en 5 gr. $CaCl_2$ en 5 cc. nitrobenzol. Afname: 0,245 gr.

Overeenkomstige coacties, waarvan de verklaring eveneens gegrond is op de boven gegeven beschouwingen heeft men bij de oxydatie van organische verbindingen en kan men het duidelijkst aantoonen door bestudeering van de oplossnelheid van metaalperoxyden in zuren al of niet in tegenwoordigheid van oxydeerbare verbindingen. Daaromtrent zijn nog experimenten in gang.

Uit de bovenvermelde voorloopige proeven blijkt, dat er tusschen metaal, zuur en reduceerbare verbinding een samenwerking, coactie plaats vindt, te verklaren, doordat een zekere wederzijdsche activeering van de componenten moet plaats grijpen, opdat reductie in belangrijke mate zal optreden. Dit blijkt in alcoholische en waterig azijnzure oplossing, zoowel als in watervrij azijnzuur of paraffine het geval te zijn.

Hilversum, Februari 1921.

Physiologie. — De Heer MAGNUS biedt eene mededeeling aan van den Heer A. DE KLEYN: *„Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het konijn".*

(Mede aangeboden door den Heer ZWAARDEMAKER).

Nemen we als voorbeeld van een experimenteel opgewekten nystagmus den nystagmus, welke optreedt bij uitspuiten van de rechter gehoorgang met koud water. Als eerste effect treedt dan eene langzame deviatie van beide oogen naar de uitgespoten, dus in dit geval rechter zijde op.

Deze deviatie wordt gevolgd door eene snelle beweging van beide oogen naar de niet uitgespoten, linker zijde. Daarna volgt weer de langzame deviatie naar rechts etc. Deze afwisselende langzame en snelle oogbewegingen herhalen zich zoolang de uitspuiting duurt en nog eenigen tijd daarna.

Bij elken vestibulairen nystagmus is de primaire afwijking zulk eene langzame deviatie, de z.g. langzame phase van den nystagmus; de snelle beweging, de zoogenaamde snelle phase, is secundair.

Het zou dus rationeel zijn de richting van eenen nystagmus te bepalen naar de richting van de langzame phase. Hetgeen optisch het meest opvalt zijn echter de snelle oogbewegingen, zoodat bijna uitsluitend, zoowel in de klinische als in de physiologische literatuur, met eenen nystagmus naar rechts, een nystagmus bedoeld wordt, waarbij de snelle phase naar rechts; met eenen nystagmus naar links, een nystagmus bedoeld wordt, waarbij de snelle phase naar links slaat. Theoretisch dus eigenlijk onjuist, lijkt het uit praktische overwegingen gewenscht deze benaming te handhaven.

Alle onderzoekers zijn het eens, dat de langzame phase ontstaat door een directen reflex van uit het labyrinth via den N. vestibularis en diens kerngebied naar de oogspierkernen en de oogspieren. Over het ontstaan van de snelle phase zijn de meeningen nog zeer verdeeld. Experimenten ontbreken bijna geheel, zoodat een groot aantal, min of meer waarschijnlijke, theoretische beschouwingen het werkelijk weten trachten te vervangen.

Het is niet de bedoeling deze verschillende theoriën te bespreken, slechts eene, n.l. die van BARTELS moge door een experimenteel onderzoek aan de werkelijkheid getoetst worden. BARTELS neemt

aan, dat de oorsprong van den reflex, welke aanleiding geeft tot het ontstaan van de snelle phase, geheel peripheer moet gezocht worden. Door de labyrinthprikkeling contraheeren langzaam bepaalde oogspieren en verslappen tegelijkertijd hun antagonisten (langzame phase), hierdoor zou een reflex worden opgewekt, welke aanleiding geeft tot eene snelle contractie van de oorspronkelijk verslapte en eene snelle verslapping van de oorspronkelijk gecontraheerde oogspieren (snelle phase). Zijn oorspronkelijke meening, dat door de contracties der oogspieren de trigeminusuiteinden in de orbita zouden geprikkeld worden en hierin de reflex voor de snelle phase zijn oorsprong zou hebben, liet hij varen voor de opvatting, dat de door TOZER en SHERRINGTON [1]) experimenteel aangetoonde proprioceptieve zenuweinden in de oogspieren, zelf het begin van den reflexboog voor de snelle phase van den nystagmus zouden vertegenwoordigen.

Op het eerste gezicht lijkt het nu zeer eenvoudig het al of niet juiste van bovengenoemde opvatting van BARTELS experimenteel na te gaan. Indien men een der oogspieren isoleert en nu gedurende eenen nystagmus de bewegingen van deze volgens de door BARTELS zelf aangegeven, zoo nauwkeurige, methode op een kymographion registreert, behoeft men slechts de proprioceptieve zenuweinden in deze oogspier te verlammen en na te gaan of de snelle phase daarna verdwijnt.

BARTELS [2]) had dit zelf reeds vroeger geprobeerd door inspuiting van cocain in de eene orbita. Hierbij trad echter zoo'n snelle verlamming van alle oogzenuwen op, dat op deze wijze het vraagstuk niet bleek op te lossen.

Tot het verlammen van de proprioceptieve uiteinden in de spier zijn we nu echter in staat, doordat LILJESTRAND en MAGNUS [3]) hebben aangetoond, dat inspuiting van bepaalde dosen novocain in de spieren bij de intrede van de zenuwen, de proprioceptieve zenuwen verlamt, terwijl de motorische zenuwen hunne functie blijven behouden.

Indien echter nu zou blijken, dat gedurende dergelijke proeven de snelle phase niet verdwijnt (of bij grootere dosen eerst tegelijk met de langzame phase, op het moment dat de geheele oogzenuw verlamd is) dan zou dit toch nog niet als een argument tegen de theorie van BARTELS kunnen worden aangevoerd.

Bij het optreden van eenen nystagmus vinden er contracties en

---

[1]) Folia Neurobiologica. IV, bldz. 626.

[2]) Klin. Monatsblätter für Augenheilkunde 1914. Bd. LIII, bldz. 365.

[3]) Pflügers Archiv. Bd. 176, bldz. 168.

verslappingen van verschillende oogspieren van beide oogen plaats. Wil men dus de proprioceptieve zenuwvezels, welke voor den reflex van de snelle phase in aanmerking komen, werkelijk verlammen, dan kan men niet volstaan met novocain in te spuiten in de spier, welke men geïsoleerd heeft, maar moet men *alle* proprioceptieve vezels van *alle* oogspieren uitschakelen.

Dit werd op de volgende wijze verkregen:

Bij een konijn werd in aethernarcose tracheotomie verricht en gedurende de proef kunstmatige ademhaling toegepast. De vagi werden doorgesneden, de carotiden werden *tijdelijk* afgeklemd. Daarna werd de M. externus van één oog, bv. het linker, geprepareerd, en werd aan het uiteinde van de spier een draad bevestigd, waardoor door middel van een hefboompje de contracties van deze spier op een kymographion konden worden geregistreerd. Hierna volgde exstirpatie van den oogbol.

Daarna werd het schedeldak weggenomen, de groote hersenen verwijderd en na een frontale snede door den hersenstam even vóór de corpora quadrigemina een gedeelte van den hersenstam verwijderd. Ten slotte doorsnijding van beide NN. oculomotorii en beide NN. trochleares aan de schedelbasis en van de rechter NN. abducens en trigeminus bij hun intrede in de orbita. Op deze wijze waren alle oogspierzenuwen en dus ook *alle* proprioceptieve zenuwen der oogspieren doorgesneden met uitzondering van één N. abducens, wiens bijbehoorende M. externus voor het registreeren van den nystagmus werd gebruikt.

Bij enkele proeven werden ook de beide NN. trigemini bij hun uittreding uit de medulla doorgesneden.

Dit laatste had ten doel om nog eens na te gaan, of na doorsnijding van beide trigemini nog een normale nystagmus is op te wekken. In de literatuur is hierover weinig bekend. Högyes [1]) geeft aan, dat bij proeven in zijn laboratorium door Kertesz en v. Marschalko verricht, nog vestibulaire oogbewegingen optraden na doorsnijding van het ganglion Gasseri; uit de beschrijving is echter niet duidelijk of hierbij de snelle phase al of niet optrad, terwijl deze proeven ook slechts eenzijdig gedaan werden.

Kubo [2]) schrijft alleen in zijne bekende mededeeling over de vestibulaire reflexen bij konijnen: „Die Durchtrennung des N. vagus glossopharyngeus und trigeminus in der Schädelhöhle bleibt ohne Einfluss auf die Reaktion nach der Einspritzung".

[1]) Ueber den Nerven mechanismus der assoziierten Augenbewegungen, übersetzt von Martin Sugar Urban und Schwarzenberg 1913, bldz. 82.

[2]) Pflügers Archiv. 1906. Bd. 114, bldz. 151.

Fig. 1 geeft nu den nystagmus weer bij een konijn, waar de M. externus *links* geïsoleerd was en bij welke de beide NN. trigemini, de beide NN. oculomotorii, de beide NN. trochleares en de *rechter* N. abducens doorgesneden waren. Bij contractie van den M. externus gaat de curve naar boven.

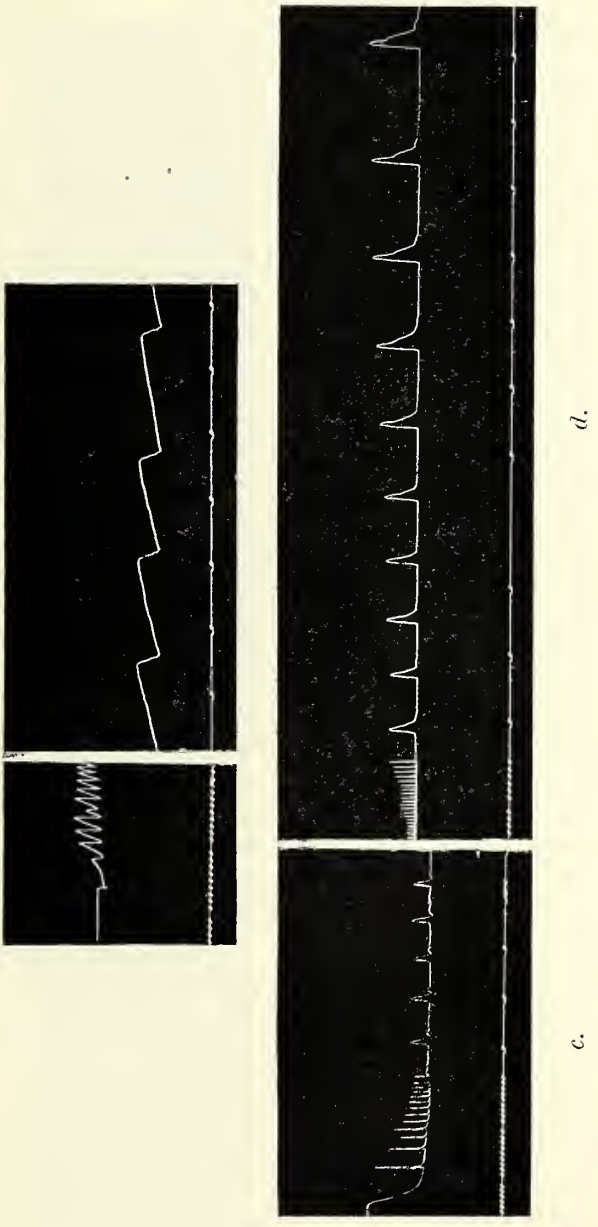


Fig. 1.

Fig. 1*a*: Uitspuiten van de *linker* gehoorgang met koud water.
Men ziet, dat direct na het uitspuiten een nystagmus ontstaat, waarbij telkens eene langzame contractie gevolgd wordt door eene snelle verslapping.

Fig. 1*b*: Geeft hetzelfde weer bij sneller gaand kymographion. (De hefboom is meer naar de tijdlijn verplaatst, zoodat de mindere contractietoestand van den M. externus slechts schijnbaar is).

Fig. 1*c*: Uitspuiten van de *rechter* gehoorgang met koud water.

Hierbij treedt juist het omgekeerde op, als bij Fig. 1*a*. Langzame verslappingen worden gevolgd door snelle contracties. Zeer mooi is de sterke primaire verslapping te zien, juist bij het begin van het uitspuiten.

Fig. 1*d*: Geeft hetzelfde beeld als Fig. 1*c* bij een later herhaald uitspuiten van den linker gehoorgang, waarbij de afwisselende verslappingen en contracties nog duidelijker zichtbaar zijn.

Uit deze proef blijkt dus, dat na doorsnijding van *beide NN. Trigemini* en van *alle oogspierzenuwen met uitzondering van eenen N. Abducens*, door afwisselend uitspuiten van beide gehoorgangen met koud water en registreering der bewegingen van den nog geinnerveerden M. externus, nog deviatie en nystagmus naar beide richtingen is aan te toonen. Bij uitspuiten van den gehoorgang aan de geprepareerde zijde treedt een nystagmus op, waarbij langzame contracties van de spier gevolgd worden door snelle verslappingen en omgekeerd bij uitspuiten van den anderen gehoorgang een nystagmus, waarbij langzame verslappingen worden gevolgd door snelle contracties.

Deze vondst doet a priori reeds twijfelen aan de juistheid van de theorie van Bartels. Indien prikkeling van de proprioceptieve zenuwvezels in de oogspieren aanleiding zou geven tot den reflex voor de snelle phase, dan zouden deze zenuwvezels zoowel door contractie als door verslapping van de spier geprikkeld moeten worden. Een ander theoretisch, tot nu toe niet vermeld bezwaar is dit, dat bij de compensatorische oogstanden, waarbij eveneens aanzienlijke contracties en verslappingen van oogspieren optreden, alleen eene sterke deviatie, doch geen nystagmus gezien wordt.

Door de volgende proeven, waarbij novocain in den geisoleerden M. externus werd ingespoten, bleek dat deze twijfel gegrond was.

Door technische moeilijkheden mislukte een gedeelte der proeven, 6 proeven gelukten volkomen en gaven alle precies hetzelfde resultaat.

Steeds werd de *linker M.* rectus externus geïsoleerd en werden de rechter N. trigeminus en alle oogspierzenuwen met uitzondering van den *linker N.* abducens doorgesneden.

Registreering van den nystagmus, opgewekt door uitspuiten van den *linker* gehoorgang met koud water (langzame contracties van den M. externus, gevolgd door snelle verslappingen). Daarna inspuiting van 0.75—1 % novocain in den geïsoleerden M. externus. (Geringere concentraties van novocain bleken op den nystagmus geen duidelijken invloed te hebben). Bij bovengenoemde concentraties werden nu niet

alleen de proprioceptieve zenuwen verlamd, maar trad ook langzamerhand eene verlamming van de motorische oogzenuw op.

Ook gedurende de totale verlamming werd nu met uitspuiten doorgegaan; na eenigen tijd herstelde zich de oogzenuw en kwam de nystagmus langzaam weer terug. Op deze wijze, voortdurend

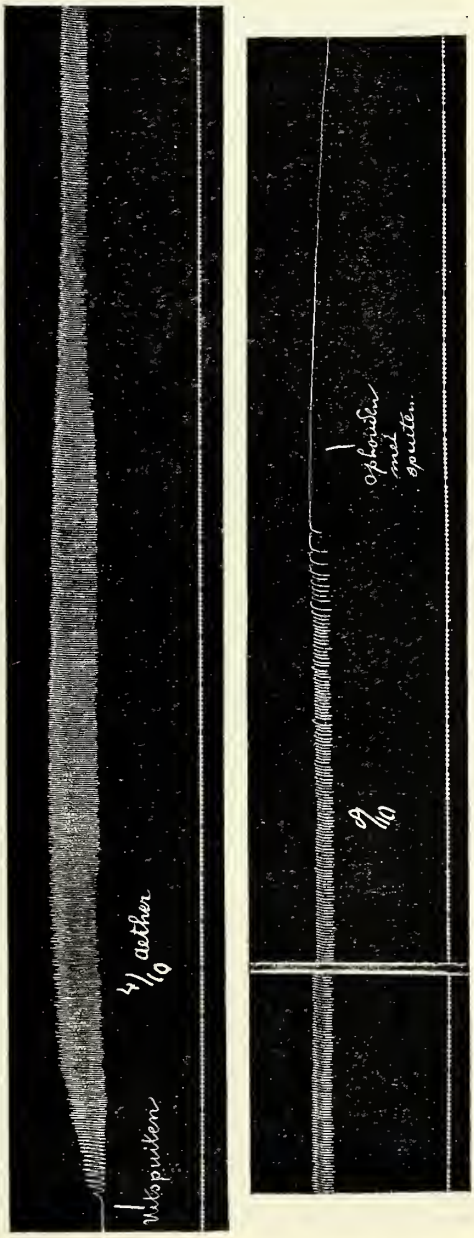


Fig. 2.

uitspuitend, kon nu ook nauwkeurig worden nagegaan, op welke wijze dit herstel plaats vond.

Indien nu de theorie van BARTELS juist is, moet men na de inspuiting met novocain, op het oogenblik dat de proprioceptieve zenuwvezels verlamd zijn, de motorische echter nog functioneeren, een stadium verwachten, waarin de snelle phase van den nystagmus verdwijnt, maar de deviatie blijft bestaan. Eerst op het moment,

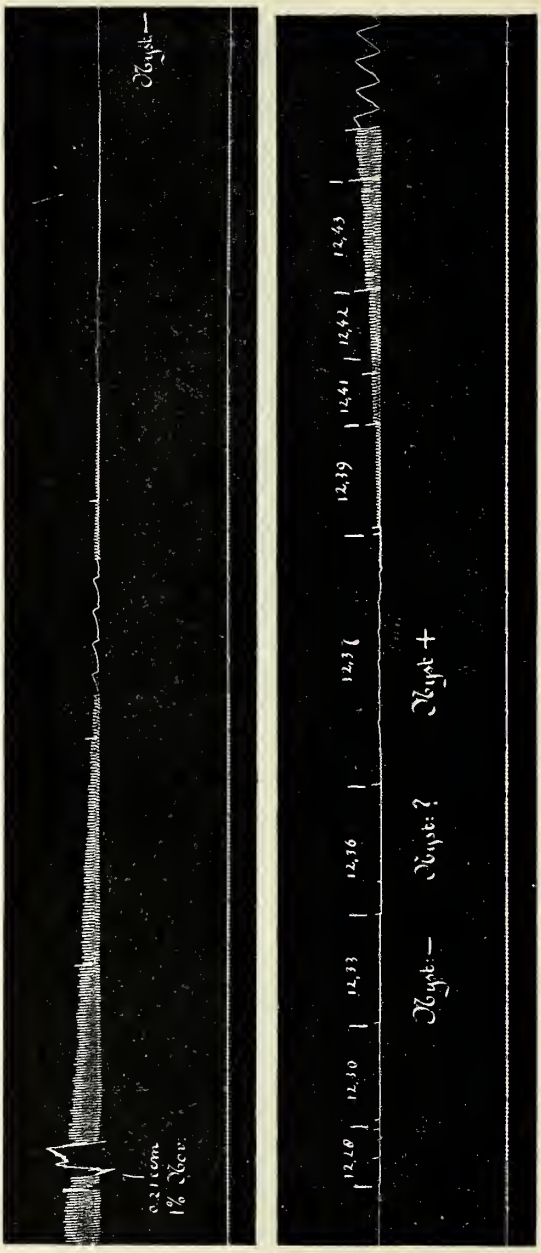


Fig. 3.

dat ook de motorische zenuwvezels verlammen, zal ook de deviatie verdwijnen. Gedurende het herstel is eveneens eerst een stadium te

verwachten van deviatie zonder snelle phase en eerst daarna, als de proprioceptieve zenuwvezels in functie treden, een normale nystagmus met snelle phase.

Een dergelijk verloop is reeds lang bekend gedurende de narcose.

Fig. 2: Demonstreert een dergelijke proef. Direct na uitspuiten van den linker gehoorgang met koud water ontstaat een deviatie en nystagmus, welke weldra een constante sterkte bereikt.

Men ziet, dat gedurende de aethernarcose (eerst aether 4 op 10, langzaam stijgend tot 8 op 10), de spier zich steeds meer contraheert en de snelle slagen van den nystagmus kleiner worden, totdat tenslotte deze laatste geheel verdwijnen en de geisoleerde spier, gecontraheerd, geen snelle verslappingen meer vertoont. Na ophouden met uitspuiten, wordt de contractie geringer en verdwijnt geleidelijk de langzame phase van den nystagmus.

De proeven met inspuitingen van novocain in de geïsoleerde spier geven nu echter niet hetzelfde, maar juist het omgekeerde beeld.

Als voorbeeld moge Fig. 3 dienen.

Fig. 3: Deviatie en nystagmus opgewekt door uitspuiten van den linker gehoorgang met koud water.

Na de inspuiting van novocain worden de contracties van de spier (langzame phase) geleidelijk geringer, elke langzame contractie wordt echter nog steeds door eene snelle verslapping *tot denzelfden graad als voor de novocaininspuiting* gevolgd, zoodat tenslotte *minimale* contracties en verslappingen elkaar afwisselen of met andere woorden de snelle phase van den nystagmus verdwijnt niet voordat de geheele spier verlamd is.

Na het volkomen verdwijnen van den nystagmus wordt bij voortdurend uitspuiten het kymographion stilgezet (12 uur 28 min.) en nu telkens na een of enkele minuten nagegaan, of reeds een herstel van de functie is waar te nemen. Zooals op de curve te zien is treden om 12 uur 37 min. weer kleine minimale contracties op. Elke contractie echter weer direct gevolgd door eene snelle verslapping.

Zooals reeds boven is medegedeeld gaven 5 andere, volkomen geslaagde proeven geheel hetzelfde resultaat.

Hieruit *volgt dus, dat de theorie van* Bartels, *waarbij aangenomen wordt, dat de snelle phase van den vestibulairen nystagmus tot stand komt door een reflex, welke zijn oorsprong heeft in de proprioceptieve zenuwvezels der oogspieren, niet juist is. Evenmin spelen hierbij de trigeminusuiteinden in de orbita eene rol.*

De plaats, van waaruit de reflex voor de snelle phase van den nystagmus wordt opgewekt moet dus meer centraal, en wel in den hersenstam gezocht worden.

Physiologie. — De Heer HAMBURGER biedt, namens de Heeren J. DE HAAN en S. VAN CREVELD, eene mededeeling aan, getiteld: *„De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker."*

(Mede aangeboden door den Heer WIERSMA).

Oogkamervocht en cerebrospinaalvocht zijn twee zeer merkwaardige weefselvloeistoffen, merkwaardig ten eerste, doordat ze bijna geheel gespeend zijn van colloïden, maar anderzijds door de groote overeenkomst, die ze in hun overige chemische samenstelling vertoonen met het bloed. Een groot deel der hedendaagsche onderzoekers is van oordeel, dat deze vloeistoffen moeten worden opgevat als ontstaan ten gevolge van „actieve secretie" door bepaalde cellagen, n.l. de epitheelbekleeding van het corpus ciliare en den plexus chorioideus. Vooral voor het cerebrospinaalvocht hebben b.v. HALLIBURTON en DIXON [1]) gemeend deze secretie te moeten aannemen o.a. op grond van de discongruentie, die er zou bestaan tusschen de specifieke werking van bepaalde stoffen op de afscheiding van het vocht, en de werking dier stoffen op den bloeddruk. Het is echter uiterst moeilijk experimenteel een verhoogde vorming van de vloeistof ontwijfelbaar vast te stellen en even moeilijk is de nauwkeurige bepaling van den bloeddruk in het vaatgebied, dat met de vorming der vloeistof in verband staat. Wij wijzen in dit verband slechts op de recente uitvoerige publicatie van BECHT [2]), waarin deze op grond van eigen onderzoekingen tot de conclusie komt, dat alle verschijnselen, die oppervlakkig op secretie duiden, zeer goed op mechanische wijze kunnen worden verklaard. Wij willen overigens in het volgende de beteekenis van den bloeddruk buiten beschouwing laten en evenmin ingaan op de waarde van het argument, dat de histologische klierstructuur der betreffende epitheelcellen een bewijs zou leveren voor de secretie. Afziende van de wijze waarop de vloeistof gevormd wordt, en van de plaats, waar ze ontstaat, dus van de bewegingsrichting, wenschen we als uitgangspunt voor ons onderzoek te nemen de chemische samenstelling van deze vloeistoffen.

[1]) Journ. of Physiology **47**, p. 215, 1913 en **48**, p. 128, 1914.

[2]) Americ. Journal of Physiology **51**, 1, 1920.

En dan zal ook degene, die hier van secretie wil spreken, moeten toegeven, dat de secerneerende cellen een secretieproduct afscheiden, dat merkwaardig veel op het bloedvocht gelijkt, en hetwelk die cellen dus nagenoeg niet actief veranderen: osmotische druk, concentratie der verschillende zouten en andere kristalloïden, der H-ionen, ze schommelen alle binnen nauwe grenzen om waarden, die vrijwel die zijn, welke altijd weer voor het bloed worden opgegeven [1]). Wanneer men echter opgeeft, dat de afscheidende membraan kristalloïden actief tegenhoudt (fluoresceine voor het oogkamervocht, aceton e.a. stoffen in het cerebrospinaalvocht), dan zijn de onderzoekingen, op grond waarvan men dit concludeert, meestal door de wijze van uitvoering en de uiteenloopende resultaten voor kritiek vatbaar [2]); en het feit, dat deze vloeistoffen slechts sporen van eiwitten bevatten, dat fermenten, immunlichamen er vrijwel ontbreken, pleit absoluut niet voor een actief, een vitaal tegenhouden. Immers elke goed functioneerde dialyseermembraan, elk ultrafilter doet dit eveneens.

Hetgeen hier volgt is de voorloopige beknopte mededeeling [3]) van de resultaten van een onderzoek, dat we instelden ter beantwoording van de vraag, in hoeverre de onderhavige vloeistoffen werkelijk kunnen worden beschouwd als ultrafiltraten, of liever gezegd, als dialysaten. Immers, met de benaming ultrafiltraat wordt aangeduid een vloeistof, die tengevolge van een overdruk (in casu de bloeddruk) wordt doorgeperst, en waarbij dus een niet onbelangrijke stroomsnelheid wordt ondersteld. Nu is het zeer waarschijnlijk, vooral voor het oogkamervocht, dat onder physiologische omstandigheden de vloeistofbeweging zeer langzaam is. Wanneer deze vloeistoffen de schommelingen in de bloedsamenstelling volgen, zal dit dus zijn tengevolge van een proces, grootendeels van diffusie, voor een kleiner deel van directe filtratie; dus een combinatie van dialyse en ultrafiltratie in onze beschouwingswijze. In hoeverre beantwoordt nu de samenstelling van deze vloeistoffen aan datgene, wat we moeten verwachten, indien de scheidingslaag tusschen deze en de primair wisselende vloeistof (het bloed) werkt als een eenvoudige dialysemembraan? We behoeven geen volkomen overeenkomst te vinden: immers de vloeistof staat hier niet alleen in wisselwerking met het bloed, maar ook met de overige omgeving (hersenweefsel, begrenzende weefsels van de oogkamer). Maar het zal juist belangwekkend

[1]) Zie o.a. Osborne: Journ. of Physiology, **52**, p. 347, 1918—1919.

[2]) Wij hopen in de gelegenheid te zijn, in een nader onderzoek op deze vraag terug te komen.

[3]) Een meer uitvoerige publicatie zal verschijnen in de Biochemische Zeitschrift.

zijn na te gaan, welke veranderingen op rekening van dezen laatsten factor zouden kunnen worden gesteld.

We hebben voorloopig het onderzoek beperkt tot één van de stoffen, die normaliter in het bloed voorkomen, n.l. de *glucose*. Dat hierop onze keus viel, vindt zijne verklaring daarin, dat één onzer [1]) bij vergelijking van het suikergehalte van bloedserum en van het ultrafiltraat van dit serum volgens de reductiemethode, tot de niet verwachte ontdekking kwam, dat bij het ultrafiltratieproces een aanmerkelijke hoeveelheid van de stof, die de reductie veroorzaakt, achterbleef. Het zooeven genoemde verschil in suikergehalte tusschen serum en zijn ultrafiltraat is ongeveer tegelijkertijd ook door Rusznyàk [2]) beschreven. De kwestie van de gebonden suiker, die door de onderzoekingen van Abel [3]), v. Hess en Mc. Guigan [4]) en van Michaélis en Rona [5]) scheen opgelost in dien zin, dat alle suiker in het bloed in vrijen toestand zou voorkomen, kwam nu weer aan de orde. Hier kan voorloopig nog als onuitgemaakt buiten beschouwing blijven de vraag of de reduceerende stof, die bij ultrafiltratie achterblijft, werkelijk gebonden suiker is, dan wel moet worden gerekend tot de stoffen die de z.g. „restreductie" geven. Alleen zouden we willen opmerken, dat, indien we afgaan op de onderzoekingen van Ege [6]), die vond, dat van de totale reductie van het bloed, bepaald volgens de ook door ons aangewende methode van Bang, slechts een zeer klein gedeelte op rekening van deze restreductie komt, we bij uitsluiting moeten aannemen, dat datgene wat het ultrafilter niet passeert, werkelijk glucose is. Gemakshalve blijven we het gevonden verschil hier steeds noemen „gebonden suiker".

Toen het verschil in suikergehalte tusschen het colloidrijke serum en het colloidvrije ultrafiltraat was vastgesteld, drong zich bij ons de vraag op in hoeverre die lichaamsvloeistoffen, welke evenals het ultrafiltraat slechts onbeteekenende hoeveelheden eiwit en colloiden in het algemeen bevatten (zooals oogkamervocht, cerebrospinaalvocht, ammionvocht), ook wat hun overige chemische samenstelling betreft, met ultrafiltraten van het bloed zijn te vergelijken en vooral of ook

---

[1]) S. van Creveld: Mededeeling Physiologendag 16 December 1920, Amsterdam; Verslag te verschijnen in Arch. Néerl. de Physiologie.

[2]) Rusznyák. Biochem. Zeitschr. **113**, 52, 1921.

[3]) Abel, Rowntree en Turner, Journ. of Pharmac. and Exp. Ther. **5**, 275 en 611, 1914.

[4]) v. Hess en Mc. Guigan. Ibid. **6**, 45, 1914.

[5]) Michaelis en Rona. Biochem. Zeitschr. **14**, 476, 1908.

[6]) Ege. Biochem. Zeitschr. **107**, 229, 1920.

hier de „gebonden" suiker wordt tegengehouden. [Welke die bindingsvorm precies is — aan eiwit of aan phosphatiden of aan cholesterine — zal nader moeten worden uitgemaakt.] Het meest uitvoerig hebben we dit onderzocht voor het *oogkamervocht*. De in de literatuur vermelde waarden voor het suikergehalte van deze vloeistof brachten ons hier niet verder. We waren op eigen onderzoekingen aangewezen. In de eerste plaats vindt men meestal opgegeven (zoo o. a. door OSBORNE [1])), dat het suikergehalte van het oogkamervocht ongeveer gelijk is aan dat van het bloed. Bijna steeds wordt echter verzuimd bloed en oogkamervocht gelijktijdig te onderzoeken, wat toch met het oog op de reeds onder physiologische omstandigheden voorkomende belangrijke schommelingen in het suikergehalte van het bloed, een eerste vereischte genoemd mag worden. En ook waar dit wel is geschied, zooals in een zeer uitvoerige mededeeling van ASK[2]) van vrij recenten datum betreffende het oogvocht, hebben deze onderzoekingen in het licht van onze tegenwoordige kennis veel van hare beteekenis verloren. Immers de vloeistof, waarmee het oogkamervocht moet worden vergeleken, waarmee uitwisseling kan plaats hebben, is niet het totale bloed, maar alleen het bloedplasma, waarvan de waarden voor het suikergehalte niet door elkaar kunnen worden gebruikt. Door onderzoekingen van den laatsten tijd o.a. van één onzer[3]) is toch vrijwel buiten twijfel gesteld, dat voor een aantal diersoorten, in elk geval bij den mensch en het konijn, de bloedlichaampjes vrij zijn van suiker. De waarde, welke men vindt bij bepaling van het suikergehalte van het totale bloed is dus aanmerkelijk lager, dan de werkelijke concentratie der suiker in het plasma. En als men dus het suikergehalte van het oogkamervocht vergelijkt met dat van het totale bloed, of van een bloedvloeistof, waarvan de identiteit met het bloedplasma niet buiten twijfel is gesteld, komt men tot geheel verkeerde conclusies. Serum door stolling van bloed verkregen, plasma, gewonnen door bloedstollende middelen (hirudine, oxalaat) vertoonen een lager bloedsuikergehalte dan het eigenlijke plasma, omdat bij deze bewerkingen in een ondeelbaar korten tijd door gewijzigde permeabiliteits-verhoudingen een deel der suiker schuil gaat in de bloedlichaampjes. Op deze wijze zijn o.i. ook de van de onze afwijkende resultaten en

---

[1]) OSBORNE, l.c.

[2]) ASK, Biochem. Zeitschr. **59**, 1 en 35, 1914.

[3]) S. VAN CREVELD en R. BRINKMAN: Zittingsverslag Kon. Akad. van Wetensch., 17 Dec. 1920. Verder R. BRINKMAN en Mej. E. VAN DAM: Arch. Internat. de physiol. XV, p. 105, 1919. In deze artikelen ook uitvoerige litteratuuropgaven.

de daarop gebaseerde conclusies[1]) van Ask te verklaren, hoewel deze onderzoeker naast het totale bloed ook heeft getracht bloedplasma te onderzoeken.

Het voor ons doel noodige bloedplasma werd verkregen op de wijze zooals door één onzer is aangegeven[2]). In een klein geparaffineerd buisje laat men uit een aangeprikte oorvene van een konijn snel een kleine hoeveelheid bloed vallen, centrifugeert dan eenige oogenblikken en zuigt het bovenstaande vloeibare plasma met een geparaffineerde glaspipet af. Het suikergehalte werd hierin bepaald volgens de nieuwste methode van Bang. Deze methode werd door ons voor alle suikeranalyses gebruikt en voldeed uitstekend. De dubbelbepalingen waren goed overeenstemmend. Wij meenen, dat deze methode, die in dit laboratorium reeds langen tijd wordt gebruikt, mits enkele voorzorgen in acht worden genomen, betrouwbare uitkomsten geeft. Die voorzorgen waren, dat bij elk onderzoek de reductie van een glucose-oplossing van 0.1 % sterkte werd vastgesteld en daarnaast een blindbepaling in duplo van alle bij de methode gebruikte reagentia werd verricht. Dit laatste geschiedde vooral in verband met de geringe stabiliteit van de titer der thiosulfaatoplossing.

Met deze methode hebben we nu allereerst bij een aantal konijnen vergeleken het suikergehalte van het bloedplasma en het ongeveer gelijktijdig afgenomen oogkamervocht (tijdsverschil hoogsten 10 min.).

Het kamervocht werd na cocaine-anaesthesie zeer gemakkelijk verkregen door het insteken van een glascapillair met geslepen punt in de voorste oogkamer. In het algemeen werd naast een suikerbepaling ook een bepaling van de refractie van plasma en oogkamervocht gedaan (refractometer van Abbe), om een denkbeeld te krijgen van het eiwitgehalte dezer vloeistoffen.

In Tabel I zijn de gevonden waarden voor het suikergehalte in bloedplasma en het gelijktijdig onderzochte oogkamervocht vereenigd.

Bij de beschouwing van deze tabel moeten we rekening houden met het straks genoemde feit, dat het kamervocht onder normale omstandigheden slechts zeer langzaam stroomt, dat dus eigenlijke filtratie als factor voor het tot stand komen van het evenwicht in de bestanddeelen der vloeistoffen nagenoeg is te verwaarloozen, maar dat dit evenwicht het gevolg is van het langzamer diffusieproces van de verschillende opgeloste bestanddeelen. Hieruit volgt, dat in deze beschouwingswijze verwacht kan worden, dat elke ver-

[1]) Op deze conclusies komen wij elders meer uitvoerig terug.

[2]) S. v. Creveld en R. Brinkman, l.c.

TABEL I.

Nº. Konijn.	Suikergehalte Bloedplasma.	Suikergehalte Primair oogkamer-vocht.	Verschil.	Gemiddeld Verschil.
1	0.20	0.19	+ 0.01	
2	0.28	0.19	+ 0.09	
3	0.2	0.15	+ 0.05	
4	0.2	0.19	+ 0.01	
5	0.28	0.16	+ 0.12	
6	0.27	0.21	+ 0.06	
7	0.24	0.22	+ 0.02	
8	0.22	0.19	+ 0.03	$\frac{0.66}{15} = 0.044$
9	0.25	0.17	+ 0.08	
10	0.20	0.19	+ 0.01	
11	0.22	0.19	+ 0.03	
12	0.21	0.19	+ 0.02	
13	0.26	0.24	+ 0.02	
14	0.32	0.25	+ 0.07	
15	0.22	0.18	+ 0.04	

andering (stijging of daling) van het plasmasuikergehalte eenigermate vertraagd gevolgd zal worden door eenzelfde wisseling in het suikergehalte van het oogkamervocht. Waar het nu bekend is, dat belangrijke wisselingen in het bloedsuikergehalte zich in zeer korten tijd kunnen afspelen, zullen er dus oogenblikken kunnen zijn, dat het verschil in suikergehalte, dat tusschen plasma en kamervocht gevonden wordt, niet overeenkomt met dat, wat we naar analogie van het bij ultrafiltratie geconstateerde zouden verwachten. Bij een snelle daling van het bloedsuikergehalte zal het dus zeer goed mogelijk zijn, dat de verhoudingen tijdelijk omgekeerd zijn, dus het kamervocht de hoogste waarden aanwijst. Op deze wijze zijn de zeer uiteenloopende verschillen in Tabel I tusschen de beide vloeistoffen zeer goed te verklaren. Maar over een groot aantal proeven vergeleken, mogen we verwachten, dat in de meerderheid der gevallen het kamervocht de laagste cijfers zal vertoonen, en verder, dat in de gemiddelde waarde van een groot aantal cijfers dezelfde verhouding tot uiting zal komen tusschen kamervocht en plasma, als

TABEL II.

Nº. konijn.	1. Bloedplasma bij het begin der proef.		Tijd verloopen tusschen	2. Primair kamervocht.		Tijd verloopen tusschen	3. Secundair kamervocht.		Tijd verloopen tusschen	4. Bloedplasma aan het einde der proef.	
	Suiker-gehalte.	Refractie.	1 en 2.	Suiker-gehalte.	Refractie.	2 en 3.	Suiker-gehalte.	Refractie.	3 en 4.	Suiker-gehalte.	Refractie.
1	0.20	—	—	0.19	1.3345	10 min.	0.24	1.3436	—	—	—
2	0.20	—	10 min.	0.15	1.3333	10 min.	0.20	1.3424	5 min.	0.21	1.3458
3	—	—	—	0.19	1.3339	15 min.	0.20	1.3409	15 min.	0.20	1.3461
4	0.28	1.3449	15 min.	0.16	1.3341	10 min.	0.19	1.3412	10 min.	0.21	—
5	0.27	1.3477	10 min.	0.21	1.3350	10 min.	0.25	1.3444	20 min.	0.29	1.3472
6	0.24	1.3479	7 min.	0.22	1.3340	10 min.	0.27	1.3433	8 min.	0.3	1.3472
7	—	–	—	0.19	1.3341	10 min.	0.21	1.3412	10 min.	0.22	1.3468

die, welke we zouden verwachten, als dit kamervocht niet was een dialysaat, maar een snelstroomend ultrafiltraat. En wanneer we dan hier tusschen het bloedplasma uit de oorvene, en het kamervocht een gemiddeld verschil constateeren van 0.044% hebben we het recht te concludeeren, dat *hier voorloopig het in vitro geconstateerde verschijnsel van de als colloid zich gedragende gebonden suiker van het bloed bevestiging vindt in vivo: het suikergehalte van het kamervocht komt vrijwel overeen met en volgt de schommelingen van de vrije plasmasuiker.*

Dat er hier werkelijk sprake is van een achterblijven van „colloidale suiker", wint aan waarschijnlijkheid, wanneer we Tabel II bezien, waar behalve het plasma en het primaire kamervocht, ook het zich na de punctie snel (in enkele minuten) regenereerende z.gn. *secundaire kamervocht* in het onderzoek is betrokken. Zooals bekend is, heeft dit laatste veel meer direct contact met de bloedsamenstelling; het bevat o.a. veel meer eiwit. Wesselÿ [1]) geeft hiervoor op cijfers van 1—2 %; wij vonden evenals Hagen [2]) op grond van refractiewaarden veel hoogere bedragen, n.l. van 3—5 %. Het secundaire vocht nadert dus, wat eiwitgehalte betreft, tot het plasma en wel des te meer, naarmate het primaire vocht volledi̇ger was weggenomen. Het bleek nu dat dit bij het konijn snel stollende secundaire vocht, ook qua suikergehalte, moet beschouwd worden als een snel binnenstroomend bloedplasma, dus bloed, waarvan alleen de vormelementen worden tegengehonden: immers het suikergehalte van dit regenereerende vocht komt zeer fraai overeen met dat van het gelijktijdig onderzochte bloedplasma.

Bij het beoordeelen van tabel II moeten we wel in het oog houden, dat door „psychische" prikkels (sympathicusprikkeling) tijdens een onderzoek meestal het suikergehalte in het bloed van het konijn toeneemt. Daar tusschen 1 en 3 (zie Tabel II) meestal 20 min. tot $^1/_2$ uur verloopt, zal het suikergehalte van 3 (sec. kamervocht), gelijk uit de tabel ook blijkt, niet meer te vergelijken zijn met de waarde aangegeven voor het bloedplasma vóór 20 min., maar met die van **4**. Dan blijken echter bloedplasma en secundaire kamervocht ook vrijwel volkomen met elkaar overeen te stemmen; *het secundaire kamervocht heeft dus met de plasmacolloiden ook de „gebonden suiker" verkregen.*

Om nu verder een inzicht te verkrijgen in de wijze en de snelheid, waarop schommelingen in het suikergehalte van het bloed-

---

[1]) Ergebnisse d. Physiologie 4[1], p. 565, 1905.

[2]) Klin. Monatsbl. f. Augenheilkunde **64**, p. 187, 1920.

plasma gevolgd worden door het kamervocht, hebben we bij een aantal konijnen het suikergehalte van het *kamervocht* nagegaan op verschillende tijden tijdens een sterke *hyperglycaemie*, te weeg gebracht door inspuiting van ongeveer 0.75 cc. van een 1‰ adrenalineoplossing in den conjunctivaalzak van beide oogen. Van een uitgebreide reeks proeven daarover verricht, mogen hier alleen enkele resultaten beknopt vermeld worden. Het suikergehalte van het bloedplasma stijgt snel na de injectie, bereikt reeds na 45 minuten waarden van 0.6 —0.7 % en blijft hierop ongeveer 1—2 uur staan, om vervolgens weer betrekkelijk snel tot de normale waarden te dalen. Het kamervocht volgt deze stijging in een verlangzaamd tempo, waarschijnlijk hier abnormaal langzaam, omdat als tweede adrenalinewerking de bloedtoevoer naar de oogvaten tijdelijk zeer sterk is verminderd. Zoo steeg b.v. in het bloedplasma het suikergehalte in 30 minuten van 0.25 tot 0.38 %, in het kamervocht (eerst van het rechter-, daarna van het linkeroog) in dien tijd van 0.17 tot 0.24%; in een andere proef was in het bloedplasma 2 uur na de injectie het suikergehalte gestegen van 0.21 tot ruim 0.6 % en het kamervocht van 0.19 tot 0.4 %; het snel regenereerende secundaire kamervocht bevatte toen 0.63 %, wat weer fraai met het plasmagehalte van dit oogenblik overeenkomt.

Als in de tweede periode het plasmasuikergehalte weer daalt, wordt deze daling sneller door het kamervocht gevolgd dan de voorafgaande rijzing. Dit is ook te verwachten, omdat in deze periode de bloedtoevoer naar de oogen en dus de snelheid van diffusie reeds weer grooter is geworden. Toch gelukte het nu een oogenblik vast te leggen, waarbij de daling in het bloedsuikergehalte het kamervocht voorbijstreefde, zoodat de verhoudingen waren omgekeerd: 5 uur na de injectie was bij een plasmasuikerwaarde van 0.27 % het suikergehalte van het kamervocht 0.32 %.

We zouden het groote verschil (0.6 en 0.4) dat op het hoogtepunt van de hyperglycaemie tusschen bloedplasma en kamervocht werd geconstateerd ook kunnen verklaren niet door vertraagde diffusie, dus door nog niet bereikt evenwicht, maar door een relatieve toename tijdens de hyperglycaemie ook van de gebonden suiker. Het verschil van 0.2 zou dan kunnen overeenkomen met de hoeveelheid gebonden suiker, en de 0.4 % suiker in het kamervocht wel aangeven het oogenblik van diffusie-evenwicht. Maar deze aanname vervalt; immers in een afzonderlijke proef, hebben we tijdens de maximale hyperglycaemie een iets grootere hoeveelheid bloed afgenomen en hiervan het plasmasuikergehalte bepaald tegelijk met dat van het hieruit verkregen ultrafiltraat; hetzelfde was vooraf

gedaan met het normale bloedplasma. In het begin was het suikergehalte van het kamervocht 0.24, van het bloedplasma 0.26 en dat van het ultrafiltraat van het plasma 0.16; het verschil tusschen deze laatste twee dus 0.09. Dit verschil bleef nu gelijk tijdens de adrenaline-hyperglycaemie (0.63 % en 0.54 %), terwijl toen in het kamervocht het suikergehalte veel lager was (0.44 %) dan in het plasma. *De hoeveelheid gebonden suiker neemt dus tijdens de adrenaline-hyperglycaemie niet toe.*

Het zal nu evenwel opvallen, dat we in vitro in deze proef een hoeveelheid gebonden suiker van 0.09 % aantreffen, terwijl het gemiddelde verschil tusschen oogkamervocht en bloedplasma in dezen slechts 0.044 % bedroeg. Dit laatste cijfer is werkelijk laag; immers als gemiddelde van 8 proeven, vonden we bij ultrafiltraten in vitro van serum van onze proefkonijnen een bedrag aan gebonden suiker van 0.075 %. Nu is dit verschil tusschen de processen in vitro en in vivo nog niet van dien aard, dat we op grond daarvan het kamervocht niet meer als een soort ultrafiltraat mogen beschouwen; maar het wil ons bovendien voorkomen, dat dit verschil niet essentieel is. Immers we vonden een gemiddelde van 0.044 % als verschil bij vergelijking van het oogkamervocht met het plasma van het veneuze bloed uit een oorvene. Nu zal echter het bloed, dat met het oogkamervocht in wisselwerking treedt, in elk geval geen veneus bloed zijn, maar veelmeer overeenkomen in samenstelling met het slagaderlijke bloed. En nu is als gevolg van het suikerverbruik der organen het suikergehalte van het veneuze bloed lager dan in het arterieele; de grootte van dit verschil zal afhankelijk zijn van de intensiteit der suikerstofwisseling van het betreffende orgaan. We kunnen wel aannemen dat deze stofwisseling zeer gering zal zijn in de weefsels (cornea, lens) enz., die de oogkamer begrenzen, en dat het veneuze bloed, dat van daar afvloeit, gesteld dat we het afzonderlijk zouden kunnen onderzoeken, slechts weinig van het slagaderlijke bloed zou verschillen. Dit verschil is evenwel zeer duidelijk aanwezig, indien we vergelijken gelijktijdig opgevangen bloed uit de a. carotis, en uit de v. facialis posterior, welk laatste zeker vrijwel met het bloed uit een oorvene overeenkomt. In drie proeven vonden we hier een verschil van 0.09, 0.03 en 0.02, dus gemiddeld ruim 0.04 %. En als we nu met een dergelijke waarde het suikergehalte van het plasma uit de oorvene vermeerderen, dan komt dus het suikergehalte van het kamervocht zeer goed overeen met dat, wat we van een ultrafiltraat zouden verwachten.

Wat de tweede door ons onderzochte vloeistof, het *cerebrospinaal-*

vocht betreft, beschikken we slechts over een veel kleiner aantal proeven. De opgaven in de literatuur maakten het reeds waarschijnlijk, dat we ook hier een lagere en zelfs een aanzienlijk lagere waarde voor het suikergehalte zouden vinden dan in het bloedplasma. Zoo geven b.v. FINE en MYERS [1] op, dat bij een aantal patiënten het suikergehalte van het cerebrospinaalvocht gemiddeld slechts 57 % bedroeg van dat van het totale bloed, en een overeenkomstige opgave vinden we bij WESTON [2]).

Om de vroeger besproken redenen zou bij vergelijking met het bloedplasma in plaats van met het totale bloed, dit verschil nog sprekender worden.

Wat betreft de techniek voor het verkrijgen van cerebrospinaalvocht bij konijnen, zij vermeld dat we dit verkregen door punctie met een glascapillair door het ligament, dat achterhoofd met atlas verbindt, nadat dit eerst door een huidsnee en uiteenprepareeren der nekspieren onder locaalanaesthesie (zonder adrenaline) was blootgelegd; een punctie dus van het vocht uit de vierde ventrikel. De dieren verdragen dit zeer goed.

In Tabel III en IV zijn de resultaten vereenigd.

We moeten bij het bezien dezer tabellen wel in het oog houden, dat een vergelijking van cerebrospinaalvocht en bloedplasma onder physiologische omstandigheden veel lastiger is dan bij het oogvocht; de ingreep duurt meestal wel een half uur en wanneer dan het vocht gepuncteerd kan worden,is intusschen, dat blijkt uit de tabellen, in het bloed reeds een duidelijke hyperglycaemie ingetreden, zoodat in de waarden, die we voor het cerebrospinaalvocht vinden, en die op zich zelf niet abnormaal laag zijn (gemiddeld 0.18% in tabel III) reeds aanwezig is een zeker bedrag tengevolge van de stijging in den bloedsuikerspiegel. De grootte van dit bedrag kennen we echter niet, omdat we de diffusie-snelheid hier niet weten. Het physiologische verschil met het bloedsuikergehalte is dus vrij zeker kleiner dan dat hetwelk we vinden wanneer we vergelijken met het gelijktijdig afgenomen plasma (kolom 3), maar zeer zeker grooter dan uit vergelijking met het plasma aan den aanvang der proef (kolom 1) zou blijken. Door een grooter aantal proeven en door de ingreep zoo kort mogelijk te laten duren, zullen we hier waarschijnlijk meer nauwkeurige gegevens verkrijgen. Een onderzoek naar de snelheid waarmee en de mate waarin adrenaline-hyperglycaemie ook in het cerebrospinaalvocht tot uiting komt, zal ons bovendien een inzicht

---

[1]) Proceedings Soc. Exp. Biol. **13**, p. 126, 1916.

[2]) Journ. of Med. Research. **35**, p. 199.

TABEL III.

Nº. Konijn.	1. Bloedplasma.		Tijd verloopen tusschen 1 en 2.	2. Cerebro-spin. vocht.		Tijd verloopen tusschen 2 en 3.	3. Bloedplasma.	
	Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.
1	—	—	—	0.14	1.3341	15 min.	0.40	1.3451
2	—	—	—	0.18	1.3341	8 min.	0.48	1.3441
3	0.23	1.314	20 min.	0.20	1.3341	50 min.	0.40	1.3456
4	0.30	—	35 min.	0.20	1.3341	15 min.	0.36	1.3451

TABEL IV.

Nº. Konijn.	1. Bloedplasma.		Tijd tusschen 1 en 2.	2. Primair kamervocht rechteroog.		Tijd tusschen 2 en 3.	3. Cerebro-spinaal vocht.		Tijd tusschen 3 en 4.	4. Primair kamervocht linkeroog.		Tijd tusschen 4 en 5.	5. Bloedplasma.	
	Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.		Suiker-gehalte.	Refractie.
5	0.30	—	10 m.	0.24	1.3336	25 m.	0.20	1.3341	10 m.	0.28	1.3341	—	0.36	1.3451

geven in de diffusie-snelheid. In deze richting zullen onze eerstvolgende proeven zich bewegen.[1])

Op grond van tabel IV kunnen we echter wel als zeker aannemen, dat het suikergehalte in het cerebrospinaalvocht aanmerkelijk lager is dan in het gelijktijdig onderzochte kamervocht (vergel. kolom 3 en 4).

We zien hier dus twee „ultrafiltraten" met een uiteenloopend suikergehalte. Moeten we hier dan denken aan een „actief" tegenhouden van de glucose door den plexus chorioideus? Het wil ons voorkomen, dat het absoluut niet noodig is een dergelijke kracht te hulp te roepen, als functie van een membraan, maar dat veeleer de oorzaak mag gezocht worden in de werking van het geheele omgevende weefsel, dat bij de oogkamer vrij zeker een veel geringer stofwisseling zal vertoonen dan het hersenweefsel, waarmee het cerebrospinaalvocht evenzeer in wisselwerking is als met het bloed.

Een eenigermate snel verbruik van suiker in het hersenweefsel zal noodzakelijk tengevolge hebben een voortdurende diffusie van glucose uit het cerebrospinaalvocht naar deze plaats van lager suikerconcentratie. De suikerspiegel van het cerebrospinaalvocht blijft dus constant lager dan de waarde, die het zou hebben als het alleen in wisselwerking stond met het bloed, lager ook dan in het oogkamervocht gevonden wordt. Zoo is ook op dezelfde gronden te verwachten, dat het bloed zelf in de hersenen meer suiker afstaat dan om de oogkamer en dat dus het bloed in een hersenvene een grooter daling in suikergehalte zal doen zien dan het bloed dat afvloeit uit de omgeving van de oogkamer.

Een vergelijking van de ultrafiltraten van bloed uit de a. carotis en de v. facialis posterior leerde ons, dat het verschil in suikergehalte tusschen arterieel en veneus bloed vrijwel geheel komt op rekening van de vrije suiker, terwijl de hoeveelheid *„gebonden suiker"* door het passeeren der capillairen vrijwel geen verandering ondergaat.

Het lijkt aanlokkelijk te onderstellen, dat bij het verbruik van de suiker in de weefselcellen de gebonden suiker een rol speelt: dat hier de suiker voortdurend gebonden (geadsorbeerd?) wordt, en in dien toestand wordt omgezet, wat dan voortdurend weer aanleiding zou geven tot het vastleggen van nieuwe „vrije" suiker uit de omgeving; dit zou dan aanleiding geven tot vermindering van de concentratie der vrije suiker ter plaatse, gevolgd door diffusie uit het

---

[1]) Noot bij de correctie: De resultaten hiervan zijn in de meer uitvoerige publicatie in de Biochemische Zeitschrift vermeld.

bloed enz. Een zeker oordeel omtrent deze onderstelling zal evenwel eerst kunnen worden uitgesproken, wanneer is uitgemaakt, dat de niet ultrafiltreerbare reduceerende stof suiker is en van welken aard verder de stof is, waaraan deze suiker is vastgelegd.

SAMENVATTING.

We kunnen de resultaten van ons onderzoek als volgt samenvatten:

1. Bij konijnen is het *suikergehalte van weefselvochten, die nagenoeg geen colloiden bevatten* (*humor aquaeus, cerebrospinaalvocht*) als regel meer of minder *lager dan dat van het gelijktijdig onderzochte bloedplasma.* Dit verschijnsel is in overeenstemming met de lagere waarde voor het suikergehalte, welke ultrafiltraten van serum in vitro tegenover dit serum vertoonen.

2. Wat *het oogkamervocht* betreft, is dit *verschil in suikergehalte* tegenover het *bloedplasma* van arterieel bloed van *dezelfde grootte* als de hoeveelheid *„gebonden suiker"* in het bloedserum, die niet ultrafiltreert.

3. Omtrent het *cerebrospinaalvocht* geven de resultaten nog geen zekerheid omtrent de juiste verhouding van zijn suikergehalte tot dat van het bloedplasma; *naar allen schijn is het echter nog aanmerkelijk lager dan in het oogkamervocht.* Gewezen wordt op de mogelijkheid, dit verschil te verklaren door een sterker verbruik van glucose in het hersenweefsel tegenover de weefsels, die de oogkamer begrenzen.

4. Afgaande op de wisselingen in het suikergehalte van het *oogkamervocht* onder normale omstandigheden en bij *hyperglycaemie na adrenaline-injectie* moet worden aangenomen, dat het *evenwicht met het bloed hier in hoofdzaak tot stand komt door diffusie,* en nagenoeg niet door vochtstrooming; zulks is in overeenstemming met wat omtrent de snelheid van strooming in het oogkamervocht wordt aangenomen. Daarentegen is het z.gn. *secundaire oogkamervocht, wat zijn suikergehalte betreft, volkomen gelijk aan het bloedplasma op hetzelfde oogenblik*; dit vindt zijn verklaring daarin, dat het werkelijk vrijwel *bloedplasma is, dat is binnengestroomd met een hoog gehalte aan colloiden, en de daarmee overeenkomende hoeveelheid gebonden suiker.*

5. Bij vergelijking *van arterieel* bloed uit de a. carotis en *veneus* bloed uit de v. facialis posterior bleek, dat het *verschil in suikergehalte* tusschen deze beide vrijwel geheel op rekening komt van de *vrije suiker,* en dat dus deze aan de weefsels wordt afgegeven.

Groningen. *Physiologisch Laboratorium.*

Natuurkunde. — De Heer P. Zeeman biedt, mede namens W. de Groot, Mej. A. Snethlage en G. C. Dibbetz, eene mededeeling aan over: *„De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen."*

III. *Metingen over het Fizeau-effect in flintglas.*

1. Nauwkeuriger dan de uitkomsten, welke met kwarts werden verkregen en waarover in mededeeling II verslag[1]) werd gegeven, zijn die over het Fizeau-effect in bewegend flintglas.

Door de firma Zeiss te Jena werden voor ons vervaardigd 6 cylindervormige staven van 20 cm. lengte, en met een cirkelvormige doorsnede van 25 mm. middellijn. De glassoort is het gewone silikaat flintglas van het type O. 103 der firma Schott und Genossen. De eindvlakken zijn met hooge benadering planparallel. De duidelijkheid der interferentiestrepen bleek bij stilstaande glaskolom uitnemend te zijn, terwijl, wanneer de noodige voorzorgen werden genomen, ook wanneer de kolom in snelle beweging was de strepen nog zeer goed bleven. De opgenomen foto's waren veel beter dan die welke vroeger (II) met kwarts werden verkregen. Dit ligt deels aan het uitnemende materiaal,[2]) aan de grootere doorsnede der staven, (thans 25 mm. tegen vroeger bij kwarts 15 mm.), en aan het kleiner aantal inwendige terugkaatsingen.[2]) Het bleek ten slotte mogelijk ook het Fizeau-effect voor bewegend flintglas direct in een kijker waar te nemen, even duidelijk als dat voor bewegend water mogelijk is en wij hadden het voorrecht aan verschillende physici het effect te demonstreeren.

De volkomen zekerheid waarmede ten slotte de vrij samengestelde apparatuur werkte, werd eerst verkregen nadat aan de inrichting, zooals die voor kwarts was gebezigd, nog verbeteringen waren aangebracht. Wij zullen de voornaamste daarvan bespreken.

2. Door verschillende oorzaken kunnen de interferentiestrepen gedurende de beweging van de kolom van glazen cylinders een schuinen stand gaan innemen. Het is echter noodzakelijk dat de strepen evenwijdig aan de horizontale of verticale kruisdaden blijven.

---

[1]) Deze Verslagen Deel **28**, 1462, 1919.

[2]) Zie II, 2.

Anders krijgt men geen foto's waarop metingen kunnen worden verricht.

Reeds bij de proeven met kwarts was in een der interfereerende lichtbundels een *compensator* opgenomen, bestaande uit een planparallelle, cirkelvormige, glasplaat van 5 mm. dikte en 25 mm. middellijn, waaraan iedere gewenschte stand kon worden gegeven. Door draaiing om een horizontale as kan de helling der interferentiestrepen worden gewijzigd en er werd daarom eene eenvoudige inrichting aangebracht waardoor de waarnemer, bij het oculair van den kijker gezeten, de gewenschte draaiing kon teweeg brengen. Bovendien was nog voor het objectief van den kijker een planparallelle plaat opgesteld, zoodanig dat in een ter zijde geplaatst kijkertje een beeld van de interferentiestrepen kon worden waargenomen, terwijl tegelijkertijd met den grooten kijker, na verwijdering van het oculair, een foto der strepen werd gemaakt. De waarnemer aan den kleinen kijker kon aldus een font in den stand der strepen dadelijk opmerken en zoo noodig tijdens de photographische opname herstellen. Slechts zelden bleek dat noodig, wanneer een proef goed was voorbereid.

3. Zooals vroeger is uiteengezet (I, 4), was het noodzakelijk om 20 à 30 belichtingen, van telkens een honderdste seconde, der interferentiestrepen over elkaar op te nemen, omdat anders de photographische indruk te zwak was. Dit aantal kan zeer worden verminderd door zonder filters dus direct met het witte booglicht te werken.

Vermindering van het aantal belichtingen komt ten goede aan de scherpte der foto's en maakt het mogelijk er meer na elkaar te nemen, voordat de storingen door ongelijkmatigheden van de temperatuur in de glasstaven, die onvermijdelijk door de beweging van het apparaat optreden, hinderlijk worden.

Voor de interpretatie der verkregen foto is het dan noodig te weten wat de effectieve golflengte λ van het witte booglicht is, waarmede de strepen zijn afgebeeld.

De nauwkeurigheid in de bepaling van λ behoeft zooals zoo aanstonds zal blijken (zie 5), niet zeer groot te zijn.

4. *Bepaling van de effectieve golflengte van het gebezigde licht.*

De effectieve golflengte van het licht waarmede gewerkt werd, moest gemeten worden *nadat* het den laatsten spiegel van den interferometer verlaten had en natuurlijk voor die platensoort, die bij de proeven gebezigd werd.

De bundel uit den interferometer werd met een cylinderlens geconcentreerd op de spleet van den collimator van een spectroskoop met constante deviatie van HILGER, waaruit het prisma was weggenomen en vervangen door een klein totaal reflecteerend prisma.

Door voor het objectief van de photographische camera een replica van een tralierooster aan te brengen kon een spectrum van de lichtbron worden opgenomen.

Het meest werkzame deel in dit spectrum kon direct zichtbaar gemaakt worden door voor de spleet van den collimator een wig van rookglas met de ribbe horizontaal aan te brengen (methode van KENNETH MEES).

De prismatische werking van de wig was door een tweede wig van helder glas opgeheven.

De uitkomst voor de effectieve golflengte λ_e was 4750 A°. met een onzekerheid van $\pm$ 25 A°.

5. Deze nauwkeurigheid is echter voldoende. Men overtuigt zich daarvan door numerieke berekening, of wel door de volgende beschouwing.

Wij weten (II, 9) dat het optisch effect gegeven wordt door de formule:

$$\Delta = \frac{4\,lw}{\lambda\,c}\left(\mu - 1 - \lambda\frac{d\mu}{d\lambda}\right). \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Door hieruit de waarde op te maken van $\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\lambda}$ kunnen we zien hoe groot de invloed is van een fout in de bepaling der effectieve golflengte op het berekende effect.

In plaats van λ voeren we de frequentie ν in, waardoor eene kleine vereenvoudiging ontstaat, en stellen $\varphi = \mu - 1 + \nu\frac{d\mu}{d\nu}$ dan is

$$\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\lambda} = \frac{1}{\varphi\,.\,\nu}\frac{d\varphi\,.\,\nu}{d\nu} \times -\frac{1}{\lambda^2} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

Nu is

$$\frac{d\varphi}{d\nu} = 2\frac{d\mu}{d\nu} + \nu\frac{d^2\mu}{d\nu^2},$$

waarvoor we bij benadering mogen schrijven

$$\frac{d\varphi}{d\nu} = 2\frac{d\mu}{d\nu},$$

daar μ bijna lineair van ν afhangt.

Verg. (2) wordt dan

$$\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\lambda} = v\left(\frac{2v\frac{d\mu}{dv}}{\varphi} + 1\right),$$

$v\frac{d\mu}{dv} : \varphi$ wordt voor het gewone flintglas ongeveer $\frac{1}{8}$, zoodat

$$\frac{1}{\Delta}\frac{d\Delta}{d\lambda} = \frac{1}{\lambda} \times \frac{5}{4}$$

Voor $\lambda = 5000$ A°, $d\lambda = 25$ A° wordt $\frac{d\Delta}{\Delta} = {}^{1}/_{4}\,{}^{0}/_{0}$.

6. *Lint-lichtonderbreker.* De periodiek werkende, electromagnetisch gedreven, lichtonderbreker, die in I, 4 werd beschreven, gaf herhaaldelijk reden tot teleurstelling, omdat men nimmer zeker was of wel het licht werd doorgelaten juist op het oogenblik dat de slede een gekozen punt van de baan passeert.

Geheel zeker is men daarvan met den lint-lichtonderbreker, die schematisch in fig. 1 is voorgesteld.

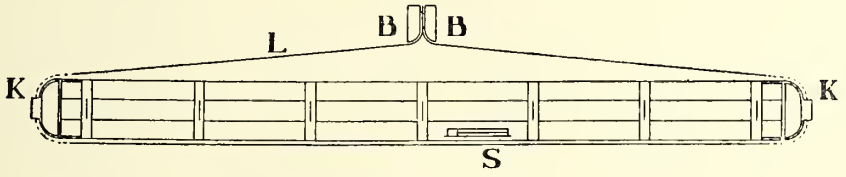


Fig. 1.

Een band of lint L van lancasterlinnen is tusschen twee blokjes B, die vast op een gekozen plaats aan het bed van den toestel zijn verbonden, ingeklemd. Het wordt om de balk met de glaskolom heen geslagen. De balk kan zijne gewone heen en weergaande beweging uitvoeren zonder door het lint gehinderd te worden want dit kan gemakkelijk over de koperen stukken K heenglijden, terwijl de lengte van het lint constant blijft. In het lint zijn twee openingen van 10 of 15 cm. lengte gemaakt, die bij een bepaalden stand van de balk, maar ook dan alleen, het licht laten passeeren door cirkelvormige gaten in de stukken K, en gedurende den tijd die met de lengte der openingen in het lint overeenkomt. Door verplaatsing van BB langs het bed kan men het oogenblik waarop het licht doorgaat kiezen. De randen van het lint zijn van een zoom voorzien om grootere stevigheid te verkrijgen en uitrafelen te voorkomen.

De koperen stukken K zijn glad gepolijst en de wrijving van het lint is dus zeer gering. Soms werd die nog door eenig talkpoeder kleiner gemaakt.

De electrische onderbreker die bij de proeven, in II beschreven, in gebruik was, werd nu, na een kleine wijziging, gebezigd om het licht alleen bij één der heen- en weergangen van de balk toe te laten. Daartoe is de bewegelijke arm geplaatst voor de booglamp. De phase is zoo ingesteld dat de arm omslaat als de balk juist het midden van de baan is gepasseerd.

7. *Verbetering van de snelheidsmeting.* In de proeven met kwartsstaven werd de snelheid direct gemeten volgens eene methode, die in II, § 11 is beschreven. Wij hebben die methode eenvoudiger en fijner gemaakt en ze ook zoo ingericht dat onmiddellijk bij elke proef de snelheid kon worden afgelezen.

De opstelling beantwoordt in algemeene trekken nog aan de figuur in II § 11. Evenwel komt in plaats van het vroeger gebruikte schermpje met twee spleten S_1 en S_2 een scherm S (zie Fig. 1 der vorige §), waarvan de constructie nader aan de hand van Fig. 2 zal worden uiteengezet.

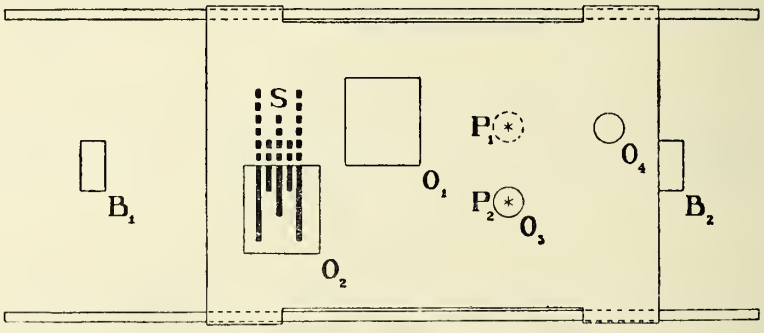


Fig. 2.

De spleet S_1 van vroeger vervangen we door een glazen schaaltje, de spleet S_2 door een kleine opening.

Het glazen schaaltje met verdeeling werd verkregen door een glazen plaatje met een roetlaag te bedekken en met behulp van een beiteltje, ter breedte van precies 1 mm., in de roetlaag vijf strepen te trekken op onderlinge afstanden van precies 1 mm.

De roetlaag werd daarna met een druppel vernis gefixeerd en de eerste streep met rood glas, de andere met blauw glas afgedekt. Het geheel werd vastgekit op de balk. In fig. 2 zijn onder S de afwisselend lange en korte strepen aangeduid; de kleuren maken vergissingen van voor en achter bij de waarneming door lenzen onmogelijk. Gedeeltelijk zijn in de figuur de strepen gestippeld, doordat ze voor de helft bedekt zijn door een scherm, dat heen en weer kan glijden. Bij de beweging van de balk in den eenen zin wordt,

automatisch door de traagheid van het scherm, de benedenste, bij de beweging in tegengestelden zin de bovenste helft van de schaal bedekt. Door de blokjes B_1 en B_2 zijn de uiterste standen van het scherm bepaald.

Terwijl dus de spleet S_1 van vroeger door het schaaltje met de gekleurde strepen is vervangen, komen in plaats van de spleet S_2, twee fijne openingen P_1 en P_2 aan weerskanten van een horizontale lijn door het midden van de schaal. Door P_2 kan in den in de figuur geteekenden stand het licht uittreden, omdat de opening O_3 in het bewegelijke scherm zulks toelaat. Rust het scherm tegen B_1 dan wordt P_2 bedekt en komt O_4 in de positie, waarbij het mogelijk is dat door P_1 licht uittreedt.

Zooals in II, § 11 is uiteengezet wordt een beeld van de spleetinrichting geprojecteerd op de draaiende schijf R, die met radiale spleten is voorzien. Met een zwak vergrootenden kijker wordt hetgeen op de draaiende schijf wordt afgebeeld waargenomen, en wel telkens met tusschenpozen van 0.001 sec. In dien tijd wordt door de balk, bij de gebezigde snelheid in de buurt van 10 $^{M}/_{sec}$, ongeveer 1 cm. afgelegd. De waarnemer ziet in het gezichtsveld van den kijker de gekleurde schaal S en daarop „de ster" P_2, of liever het nabeeld van het door die ster uitgezonden licht bij een vroegere doorlating. De plaats van de ster op de schaal kan tot op $\frac{1}{2}$ mm. nauwkeurig worden afgelezen, en daar de afstand van P_2 tot S ongeveer 50 mm. bedraagt, leert men de snelheid zeker op 1 % nauwkeurig kennen. Alle veranderingen in de snelheid van de balk worden onmiddellijk zichtbaar, en voor iedere opgenomen foto kan de bijbehoorende snelheid dadelijk worden opgeschreven.

Het is noodzakelijk dat „de ster" zich beweegt op dezelfde hoogte, als waarop de as van de draaiende schijf is geplaatst, want anders moet er nog eene kleine correctie aan de snelheid worden aangebracht.

Bij de uitvoering van de inrichting voor de snelheidsmeting hebben wij veel hulp gehad van den Heer W. M. Kok, assistent aan het Natuurkundig Laboratorium, dien wij daarvoor onzen hartelijken dank brengen.

8. *Uitkomsten.* De uiterste waarden van de snelheid die bij onze proeven direct gemeten werden, waren 918 en 994 cm./sec.

Er werden twee reeksen van metingen verricht, die zich onderscheidden door de wijze waarop de snelheid werd gevonden. In de eerste reeks A, werd de methode van mededeeling II, in de tweede B, de in § 7 hierboven beschrevene gebezigd. Alle uitkomsten voor het effect werden gereduceerd op een snelheid van 1000 cm./sec.

Reeks A.

Combineert men de metingen van de 34 afzonderlijke foto-opnamen, op 11 plaatjes verkregen, dan vindt men voor het effect 0,247 ± 0,006.

Combineert men eerst de waarnemingen op elk plaatje en neemt dan het gemiddelde van de uitkomsten der 11 plaatjes dan wordt voor het effect gevonden 0,247 ± 0,009.

Reeks B

geeft voor het effect afgeleid uit 49 waarnemingen over 13 plaatjes verdeeld 0,238 ± 0,006, voor het effect afgeleid uit het gemiddelde van de uitkomsten der 13 plaatjes 0,240 ± 0,008.

Eindelijk kan men al de 83 waarnemingen combineeren en vindt dan 0,242 ± 0,004.

Als men voor elk der 24 plaatjes afzonderlijk een uitkomst opmaakt en dan het gemiddelde neemt wordt voor het effect gevonden 0,243 ± 0,006.

Het getal achter het ± teeken geeft de middelbare fout aan en alle uitkomsten zijn, gelijk reeds werd opgemerkt, op de snelheid 1000 cm./sec. gereduceerd.

Theoretische waarde van het effect voor flintglas.

Door de firma Schott und Genossen, Jena worden de volgende brekingsindices voor het gebezigde flintglas 0.103 opgegeven:

$\mu_{A'} = 1.6099$	$\lambda = 7677\ A°$
$\mu_{C'} = 1.6153$	6563
$\mu_D = 1.6202$	5893
$\mu_F = 1.6324$	4862
$\mu_{G'} = 1.6428$	4341

Het effect kan volgens de vroeger (II, 9) afgeleide formule

$$\Delta = \frac{4\,lw}{\lambda\,c}\left(\mu - 1 - \lambda\frac{d\mu}{d\lambda}\right)$$

worden berekend.

Met behulp van bovenstaande getallen leiden wij voor de effectieve golflengte 4750 waarden voor μ en $\frac{d\mu}{d\lambda}$ af en vinden dan

$$\Delta = \frac{4\,.\,120\,.\,1000}{4750 \times 10^{-8} \times 3\,.\,10^{10}}(1\,,\,634 - 1 + 0{,}084) = 0{,}242.$$

Deze waarde stemt haast volkomen overeen met het getal dat onze proeven opleveren.

Het is nog interessant op te merken dat de dispersieterm in de

waarde van het effect $= 0{,}242$, voor een bedrag 0,028 bijdraagt. Was er geen rekening met de dispersie gehouden dan had men 0,214 voor het effect moeten vinden, wat met de proeven onvereenigbaar zou zijn.

NASCHRIFT.

1. De publicatie van bovenstaande mededeeling, die reeds in de zitting der Akademie van 23 April 1920 werd aangeboden, is door bijzondere omstandigheden vertraagd geworden.

Ik heb daardoor gelegenheid nog een paar opmerkingen aan het stuk toe te voegen.

Door onzen medewerker, den Heer W. DE GROOT, phil. docts. werd mij mondeling en onafhankelijk daarvan omstreeks op denzelfden tijd door Prof. F. ZERNIKE te Groningen, in een schrijven van 11 November 1919, eene andere afleiding voor de formule voor het optisch effect (II, 9) meegedeeld. Ik wil de korte, elementaire afleiding, die in beide mededeelingen op hetzelfde idee berustte, hier laten volgen.

In beginsel kan de proef met de bewegende glasstaaf onder het volgende schema (Fig. 3) worden gebracht. De lichtbron L zendt

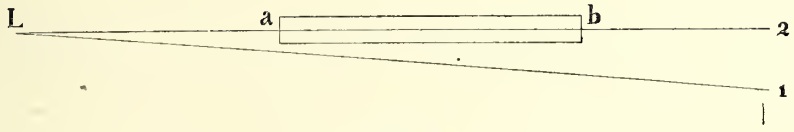


Fig. 3.

twee lichtbundels uit, de een door het glas $a\,b$, de ander door de lucht. Men vergelijkt de phasen in 1 en 2, met behulp van de noodige kunstgrepen, in twee gevallen, ten eerste als het glas $a\,b$ stilstaat, ten tweede als het zich, bijv. naar links, beweegt met de snelheid w. Volgens het relativiteitsbeginsel kan men evengoed het glas laten stilstaan en de kamer met de overige deelen naar rechts met de snelheid w laten bewegen. Of men 1 en 2 met een bewegend of stilstaand toestel opvangt maakt geen verschil in de relatieve phase der bundels. Wij laten dus alleen L met de relatieve snelheid w naar rechts bewegen en tot de glasstaaf naderen. Dat geeft alleen een Doppler effect gelijk voor de beide bundels, waarbij de golflengte van λ tot $\lambda - \lambda \frac{w}{c}$ verandert. Als alles stilstaat is het

phaseverschil tusschen 1 en $2\frac{(\mu-1)}{\lambda}l$, wanneer l de lengte van de glasstaaf $a\,b$ is.

De verandering door de beweging is derhalve

$$-\frac{(\mu-1)\,l}{\lambda^2}d\lambda+\frac{l}{\lambda}\frac{d\mu}{d\lambda}d\lambda=\frac{wl}{\lambda c}\left(\mu-1-\lambda\frac{d\mu}{d\lambda}\right)$$

Om het geheele effect te krijgen moet met 4 worden vermenigvuldigd — n.l. een factor 2 voor den heen- en weergang der stralen en een factor 2 wegens de omkeering van de bewegingsrichting —, zoodat de vroeger gegeven formule te voorschijn komt.

Ook de proef van Fizeau met het stroomende water en stilstaande glazen eindplaten, kan volgens de geschetste methode behandeld worden, maar dan valt de berekening niet zoo eenvoudig uit.

De Heer Zernike maakt er nog opmerkzaam op dat een werkelijke proef, met de twee bundels tegen elkaar in loopend, genomen zou kunnen worden met stilstaande glasstaaf zooals in de berekening ondersteld wordt. Het zou dan alleen noodig zijn om bij de vroeger beschreven proef het glasprima te laten heen en terug schuiven, maar de glasstaaf stil te houden. Om verschillende optische en mechanische redenen lijkt mij de uitvoering met grooter bezwaren verbonden, dan de uitgevoerde proef.

2. In een schrijven van 22 October 1919 had Prof. M. von Laue de vriendelijkheid mij opmerkzaam te maken op en mij toe te zenden eene dissertatie van P. Harress van 1912 [1]), waarin een onderwerp behandeld wordt dat met onze onderzoekingen in verband staat. Bij de proef van Harress loopt het licht, rechtsom en lichtsom, in een kring van glazen prisma's, die in zijn geheel in roteerende beweging verkeert.

De vergelijking van de waargenomen verschuiving der interferentiestrepen en de theorie door Harress uitgewerkt gaf zeer onbevredigende overeenstemming tusschen beide. Hoofdzakelijk ligt dat aan de theorie waarin de absolute met de relatieve snelheid van het licht wordt verward. von Laue heeft deze vergissing hersteld, waardoor de overeenstemming tusschen theorie en waarneming veel beter wordt. De proef van Harress is zeer nauw verwant met de proef van Sagnac van 1913, waarvan von Laue merkwaardigerwijze reeds in 1911 de relativistische theorie heeft gegeven. [2])

Bij de proeven van Sagnac en Harress bedraagt de verschuiving

---

[1]) Opnieuw bewerkt in O. Knopf, Ann. d. Phys. **62**, 389, 1920.

[2]) Münchener Sitz. Ber. 1911, 404.

Δ der interferentiestrepen uitgedrukt als breukdeel van den streepafstand,

$$\Delta = \frac{2\omega}{c\lambda} \Sigma rl,$$

waarin l de lengte van een in het roteerende apparaat doorloopen weg, r de afstand daarvan tot de draaiingsas, ω de hoeksnelheid is, alles gesommeerd over de verschillende wegen.

Brekingsexponent en dispersie komen in deze formule in het geheel niet voor, zoodat reeds daarin een verschil met onze proeven ligt.

Het is wel onnoodig op het werk van HARRESS hier verder in te gaan, daar in eene interessante mededeeling van v. LAUE [1]) de proeven van FIZEAU, SAGNAC, HARRESS en die door ons zijn genomen worden besproken en vergeleken, en onder uitsluiting van den invloed der dispersie ook reeds de beide laatstgenoemde proeven in den vierden druk van v. LAUE's Relativitätstheorie [2]) zijn behandeld.

3. Reeds vroeger heb ik er op gewezen dat het misschien interessant zou zijn om stoffen waarbij $\frac{d\mu}{d\lambda}$ groot is te onderzoeken.

In het bijzonder komen stoffen met sterke absorptie-banden of lijnen in aanmerking, zooals *didymium*-verbindingen, die als vaste oplossingen in glas kunnen worden opgenomen, en de damp van *natrium*.

Men moet dan als men met die stoffen wil werken, horizontale interferentiestrepen afbeelden op de spleet van een spectroskoop. In den kijker neemt men horizontale strepen waar, die van rood naar violet, in afstand verminderen. Door het FIZEAU-effect zouden de strepen bij snelle heen- en weerbeweging van selectief absorbeerende stoffen op en neer gaan, en op die plaatsen in het spectrum waar $\frac{d\mu}{d\lambda}$ groote waarden aanneemt zou de amplitude der beweging aanzienlijk kunnen worden.

Uit voorloopige proeven over de dispersie van didymium-glas bij gewone temperatuur en bij die van vloeibare lucht, bleek dat de waarde van $\frac{d\mu}{d\lambda}$ in het zichtbare spectrum nergens groote waarden aannam. Ofschoon staafjes van didymium-glas van uitstekende kwaliteit te krijgen zijn, meen ik dat het toch niet de moeite zou loonen om daarmee proeven over het FIZEAU-effect te nemen.

[1]) v. LAUE, Ann. d. Phys. **62**, 448, 1920.

[2]) Cf. t. a. p., p. 23, 25, 185—189.

Evenmin kan men bij natriumdamp resultaten over het FIZEAU-effect verwachten. Dicht bij de absorptie D-lijnen kan weliswaar $\frac{d\mu}{d\lambda}$ zeer groot worden, maar op de meest interessante plaats vlak bij de D-lijnen wordt juist de absorptie ook zeer groot. Bij voortzetting der proeven zou het misschien aanbeveling verdiend hebben met een stilstaande buis met natriumdamp en bewegend prisma te werken (zie § 1 van dit naschrift). Het bleek echter uit enkele proeven duidelijk genoeg dat het uitgesloten was om met natriumdamp het FIZEAU-effect aan te toonen.

Hoewel deze proeven niet het direct gezochte resultaat opleverden, waren zij de aanleiding tot de waarneming van een interessant interferentieverschijnsel in natriumdamp, waarover eene afzonderlijke mededeeling spoedig zal volgen.

P. Z.

Natuurkunde. — De Heer KAMERLINGH ONNES biedt namens Prof. W. H. KEESOM aan: Mededeeling N°. 7*c* uit het Laboratorium voor Natuurkunde en Physische Scheikunde der Veeartsenijkundige Hoogeschool: N. H. KOLKMEIJER: „*Tijd-ruimte-symmetrie III. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties.*" [1])

(Mede aangeboden door den Heer EHRENFEST).

§ 1. *Inleiding.* In Med. N°. 7*a* [2]) werden de t.-r.-dekoperaties afgeleid, Med. N°. 7*b* [3]) bevatte voorbeelden van toepassing daarvan op een aantal modellen; met het doel om een begin te maken met de studie der t.-r.-symmetrische atoommodellen heb ik mij eenigen tijd bezig gehouden met het opzoeken van alle groepen van t.-r.-dekoperaties, die in verband staan met puntgroepen. De resultaten van dit onderzoek zouden hier te veel plaatsruimte vorderen. Daarom volgen hier slechts enkele opmerkingen omtrent de wijze van afleiding der bedoelde groepen.

Wij zullen als bewegende deeltjes kiezen 1 atoomkern en een eindig aantal elektronen, alle zonder afmetingen.

§ 2. *Bestaanbaarheid der t.-r.-symmetrische atoommodellen.* In de eerste plaats volgt uit een redeneering, die eenigszins analoog is aan die, welke LANDÉ [4]) houdt voor het bewijs der mogelijkheid zijner modellen, dat de t.-r.-symmetrische atoommodellen onder de werking der krachten blijvend bestaanbaar zijn.

In de tweede plaats: Onder de op de hier aangegeven wijze te vinden modellen zullen er zijn, die niet aan den in Med. N°. 7*b* [5]) voor een atoommodel gestelden eisch beantwoorden, dat de kern-elektronen-configuratie periodiek terugkeert. O.a. behooren daartoe alle modellen, waarbij slechts één retroductie voorkomt. Wij zouden ze quasi-atoommodellen kunnen noemen. Ter wille eener systematische behandeling zal men ze mede moeten nagaan.

---

[1]) Deze Med. vormt een uittreksel uit de in het Verslag der Februarivergadering aangekondigde. (Zie p. 1166).

[2]) Deze Verslagen 29, p. 824, 1921.

[3]) Deze Verslagen 29, p. 980, 1921.

[4]) A. LANDÉ, Verh. d. D. Physik. Ges. 21, p. 2, 1919.

[5]) l.c.

In de volgende § zullen wij zien, dat het niet mogelijk is, dat tot de hier voorkomende operaties ook zulke behooren, die met translaties zijn samengesteld. Men moet dus alleen draaiingen, draaispiegelingen (waaronder spiegelingen en inversies) en samenstellingen van deze beide met retroducties, dilaties en keerdilaties beschouwen.

§ 3. *Men behoeft geen andere configuraties van ruimte-symmetrie-elementen te beschouwen dan die, welke in de ruimte-symmetrieleer beschouwd worden.* De configuratie der ruimte-symmetrie-elementen (daaronder begrepen de geometrische onderdeelen der t.-r.-Δ) is uiteraard een figuur in rust en zal dus, als daarop een der t.-r.-Δ, samengesteld uit een r.- en een t.-Δ toegepast wordt, een congruente of symmetrische configuratie opleveren, wel is waar op een ander tijdstip, echter ook op het onveranderde tijdstip. Daar dan de bedoelde r.-Δ alleen een Δ van de configuratie [1]) is, moet deze laatste overeenstemmen met een der in de r.-symmetrieleer verkregene [2]).

§ 4. *Invoering der voortbrengende operaties van een groep.* Met het voorafgaande is tevens aangetoond, dat de methode in Meded. N°. 7*a* l. c. aangeduid voor het opsporen van alle groepen van t.-r.-dekoperaties juist is. Echter kan de methode veel vereenvoudigd worden door gebruik te maken van de voortbrengende operaties der puntgroepen [3]), d. z. operaties, zoodanig gekozen, dat men elke operatie van de groep kan opvatten als een gedurig produkt van eenige dier voortbrengende operaties (waarbij de volgorde van belang is). Wij zullen nu elke groep aangeven door de symbolen der voortbrengende operaties, gescheiden door komma's tusschen accolades te plaatsen.

Voegt men eens aan elke voortbrengende operatie van de groep $G = \{\mathfrak{A}, \mathfrak{B}, \mathfrak{C}\}$ een tijdoperatie (daaronder gerekend de identiteit) toe, dan ontstaat de groep $\Gamma = \{\mathfrak{GA}, \mathfrak{HB}, \mathfrak{KC}\}$. Voegt men nu bovendien

---

[1]) Dit geldt evenzeer voor translaties. Daar wij het aantal kernen tot 1 beperkt hebben, kunnen dus met behulp van translaties samengestelde Δ's niet in de gezochte groepen voorkomen.

[2]) Men zou er nog aan kunnen twijfelen, of bij tijddraaiingen wel de beperking tot zulke, waarvan de draaiing $\frac{p}{q}\,2\pi$ rad. (p en q geheel) is, blijft gelden. Inderdaad is er in deze beschouwingen geen bezwaar tegen tijddraaiingen met oneindig kleine draaiing. Dit heeft alleen beteekenis, als bovendien de tijdperiode oneindig klein is. Dit symmetrieelement geeft dan een eenparig cirkelvormige beweging aan. Overigens geeft dit geen aanleiding tot wijziging der volgende beschouwingen.

[3]) A. SCHOENFLIES, Krystallsysteme und Krystallstructur, Leipzig 1891.

zuivere tijdoperaties als voortbrengende operaties toe, zoodat ontstaat $\Gamma_1 = \{ \ldots . \mathfrak{L}, \mathfrak{M}, \mathfrak{GA}, \mathfrak{HB}, \mathfrak{KC} \}$, dan behoeft men slechts de operaties $\mathfrak{G}, \mathfrak{H}, \mathfrak{K}, \mathfrak{L}, \mathfrak{M} \ldots$ op alle mogelijke wijzen te varieeren om alle uit G af te leiden groepen van t.-r.-dekoperaties te vinden. Want wel is het mogelijk, dat in een op eenige andere wijze gevonden groep Γ_2, die zeker met één der gevarieerde groepen Γ (bijv. Γ') $\mathfrak{GA}, \mathfrak{HB}$ en $\mathfrak{KC}$ gemeen moet hebben, een andere der niet-equivalente operaties van G vermenigvuldigd voorkomt met tijdoperatie $\mathfrak{N}$, terwijl in Γ' die toegevoegde operatie $\mathfrak{P}$ is. Voegen wij dan echter aan Γ' als voortbrengende operatie een tijdoperatie $\mathfrak{Q}$ toe, zoodanig dat $\mathfrak{PQ} = \mathfrak{N}$, dan ontstaat een groep Γ'_1, die met Γ_1 niet meer het aangewezen verschil vertoont en die zeker valt onder de bij de variatie der groep Γ_1 gevonden groepen.

§ 5. *De toegevoegde tijdoperaties kunnen niet met elkaar in strijd zijn.* Uit het voorgaande blijkt wel, dat het kan voorkomen, dat in een aldus verkregen groep een der niet-equivalente operaties van G meer dan eenmaal voorkomt, iedere maal vermenigvuldigd met een andere tijdoperatie. Als deze met elkaar in konflikt zouden komen, beteekent dit slechts, dat alle elektronen in rust verkeeren. Een punt in rust toch heeft als dekoperatie elke denkbare tijdoperatie. De groep is dan geen andere dan G zelf met de bizondere voorwaarde, dat de deeltjes zich niet bewegen.

§ 6. *Beperking der toe te voegen tijdoperaties.* Men behoeft nooit keerdilaties aan de voortbrengende operaties van een groep als G toe te voegen. Een keerdilatie $\mathfrak{Q}$ beteekent toch niets anders dan een groep van tijdoperaties, waaronder bijv. $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ en $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3$. Men ziet gemakkelijk in, dat men hetzelfde effekt bereikt door slechts de volgorde $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ aan $\mathfrak{A}$ toe te voegen. Gaat men toch later tijdoperaties als voortbrengende operaties aan de reeds gevormde groepen toevoegen, dan voegt men vanzelf o.a. ook toe de operatie $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3$, die met $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}$ vermenigvuldigd toch weer $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}$ oplevert. Omdat nu verder $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ een retroductie is en men vanzelf bij de afleiding der groepen elke retroductie gaat toevoegen, heeft het geen zin, speciaal op den vorm $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ nadruk te leggen.

Een dergelijke redeneering laat zien, dat men ook slechts eene der volgorden $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ en $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1$, die in een dilatie begrepen zijn behoeft toe te voegen. Men vermenigvuldigt dus de voortbrengende operaties van groep G slechts met $\mathfrak{M}$ of $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$; als voortbrengende operaties voegt men later evenzoo niet anders toe dan òf $\mathfrak{M}$, òf $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$, òf $\mathfrak{M}_1$ en $\mathfrak{M}_2$.

§ 7. *Geschikte keuze der voortbrengende operaties.* Op de aangegeven wijze handelende, heeft men nu wel de zekerheid, geen der groepen van t.-r.-dekoperaties te zullen overslaan. Echter zal men zeer goed aldus dezelfde groep meer dan eenmaal, telkens in een anderen vorm kunnen verkrijgen en wel zoo, dat die verschillende vormen volstrekt niet altijd dadelijk hun equivalentie verraden. Wij zullen zien, hoe men de bedoelde equivalentie van twee zulke vormen kan nagaan. Voor dit doel zou het, als blijken zal, goed zijn de keuze der voortbrengende operaties bij elke groep G zoo te doen, dat een zoo laag mogelijke macht van elk dier operaties equivalent

$\{\mathfrak{A}_n\}$ [1]		
$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2\}$	$(a_2\, a'_2) = \frac{\pi}{n}$	
$\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$	$(a_3\, a'_3) = 2bg\, tg \sqrt{2}$	$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}_3\}$
$\{\mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4\}$	$(a_4\, a'_4) = \frac{\pi}{2}$	$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2, \mathfrak{A}''_2\}$
$\{\mathfrak{A}_5, \mathfrak{A}'_5\}$	$(a_5\, a'_5) = 2bg\, tg \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2, \mathfrak{A}''_2\}$
$\{\overline{\mathfrak{A}}_{2n}\}$		
$\{\mathfrak{S}, \mathfrak{S}'\}$	$(\mathfrak{s}\ \mathfrak{s}') = \frac{\pi}{n}$	
$\{\mathfrak{A}_n, \mathfrak{S}_h\}$	$(a_n\, \mathfrak{s}_h) = \frac{\pi}{2}$	
$\{\mathfrak{S}_v, \mathfrak{S}'_v, \mathfrak{S}_h\}$	$(\mathfrak{s}_v\, \mathfrak{s}'_v) = \frac{\pi}{n}, (\mathfrak{s}_v\, \mathfrak{s}_h) = (\mathfrak{s}'_v\, \mathfrak{s}_h) = \frac{\pi}{2}$	
$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{S}_d\}$	$(a_2\, \mathfrak{s}_d) = \frac{\pi}{2n}$	
$\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{S}_h\}$	$(a_3\, \mathfrak{s}_h) = bg\, cos \frac{1}{3}\sqrt{3}$	
$\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{S}_d\}$	$(a_3\, \mathfrak{s}_d) = bg\, sin \frac{1}{3}\sqrt{3}$	
$\{\mathfrak{A}_4, \mathfrak{S}\}$	$(a_4\, \mathfrak{s}) = \frac{\pi}{4}$	$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2, \mathfrak{S}\}$
$\{\mathfrak{A}_5, \mathfrak{S}\}$	$(a_5\, \mathfrak{s}) = bg\, tg \frac{-1+\sqrt{5}}{2}$	$\{\mathfrak{A}_2, \mathfrak{A}'_2, \mathfrak{S}\}$

[1]) In aansluiting aan de onderscheiding door SCHOENFLIES gemaakt tusschen „puntgroepen van de eerste soort" (de eerste 5) en „puntgroepen van de tweede soort" (de overige) zouden wij kunnen onderscheiden tusschen „eindige kerngroepen van de eerste en van de tweede soort".

is aan de identiteit. Men zal daarvoor zelfs soms het voordeel van een zoo klein mogelijk aantal voortbrengende operaties opofferen.

Aan den anderen kant zal het goed zijn, als voortbrengende operaties zoo mogelijk equivalente operaties van de groep te kiezen, zooals uit het volgende blijkt. De oktaedergroep van SCHOENFLIES kan bijv. zoowel voorgesteld worden door $\{\mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4\}$[1]) als door $\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}_4\}$. Voegt men bij de operaties in elke combinatie $\mathfrak{M}_1$ en $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$, dan vindt men bij de tweede notatie 9, bij de eerste 6 groepen, daar natuurlijk $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4\}$ en $\{\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_1\mathfrak{A}'_4\}$, evenzoo $\{\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_4, \mathfrak{A}'_4\}$ en $\{\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_4\}$ en ook $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_4\}$ en $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_1\mathfrak{A}'_4\}$ equivalente groepen zijn. De eerste notatie verdient dus de voorkeur.

De beide desiderata omtrent de keuze van de voortbrengende operaties zijn nu gewoonlijk niet tegelijk te vervullen. Dan is het gewenscht, beide afzonderlijk te vervullen en de beide notaties naast elkaar te beschouwen.

Alle puntgroepen (waaronder dus de 32 betreffende klassen van SCHOENFLIES) zijn dan begrepen in het voorafgaande schema van 14 soorten van groepen, voor sommige waarvan 2 notaties zijn aangegeven. (Zie tabel p. 1266).

§ 8. *Onderzoek naar equivalente onder de te vinden groepen.* Er kunnen hiervoor slechts eenige aanwijzingen gegeven worden, die tezamen met het ontwerpen van een figuur of het uitschrijven van de niet-equivalente operaties van de groep (de beide laatste manieren zijn in de meeste gevallen overbodig) in ieder geval voldoende zijn.

Wij zullen de bedoelde aanwijzingen ter illustratie meteen toepassen op een der groepen G en kiezen daarvoor $\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$.

Wij moeten de notaties, waaronder een groep te voorschijn komt alle tot één zien terug te brengen. Kunnen wij dus een aan een der voortbrengende operaties toegevoegde $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ terugbrengen tot $\mathfrak{M}$ of zelfs tot de identiteit, dan doen wij het ook. Voorbeeld: $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\}$. In de eerste plaats kunnen wij zonder verlies van algemeenheid $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3$ vervangen door $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ (men verzuime deze bewerking nooit). Nu is verder $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3)^2 = \mathfrak{M}_1$ een operatie van de groep. Beschouwen wij dus $\mathfrak{M}_1$ en $\mathfrak{A}_3$ ieder apart als voortbrengende operaties van de groep, dan hebben wij reeds eenigszins aan het voorschrift voldaan. Wij kunnen er echter nog verder aan voldoen. Want nu $\mathfrak{M}_1$ voortbrengende operatie geworden is, mogen wij de voortbrengende operatie $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3$ ter voldoening aan het voorschrift vervangen door $\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3$. Daar dan echter $(\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3)^2 = \mathfrak{M}_2$ ook een

[1]) In het volgende beteekent $\mathfrak{A}_n$ een draaiing van $1/n$ cirkelomtrek, $\mathfrak{S}$ een spiegeling in een vlak, $\overline{\mathfrak{A}}_n$ een draaispiegeling.

operatie van de groep is, moeten wij als voortbrengende operaties weer $\mathfrak{M}_2$ en $\mathfrak{A}'_3$ in plaats van $\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3$ nemen. De groep $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\}$ is dus equivalent aan de groep $\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$. Waren de nieuw gevonden voortbrengende (zuivere tijd-) operaties niet toevallig tezamen in een der vroeger gegeven vormen $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ of $\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2$ te voorschijn gekomen, dan zouden wij ze in een dier vormen gebracht hebben, of indien dit onmogelijk was, zouden wij in het reeds genoemde geval verkeeren, dat alle elektronen in rust zijn en zouden wij alle toegevoegde tijdoperaties schrappen.

Uit dit voorbeeld is het wel duidelijk, dat wij moeten trachten alle zuivere tijdoperaties, die in het toevoegen van tijdoperaties aan voortbrengende operaties van een groep G opgesloten liggen op te sporen. Het spreekt van zelf, dat wij ze alle vinden door alle gedurige produkten van de voortbrengende operaties van G op te zoeken, die equivalent zijn aan de identiteit. In de meeste gevallen ziet men deze met een oogopslag in voldoenden getale. Zoo heeft men in het bovengegeven voorbeeld voldoende aan $(\mathfrak{A}_3)^3 = 1$. Ondervindt men echter daarbij moeilijkheid, dan roept men de tweede der voor elke groep gegeven notaties te hulp.

Men krijgt zoo het volgende schema:

$\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{A}_2\ (= \mathfrak{A}_3\,(\mathfrak{A}'_3)^{-1}), \mathfrak{A}_3\}$

$\{\mathfrak{M}\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}_3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}'_3\}_{++}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_4\mathfrak{A}'_3\} = \{(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}_3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}'_3\}_{++}$

$\{\mathfrak{M}, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_4\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_4\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

$\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_4\mathfrak{A}'_3\} = \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$

zoodat slechts overblijven de volgende 5 groepen:

$$\{\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}\ \{\mathfrak{M}, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}\ \{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}\ \{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2, \mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$$

en

$$\{(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\,\mathfrak{A}_3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\,\mathfrak{A}'_3\}_{++}$$

Men leidt steeds eerst alle groepen af, waarbij aan G nog geen zuivere tijdoperaties als voortbrengende operaties zijn toegevoegd; daardoor wordt de afleiding der andere groepen zeer vereenvoudigd. Dat $\mathfrak{M}\mathfrak{A}_3$ overal dadelijk vervangen moet worden door $\mathfrak{M}$ en $\mathfrak{A}_3$ is boven reeds uiteengezet. Bij $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{A}'_3\}$ bedenke men eenerzijds, dat $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3)^3 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3$ anderzijds, dat $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3\mathfrak{A}'^{-1}_3)^2 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3)^2 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^2$, dus ook $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$, operaties van de groep zijn en dat men dus de voortbrengende operatie $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3$ moet vervangen door de voortbrengende operaties $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ en $\mathfrak{A}_3$. Bij $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\}$ is $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3)^3 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3$, evenzoo $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3)^3$, maar ook $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3)^{-1})^2 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_2)^2 = (\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^2 = (\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_2)^2$ een operatie van de groep. Deze drie dilaties moeten nu tezamen een $G.G.D.$ hunner periodes opleveren, waarmede dan de nieuwe dilatie $\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5$ bepaald is. Dan moet dus $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^k$, $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3)^3 = \mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^l$ en $(\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_2)^3 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^m$, ($k$, l en m geheel) zijn. Dan is $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{k/3}$, $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{l/3}$ en $\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_2 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{m/2}$, dus $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_3\mathfrak{M}_2 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{l/3+m/2} = \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 = (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{k/3}$ of $l/3 + m/2 = k/3$. Hieruit volgt: $l = k + 3n$ (n geheel). De nieuw gevonden dilatie als voortbrengende operatie opnemende wordt de groep dus $\{\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5, (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{k/3}\mathfrak{A}_3, (\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{n+k/3}\mathfrak{A}'_3\}$. Uit de faktoren bij $\mathfrak{A}_3$ en $\mathfrak{A}'_3$ mag men natuurlijk weglaten machten van $\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5$ met geheele exponenten, zoodat n wegvalt en men voor k slechts 1 en 2 moet kiezen. Daarbij beteekent $(\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{2/3}\mathfrak{A}_3$ niets anders dan $(\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{-1/3}\mathfrak{A}_3$, de tijddraaiing met periode tegengesteld aan die van $(\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5)^{1/3}\mathfrak{A}_3$. Vervangen wij bovendien $\mathfrak{M}_4\mathfrak{M}_5$ ter vermijding van breuken door $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3$, dan ontstaat $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}_3, (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^{\pm 1}\mathfrak{A}'_3\}_{++}$, waarin $++$ onderaan rechts beteekent, dat men slechts de $+$ teekens of slechts de $-$ teekens mag combineeren in de exponenten.

Andere dan de drie bovengevonden tijdoperaties, waarmede men had moeten rekening houden, zal men niet op gemakkelijke wijze vinden. Dit is dan een geval, waarin men tot de figuur zijn toevlucht neemt, daarbij den nieuwen vorm van het symbool der groep gebruikend. Men ziet dan gemakkelijk, dat een dilatie zonder meer toelaatbaar is.

Bij het onderzoek der volgende groepen maakt men nu gebruik van de nieuwe symbolen der reeds verkregen groepen (voorbeeld: $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$, $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}_3$, $\mathfrak{A}'_3\}$). Niet alleen let men daarbij op de reeds behandelde groep, waaraan men een voortbrengende tijdoperatie toevoegt, maar ook op de reeds behandelde groepen, die men verkrijgt door die tijdoperatie toe te voegen aan elk der voortbrengende operaties van de eerste.

Ten slotte worde nog gewezen op een handelwijze, die ons bij

het toevoegen van een voortbrengende tijdoperatie soms gemakkelijk een nieuwe voortbrengende tijdoperatie doet vinden.

Wordt bijv. aan $\{\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_4\}$ $\mathfrak{M}_1$ toegevoegd, zoodat ontstaat: $\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_4\}$, dan gaat men volgens het voorafgaande ook eens na: $\{\mathfrak{M}_1, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4, \mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_4\}$. Echter is niet alleen $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4$, maar ook $\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_4$, dus ook $(\mathfrak{M}_2\mathfrak{M}_1\mathfrak{A}_4)^{-1} = \mathfrak{A}_4{}^{-1}\,\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2$ een operatie van de groep, alzoo ook $\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_4\mathfrak{A}_4{}^{-1}\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2 = (\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2)^2$. Evenzoo natuurlijk $(\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3)^2$. Verder handelt men dan op een dergelijke wijze als boven is gedaan bij $\{\mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_2\mathfrak{A}_3, \mathfrak{M}_1\mathfrak{M}_3\mathfrak{A}'_3\}$.

§ 9. *Slotopmerkingen.* Met behulp van het hiervoor uiteengezette vindt men op vrij eenvoudige wijze de 167 groepensoorten van t.-r.-dekoperaties. Daarbij omvat bijv. een groepensoort als $\{\mathfrak{A}_n\}$ een groep voor elke waarde die men aan n toekent. Elders zal een opsomming dezer groepensoorten gegeven worden. [1])

Ten slotte vinde nog de opmerking een plaats, dat niet in al de te vinden gevallen de kern in rust behoeft te blijven. [2])

---

[1]) Physik ZS. 22, p. 457, 1921.

[2]) In tegenstelling met de r.-symmetrieleer, die van wiskundigen aard is, moet de t.-r.-symmetrieleer beschouwd worden van mechanischen aard te zijn. Born, Landé en Madelung (zie voor de literatuur Med. N°. 7*a*) hebben reeds het onderdeel daarvan, dat zij atoomdynamica noemen, ter hand genomen; men zou dan het bovenstaande kunnen beschouwen als een inleiding tot de atoomkinematica.

Voor de boekerij der Akademie biedt de Heer J. Boeke ten geschenke aan een gedrukt exemplaar van het door hem uitgebrachte „Rapport betreffende een voorloopig onderzoek naar den toestand van de visscherij en de industrie van zeeproducten in de kolonie Curaçao". Tweede gedeelte.

De vergadering wordt gesloten.

(31 Augustus 1921).

REGISTER.

Aardkunde. G. A. F. Molengraaff: „De geologische ligging der petroleum-terreinen van Nederlandsch Oost-Indië". 141.

— C. E. A. Wichmann. Aanbieding eener verhandeling: „Die Vulkane der Sangi-Inseln". 546.

— H. A. Brouwer: „Samenstelling en insluitsels van de lavaprop van den Galoenggoeng". (West-Java). 659.

— G. A. F. Molengraaff: „Mangaanknollen in mesozoische diepzee-afzettingen van Nederlandsch-Timor". 677.

— L. F. de Beaufort: „Fossielen van cretaceïschen ouderdom in diepzee-afzettingen". 677.

— C. E. A. Wichmann. Aanbieding eener verhandeling: „Die Erdbeben des Indischen Archipels von 1858 bis 1877". 786.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer N. Wing Easton: „De Billitonieten". 786. Verslag hierover. 789.

— H. A. Brouwer: „De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika". 1005.

— L. Rutten: „Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biri-stroomgebied". 1043. 1069.

— L. Rutten: „Over den ouderdom der tertiaire, oliehoudende afzettingen van Klias-Schiereiland en Poeloe Laboean (Noordwest-Borneo)". 1140.

Absorbtie-coëfficient (De) van Jodium-oplossingen in het zichtbare Spectrum. Absorbtiemetingen. I. 573.

Absorbtiemetingen. I. 573.

Absorptie en extinctie-metingen (Photographische). Bijdrage tot de studie der vloeibare kristallen. V. (Extinctie-metingen). 127.

Adaptatie (Ruiken bij volledige vermoeienis, respectievelijk) voor een bepaalden geur. 1189.

Adsorptie (Over) van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine. 175.

Aldehyden en Aminen (Over eenige Condensatieproducten van aromatische). 8.

Alkaligesteenten (De) van de Serra do Gericino ten noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika. 1005.

ALUMINIUM (Over het electromotorisch gedrag van). II. 361. 747.

AMIDEN (De Kristalvormen van eenige gesubstitueerde) van het para-Toluolsulfonzuur. 155.

AMINEN (Over eenige Condensatieproducten van aromatische Aldehyden en). 8.

Anatomie. M. W. WOERDEMAN: „Over een menschelijken eierstok met talrijke abnormale eiblaasjes en de genetische beteekenis van deze afwijking". 349.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer G. P. FRETS: „The heredity of headform in man". 361. Verslag hierover 550.

— G. C. HERINGA: „Ombredanne's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis". 851.

— J. M. VAN VUGT: „De Homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der zoogdieren". 1035.

— L. BOLK: „Over het karakter der morphologische veranderingen bij aandoening der endocrine organen". 1092.

ANTIGEEN (Over heterogenetisch). 1118.

ANTITOXISCHE WERKING (Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke). 1196.

ANTONIUS (H. O.). Bemerkungen über einige Säugetierschädel von Sardinien. 254.

ARACHNIDA (De verwantschap der Merostomata met de) en met de andere klassen der Arthropoda). 448. II. 579.

ARTHROPODA (De verwantschap der Merostomata met de Arachnida en met de andere klassen der). 448. II. 579.

ATOOMKINEMATICA (Bijdrage tot de). *A.* Eindige kerngroepen van de eerste soort. *B.* Eindige kerngroepen van de tweede soort. 1166.

ATOOMMODELLEN (De tetraëdrische) van LANDÉ. 980.

ATROPINE (Het bindend vermogen van konijneserum voor). 175.

AVENA SATIVA (Ueber die tropistische Wirkung von rotem Licht auf Dunkelpflanzen von). 551.

AVITAMINOSEN (Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan). 654.

BAKHUYZEN (H. G. VAN DE SANDE). Advies over de oprichting van een Sterrewacht in Nederlandsch Oost-Indië. 366.

BEAUFORT (L. F. DE). Fossielen van cretaceïschen ouderdom in diepzeeafzettingen. 677.

BECK (R. PH.) en A. SMITS. Over het electromotorisch gedrag van magnesium. I. 819.

BEEGER (N. G. W. H.). Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't cirkellichaam der m-de-machtswortels uit de eenheid. (Verbetering). 1214.

BEMMELEN (J. F. VAN). Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. O. ANTONIUS: „Bemerkungen über einige Säugetierschädel von Sardinien." 254.

De kleurenteekening der mimetische vlinders. 706.

BERGER en F. M. JAEGER. De Fotochemische ontleding van het kaliumkobaltioxalaat en hare katalyse door zouten. 18.

BERGH (A. A. HYMANS VAN DEN). Over Sulfhaemoglobinaemie. 1180.

BERNSTEIN (F.). Die Integralgleichung der elliptischen Thetanullfunktion. 2te Note: Allgemeine Lösung. 759.

BEWEGING (Over de) van een vast stelsel. 434.

— (De relativeering der) met behulp van de hypothese van A. FÖPPL. 1217.

BHATTACHARYA (D. N.), A. K. DATTA and NIL RATAN DHAR. Catalysis. VIII. 479.

BILLITONIETEN (De) — Aanbieding eener verhandeling van den Heer N. WING EASTON, getiteld: — 786.

— Verslag hierover. 789.

BINDEND VERMOGEN (Het) van konijneserum voor atropine. 175.

BINNENDUINEN VAN GOEREE (De kalkmijdende planten der). 75.

BLAAUW (A. H.). Bekrachtiging zijner benoeming tot gewoon lid. 2.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. E. DE MOL: „Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van Hyacinthus orientalis". 1125.

— Verslag over een subsidieaanvraag van de Nederl. Dierkundige Vereeniging voor de uitgave eener monografische beschrijving van de Zuiderzee. 1171.

BLOEDLICHAAMPJES (Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der) van mensch en konijn voor glucose. 893.

BLOEDPLASMA (De wisselwerking tusschen) aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

BOEKE (J.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer GUST. STIASNY: „Ueber westindische Tornarien nebst Uebersicht ueber die bisher bekannten tentaculaten Tornarien". 6. 219.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer M. W. WOERDEMAN: „Over een menschelijken eierstok met talrijke abnormale eiblaasjes en de genetische beteekenis van deze afwijking". 349.

— Verslag over eene verhandeling van Dr. DAN. DE LANGE JR. 549.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer G. C. HERINGA: „Ombredanne's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis". 851.

Boekgeschenken (Aanbieding van). 137, 361, 546, 643, 786, 908, 1043, 1166, 1270.

Boer (J. H. de) en F. M. Jaeger. Colloïdale zwavelverbindingen van het Ruthenium. 29.

Boer (S. de). Over de kunstmatige extrapauze van de kamer bij het kikkerhart. 195.

— Kunstmatige en spontane rhythmewisselingen bij het ontbloede kikkerhart. 206.

Böeseken (J.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer P. E. Verkade: „Over de aantastbaarheid van organische verbindingen door micro-organismen. II. (De oplosbaarheid van enkele organische zuren door vette oliën)". 401.

— De oriënteering van de groepen in de wijnsteenzuren en het beginsel der optische superpositie. 562.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. J. Prins: „Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen. 1224.

— en J. Coops. De configuratie der wijnsteenzuren. 368.

— en H. Couvert. De bepaling van de configuratie van eenige monosacchariden en van de saccharose volgens de boorzuur-methode. 924.

Bolk (L.). Bekrachtiging zijner benoeming tot secretaris. 910, 911.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. M. van Vugt: „De homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der zoogdieren". 1035.

— Over het karakter der morphologische veranderingen bij aandoening der endocrine organen. 1094.

Bontius (N.). (Verzoek om geldelijken steun van de Far Eastern Association of tropical medicine voor de uitgave der werken van). 788.

Boschma (H.). Bericht van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat aan Dr. — een rijkstoelage van *f* 700.— voor het jaar 1920 zal worden uitbetaald voor een bezoek aan 's Lands Plantentuin te Buitenzorg. 3.

Bosscha (Verzoek om advies over een subsidie-aanvraag van de wis- en natuurkundige leeskamer). 646. Verslag hierover. 791.

Bouman (P.), L. v. d. Lande en A. Smits. Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen. 813.

Brinkman (R.) en S. van Creveld. Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose. 893.

— en Mej. E. van Dam. De beteekenis der calciumionen-concentratie voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus. 899.

BROUWER (H. A.). Samenstelling en insluitsels van de lavaprop van den Galoenggoeng (West-Java). 659.

— De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika. 1005.

BROUWER (L. E. J.). Ueber eineindeutige stetige Transformationen von Flächen in sich. (7te Mitteilung). 361. 640.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer F. BERNSTEIN: „Die Integralgleichung der elliptischen Thetanullfunktion." 2te Note: Algemeine Lösung. 759.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. WOLFF: „Over de stelling van PICARD". 171.

— Intuitionistische verzamelingsleer. 797.

— Besitzt jede reelle Zahl eine Dezimalbruchentwickelung? 803.

BROWNSCHE BEWEGING (De) over een draad. I. 643.

BRUGGEHOEKTUMOREN (Klinische studie over de functie van het cerebellum en de diagnostiek der cerebellum- en). 7.

BRUINS (H. R.) en ERNST COHEN. Het diffusieprobleem en de nauwkeurige bepaling van diffusiecoëfficienten. 786.

BÜCHNER (E. H.) benoemd tot lid der Commissie voor het VAN 'T HOFF-fonds. 137.

BUITENZORG (Bericht van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat aan Dr. H. BOSCHMA een rijkstoelage van *f* 700.— zal worden uitbetaald voor een bezoek aan 's Lands Plantentuin te). 3.

— (Verslag van Mej. LA RIVIÈRE over hare werkzaamheden aan het botanisch station te) 647.

BURGER (H. C.). Het stollingsproces als een probleem van warmtegeleiding. 276.

— Temperatuurwaarnemingen bij stolling. 288.

— en P. H. VAN CITTERT. Intensiteitsmetingen van spectraal-lijnen met behulp van het échelon. 394.

— en L. S. ORNSTEIN. Photochemische reactie en straling. 37.

— en L. S. ORNSTEIN. De absorptie-coëfficient van Iodiumoplossingen in het zichtbare spectrum. Absorbtiemetingen. I. 573.

BURGERS (J. M.). Over vloeistofweerstand en wervelbeweging. 537.

— Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht. I. 835. II. 952.

BUYTENDIJK (F. J. J.). (Verzoek om bericht en raad van Z.Exc. den Minister v. Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over een subsidieaanvraag van Prof. (—) voor het doen van dierenpsychologische onderzoekingen.) 911.

Bijnierschors (Over den invloed van de) op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking. 1196.

Bijvoet (J. M.) en A. Karssen. Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen. 1208.

Calciumionenconcentratie (De beteekenis der) voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus. 899.

Canalis cruralis (Ombredanne's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de). 851.

Cardinaal (J.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. van der Woude: „Over de beweging van een vast stelsel". 434.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. J. van Veen: „Eigenschappen van stralencongruenties". 1122.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. A. Schouten: „Over de geodetische praecessie". 1150.

Catalogue of the embryological material Lemuridae (Tarsius and Nycticebus) and Dermaptera (Galeopithecus). 546. Verslag hierover. 549.

Catalogus. (De Heer G. van Rijnberk zal als gedelegeerde der Akademie de vergadering van den Internationalen Wetenschappelijken) te Londen bijwonen. 365.

— Schrijven van de Royal Society te Londen ter begeleiding van de besluiten, genomen op de vergadering over de voortzetting van den). 646.

— Bericht dat Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen zal overwegen om gelden beschikbaar te stellen voor het voortbestaan van den). 910.

Catalysis. Part VII. Temperature Coefficient of physiological processes. 82. VIII. 479. IX. Thermal and photochemical reactions. 488. X. Explanation of some abnormally large and small temperature coefficients. 493. XII. Some induced reactions and their mechanism. 1023.

Cerebellum (Klinische studie over de functie van het) en de diagnostiek van cerebellum- en bruggehoektumoren. 7.

Cerebrospinaalvocht (De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en) aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

Chemische vereeniging (Verzoek om advies van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over een aanvraag om subsidie van de Nederlandsche. 1046. Verslag hierover. 1169.

Chloorbenzolen (De) en hun omzettingsproducten met natriummethylaat. 140.

Chloortetra-acetyl-d-fructosen (Twee isomere). 150.

Chromosomengarnituur (Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van Hyacinthus orientalis L. en de) van deze plantensoort 513.

CIRKELLICHAAM (Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't) der m-de-machts-wortels uit de eenheid. (Verbetering). 1214.

CIRKELVELD (Twee afbeeldingen van het) op de puntenruimte. 920.

CITTERT (P. H. VAN) en H. C. BURGER. Intensiteits-metingen van spectraallijnen met behulp van het échelon. 394.

— en W. H. JULIUS. De algemeene relativiteitstheorie en het zonnespectrum. 106.

COHAESIEKRACHTEN (Over de) volgens VAN DER WAALS. 722.

COHEN (ERNST). Aanbieding eener mededeeling van den Heer NIL RATAN DHAR: „Catalysis". Part VII. Temperature coefficient of physiological processes. 82. VIII. 479. IX. Thermal and photochemical reactions. 488. X. Explanation of some abnormally large and small temperature coefficients. 493. XII. Some induced reactions and their mechanism. 1023.

— en H. R. BRUINS. Het diffusieprobleem en de nauwkeurige bepaling van diffusiecoëfficienten. 786.

— en A. L. TH. MOESVELD. Het bepalen der ware specifieke warmte van zouten, langs elektrischen, adiabatischen weg. 361.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren NIL RATAN DHAR, A. K. DATTA en D. N. BHATTACHARYA: „Catalysis". VIII. 479.

CONDENSATIE-PRODUCTEN (Over eenige) van aromatische Aldehyden en Aminen. 8.

CONFIGURATIE (De bepaling van de) van eenige mono-sacchariden en van de saccharose volgens de boorzuur-methode. 924.

CONGRES van de Far Eastern Association of tropical Medicine. Verzoek om geldelijken steun voor de uitgave der werken van N. BONTIUS. 788.

COOPS (J.) en J. BÖESEKEN. De configuratie der wijnsteenzuren. 368.

COUVERT (H.) en J. BÖESEKEN. De bepaling van de configuratie van eenige mono-sacchariden en van de saccharose volgens de boorzuur-methode. 924.

CRETACEÏSCHEN OUDERDOM (Fossielen van) in diepzee-afzettingen. 677.

CREVELD (S. VAN) en R. BRINKMAN. Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose. 893.

— en J. DE HAAN. De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

CROMMELIN (C. A.), E. MATHIAS en H. KAMERLINGH ONNES. De rechtlijnige diameter van waterstof. 935.

— en H. KAMERLINGH ONNES. Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C. 945.

Cryogeen Laboratorium (Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het). XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C. 945.

Curie (Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van). 1155.

Cyaanbanden (Over de zoogenaamde). 47.

Dam (Mej. E. van) en R. Brinkman. De beteekenis der calciumionenconcentratie voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus. 899.

Datta (A. K.), D. N. Bhattacharya and Nil Ratan Dhar. Catalysis VIII. 479.

Deellichamen (Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de) van 't cirkellichaam der **m**-de-machts-wortels uit de eenheid. (Verbetering). 1214.

Demoll (R.) en J. Versluys. De verwantschap der Merostomata met de Arachnida en met de andere klassen der Arthropoda. I. 448. II. 579.

Denjoy (Arnaud). Bekrachtiging zijner benoeming tot gewoon lid. 2.

— Sur une classe de fonctions admettant une dérivée seconde généralisée. 6. 331.

— Sur une propriété de séries trigonométriques. 361. 628.

Dermaptera (Galeopithecus) (Catalogue of the embryological material Lemuridae (Tarsius and Nycticebus) and). 546. Verslag hierover. 549.

Deumens (Alph.). Extinctie door een gezwarte photographische plaat als functie van golflengte, hoeveelheid zilver en korrelgrootte. 461.

Dezimalbruchentwickelung (Besitzt jede reelle Zahl eine). 803.

Diameter (De rechtlijnige) van waterstof. 935.

Dibbetz (G. C.) en P. Zeeman. Beschouwing over den aard der interferentiestrepen bij de opstelling van Fizeau Michelson en een experimenteele bevestiging met behulp van een prisma van natriumdamp. 6.

— P. Zeeman, W. de Groot en Mej. A. Snethlage. De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen. III. 1252.

Diepzeeafzettingen (Mangaanknollen in mesozoische) van Nederlandsch-Timor. 677.

— Fossielen van cretaceïschen ouderdom in). 677.

Dieren (Over de gevoeligheid voor vergiften bij) lijdende aan avitaminosen. 654.

Dierenpsychologische onderzoekingen (Verzoek om bericht en raad van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen over een subsidie-aanvraag van Prof. F. J. J. Buytendijk voor het doen van). 911.

Dierkunde. Gust. Stiasny: „Ueber westindische Tornarien nebst einer Uebersicht ueber die bisher bekannten tentaculaten Tornarien". 6. 219.

— J. E. W. Ihle en G. J. van Oordt: „Over de larvale ontwikkeling van Oxyuris equi (Schrank)". 64.

Dierkunde. H. O. Antonius: „Bemerkungen über einige Säugetierschädel von Sardinien". 254.

— J. Versluys en R. Demoll: „De verwantschap der Merostomata met de Arachnida en met de andere klassen der Arthropoda". 1ste mededeeling. 448. II. 579.

— Aanbieding eener verhandeling van Dr. Dan. de Lange Jr.: „Catalogue of the embryological material Lemuridae (Tarsius and Nycticebus) and Dermaptera (Galeopithecus)". 546. Verslag hierover. 549.

— J. F. v. Bemmelen: „De kleurenteekening der mimetische vlinders." 706.

Dierkundige Vereeniging (Verzoek van de Nederlandsche) aan Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen voor subsidie voor eene monografische beschrijving van de Zuiderzee. 1168. Verslag hierover. 1171.

Dierlijk lichaam (Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het). II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine. 175.

Diersoorten (Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende). 1029.

Differentiaalmethode (Een thermoelectrische) ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen. 821.

Diffusiecoëfficienten (Het diffusieprobleem en de nauwkeurige bepaling van). 786.

Diffusieprobleem (Het) en de nauwkeurige bepaling van diffusiecoëfficienten. 786.

Discontinuïteiten bij het magnetiseeren. 341.

Dishoeck (Mej. A. F. C. van). Gevoeligheid voor licht van + en − stammen van Phycomyces nitens. 667.

Dollo (L.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

Dooiweder (Over beweging van grondwater bij vorst en). 1021.

Doorslagspanning (Over den invloed van het electrodenmateriaal op de) van gassen. 849.

Draad (De Brown'sche beweging over een). I. 643.

Draden (Over de waarneming en afbeelding van dunne). 388.

Dubbelmoleculen (Over de kritische grootheden van kwik in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der). I. 49.

Dubois (Eug.). De proto-Australische fossiele mensch van Wadjak (Java). 88. II. 546. 866.

— De beteekenis der groote schedelcapaciteit van Homo Neandertalensis. 786. 987.

— Over beweging van grondwater bij vorst en dooiweder. 1021.

Dunkelpflanzen (Ueber die tropistische Wirkung von rotem Licht auf) von Avena Sativa. 551.

EASTON (N. WING). Aanbieding eener verhandeling: „Die Billitonieten." 786. Verslag hierover. 789.

ECHELON (Intensiteitsmetingen van spectraallijnen met behulp van het). 394.

EHRENFEST (P.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. M. BURGERS: „Over vloeistofweerstand en wervelbeweging". 537.

— Opmerking over het paramagnetische gedrag van vaste stoffen. 546.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer G. KRUTKOW: „Over de berekening van adiabatische invarianten". 546.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer G. KRUTKOW: „Over de bepaling van quanta-voorwaarden met behulp van adiabatische invarianten". 693.

— Opmerkingen over het paramagnetisme van vaste lichamen. 793.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. M. BURGERS: „Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht". I. 835. II. 952.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer PAUL S. EPSTEIN: „Beschouwingen op het gebied van de theorie der quanta". 965.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. ZANSTRA: „De relativeering der beweging met behulp van de hypothese van A. FÖPPL". 1217.

EIERSTOK (Over een menschelijken) met talrijke abnormale eiblaasjes en de genetische beteekenis van deze afwijking. 349.

EINSTEIN (A.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

EINSTEIN's gravitatietheorie (Over de toepassing van) op een stationair zwaarteveld. 361. I. 409. II. 419. Naschrift 834.

— (De geodetische precessie, een uitvloeisel van). 611.

EINTHOVEN (W.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer S. DE BOER: „Over de kunstmatige extrapauze van de kamer bij het kikkerhart". 195.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer S. DE BOER: „Kunstmatige en spontane rhythmewisselingen bij het ontbloede kikkerhart". 206.

— Over de waarneming en afbeelding van dunne draden. 388.

ELECTRODENMATERIAAL (Over den invloed van het) op de doorslagspanning van gassen. 849.

ELECTROMOTORISCH GEDRAG (Over het) van aluminium. II. 361. 747.

— (Over het) van magnesium. I. 819.

ELLIPSENBUNDELS (Verklaring van eenige interferentiefiguren van één- en twee-assige kristallen door superpositie van). 1114.

ENDOCRINE organen (Over het karakter der morphologische veranderingen bij aandoening der). 1092.

ENGLER (A.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

EPSTEIN (PAUL S.). Beschouwingen op het gebied van de theorie der quanta. 965.

ERDBEBEN (Die) des Indischen Archipels von 1858 bis 1877. 786.

ERUPTIEFGESTEENTEN (De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der) van Brazilië en Zuid-Afrika. 1005.

EUGENICS (Circulaire van het Second International Congress of) van 22—28 September 1921 te New-York te houden. 911.

EVENWICHTEN (In-, mono- en divariante). XXI. 1104.

EXTINCTIE door een gezwarte photographische plaat als functie van golflengte, hoeveelheid zilver en korrelgrootte. 461.

EXTINCTIE-metingen (Photographische absorptie- en). Bijdrage tot de studie der vloeibare kristallen. V. 127.

EXTRAPAUZE (Over de kunstmatige) van de kamer bij het kikkerhart. 195.

FELDBRUGGE (J.) en F. ROELS. De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar. 1077. II. 1200.

FLU (P. C.). Bekrachtiging zijner benoeming tot correspondent. 2.
— Dankzegging voor zijne benoeming. 364.

FOKKER (A. D.). De geodetische precessie; een uitvloeisel van EINSTEIN's gravitatietheorie. 611.

FONCTIONS (Sur une classe de) admettant une dérivée seconde généralisée. 6. 331.

FOSSIELE MENSCH (De proto-Australische) van Wadjak (Java). 88. II. 546. 866.

FOSSIELEN van cretaceïschen ouderdom in die afzettingen. 677.

FOTOCHEMISCHE (De) ontleding van het kaliumkobaltioxalaat en hare katalyse door zouten. 18.

FRAUNHOFER-LIJNEN (Wederzijdsche invloed van naburige). 913.

FRETS (G. P.). Aanbieding eener verhandeling: „The heredity of head-form in man." 361.

FUNCTIES (Over analytische) die door zekere reeksen van LAMBERT worden bepaald. 1172.

GALOENGGOENG (West-Java) (Samenstelling en insluitsels van de lavaprop van den). 659.

GASSEN (Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van). 849.

GELUIDSPRIKKELS (Over de schatting van het tempo van periodische) en hare afhankelijkheid van physiologische factoren. 643. Verslag hierover. 649.

GEODETISCHE PRAECESSIE (Over de). 1150.

GEODETISCHE PRECESSIE (De); een uitvloeisel van EINSTEIN's gravitatietheorie. 611.

GEOGRAPHENTAG (Uitnoodiging tot bijwoning van den 20sten deutschen). 1046.

GEUR (Ruiken bij volledige vermoeienis, respectievelijk adaptatie voor een bepaalden). 1189.

GLUCOSE (Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor). 893.

GOEREE (De kalkmijdende planten der binnenduinen van). 75.

GOLFLENGTE (Extinctie door een gezwarte photografische plaat als functie van) hoeveelheid zilver en korrelgrootte. 461.

GOUDRIAAN (J. C.). Aanbieding eener verhandeling: „Over de schatting van het tempo van periodische geluidsprikkels en hare afhankelijkheid van physiologische factoren". 643. Verslag hierover. 649.

GRAVITATIETHEORIE (Over de toepassing van EINSTEIN's) op een stationair zwaarteveld. 361. 409. I. 419. II. Naschrift. 834.

— (De geodetische precessie; een uitvloeisel van EINSTEIN's). 611.

GRENSGEVOELIGHEID (De) van den snaargalvanometer. 2de mededeeling. 261.

GRONDWATER (Over beweging van) bij vorst en dooiweder. 1021.

GROOT (W. DE), Mej. A. SNETHLAGE, G. C. DIBBETZ en P. ZEEMAN. De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen. III. Metingen over het FIZEAU-effect in flintglas. 1252.

GRUYTER (G. J. DE) en A. SMITS. Over het electromotorisch gedrag van Aluminium. II. 361. 747.

HAALMEYER (B. P.). Over elementair-oppervlakken der derde orde. (5de mededeeling). 728.

HAAN (J. DE) en S. VAN CREVELD. De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

HADAMARD (J.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

HAEMOGLOBINE (Over de serologische specificiteit van het) van verschillende diersoorten. 1029.

HAGA (H.). Verslag over een subsidie-aanvraag van het Bestuur van de Leeskamer Bosscha. 791.

HAMBURGER (H. J.) gelukgewenscht met zijn herstel. 140.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren S. VAN CREVELD en R. BRINKMAN: „Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose." 893.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer R. BRINKMAN en Mej. E. VAN DAM: „De beteekenis der calciumionen-concentratie bij de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus". 899.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren J. DE HAAN en S. VAN CREVELD: „De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar de suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker." 1238.

HARREVELD (PH. VAN). Bekrachtiging zijner benoeming tot Correspondent. 2. Dankzegging voor zijne benoeming. 364.

HEADFORM in man (The heredity of). 361. Verslag hierover. 550.

HEELAL (Over de mogelijkheid van statistisch evenwicht van het). 651.

HERINGA (G. C.) Ombredanne's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis. 851.

HERSENONDERZOEK (De Heer ZEEMAN bedankt als lid der Commissie van Toezicht op het Centraal Instituut voor). 911.

— De Heer SLUITER benoemd tot lid der Commissie van Toezicht op het Centraal Instituut voor) 911.

HERWERDEN (Mej. M. A.). Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking. 1196.

HEUX (J. W. N. LE). Verklaring van eenige interferentie-figuren van één en twee-assige kristallen door superpositie van ellipsenbundels. 1114.

Histologie. M. W. WOERDEMAN: „Onderzoek naar de localisatie van de kaliumverbindingen in het electrisch orgaan van den Stekelrog (Raja clavata)". 567.

HOFF-fonds (VAN 'T). Benoeming van de Heeren S. HOOGEWERFF, A. F. HOLLEMAN, A. SMITS en E. H. BÜCHNER tot leden der Commissie voor het — 137.

HOLLEMAN (A. F.) benoemd tot lid der Commissie voor het VAN 'T HOFF-fonds. 137.

— De chloorbenzolen en hun omzettingsproducten met natriummethylaat. 140.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren J. P. WIBAUT en J. JÜRGENS: „De inwerking van mercuri-acetaat op nitrobenzol". 1074.

HOLST (G.) en E. OOSTERHUIS. Over de zoogenaamde cyaanbanden. 47.

— en E. OOSTERHUIS. Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen. 849.

HOMO NEANDERTALENSIS (De beteekenis der groote schedelcapaciteit van). 786. 987.

HOOGEWERFF (S.) benoemd tot lid der Commissie voor het VAN 'T HOFF-fonds. 137.

HORMONEN (Sensibilisatie voor radio-activiteit door). 390.

HOUDIJK (A.) en P. ZEEMAN. De BROWN'sche beweging over een draad. 1.643.

HUIDMONDJES (Een nieuwe methode voor het registreeren van de veranderingen in den openingstoestand der). 1e mededeeling. 593.

HYACINTHUS ORIENTALIS L. (Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van) en de chromosomengarnituur van deze plantensoort. 513.

— (Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van). 1125.

HYDRATEN (Over het bestaan van) in waterige oplossingen. 813.

Hydrologie. EUG. DUBOIS: „Over beweging van grondwater bij vorst en dooiweder". 1021.

HIJMANS VAN DEN BERGH (A. A.). Zie BERGH (A. A. HIJMANS).

HYPOTHESE van A. FÖPPL (De relativeering der beweging met behulp van de). 1217.

HYSTERESIS (Over de theorie der) volgens VOLTERRA. 264.

IHLE (J. E. W.) en G. J. VAN OORDT. Over de larvale ontwikkeling van Oxyuris equi (Schrank). 64.

IMPERMEABILITEIT (Een direct bewijs voor de) der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose. 893.

INTEGRALGLEICHUNG (Die) der elliptischen Thetanullfunktion (2e Note): Allgemeine Lösung. 759.

INTENSITEITSMETINGEN van spectraallijnen met behulp van het échelon. 394.

INTERFERENTIEFIGUREN (Verklaring van eenige) van één- en twee-assige Kristallen door superpositie van ellipsenbundels. 1114.

INTERFERENTIESTREPEN (Beschouwing over den aard der) bij de opstelling van FIZEAU MICHELSON en eene experimenteele bevestiging met behulp van een prisma van natriumdamp. 6.

INVARIANTEN (Over de berekening van adiabatische). 546.

— (Over de bepaling van quanta-voorwaarden met behulp van adiabatische). 693.

IODIUMOPLOSSINGEN (De absorbtie-coëfficient van) in het zichtbare spectrum. Absorbtiemetingen. I. 573.

ITERSON JR. (G. VAN). Bericht van het Centraalbureau voor Schimmelcultures over het jaar 1920. 1047.

— Verslag over een aanvraag om subsidie van de Nederl. Chemische Vereeniging. 1169.

JAEGER (F. M.). Verslag over een subsidieaanvraag van het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres. 4.

— Over eenige condensatie-producten van aromatische aldehyden en aminen. 8.

— en BERGER. De fotochemische ontleding van het kaliumkobaltioxalaat en hare katalyse door zouten. 18.

— en J. H. DE BOER. Colloïdale zwavelverbindingen van het Ruthenium. 29.

— Twee isomere chloortetra-acetyl-d-fructosen. 150.

— De kristalvormen van eenige gesubstitueerde amiden van het para-Toluolsulfonzuur. 155.

— Nog enkele opmerkingen naar aanleiding van de Röntgenbeelden, die bij doorstraling van elkaar onder zekeren hoek kruisende Mica-lamellen verkregen worden. 559.

JULIUS (W. H.). Aanbieding eener mededeeling van Mej. RASSA RIWLIN: „Photographische absorptie- en extinctie-metingen. Bijdrage tot de studie der vloeibare kristallen. V. (Extinctie-metingen)". 127.

JULIUS (W. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. C. BURGER: „Het stollingsproces als een probleem van warmtegeleiding". 276.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer ALPH. DEUMENS: „Extinctie door een gezwarte photographische plaat als functie van golflengte, hoeveelheid zilver en korrelgrootte". 461.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren L. S. ORNSTEIN en H. C. BURGER: „De absorbtie-coëfficient van Iodiumoplossingen in het zichtbare spectrum. Absorbtiemetingen". I. 573.

— Wederzijdsche invloed van naburige FRAUNHOFER-lijnen. 913.

— en P. H. VAN CITTERT. De algemeene relativiteitstheorie en het zonnespectrum. 106.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. KOSTER DZN.: „Over de theorie der hysteresis volgens VOLTERRA". 264.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren H. C. BURGER en P. H. VAN CITTERT: „Intensiteitsmetingen van spectraallijnen met behulp van het échelon". 394.

JÜRGENS (J.) en J. P. WIBAUT. De inwerking van mercuriacetaat op nitrobenzol. 1074.

KALIUMKOBALTIOXALAAT (De fotochemische ontleding van het) en hare katalyse door zouten. 18.

KALIUMVERBINDINGEN (Onderzoek naar de localisatie van de) in het electrisch orgaan van den Stekelrog (Raja clavata). 567.

KALKSTEENEN (Quartaire en tertiaire) van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biristroomgebied. 1043. 1069.

KAMERLINGH ONNES (H.). Zie ONNES (H. KAMERLINGH).

KAPTEYN (J. C.). Advies over de oprichting van een sterrewacht in Nederlandsch Oost-Indië. 366.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. PANNEKOEK: „De afstand van de donkere nevels in Taurus". 524. 622.

KAPTEYN (W.). Verslag over een subsidieaanvraag van het Bestuur der Leeskamer Bosscha. 791.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer N. G. W. H. BEEGER: „Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't cirkellichaam der m-de-machts-wortels uit de eenheid". (Verbetering). 1214.

KARSSEN (A.) en J. M. BIJVOET. Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen. 1208.

KEESOM (W. H.). De quadrupoolmomenten der Zuurstof- en der Stikstofmoleculen. 718.

— Over de Cohaesiekrachten volgens VAN DER WAALS. 722.

— Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van CURIE. 1155.

KIKKERHART (Over de kunstmatige extrapauze van de kamer bij het). 195.

— (Kunstmatige en spontane rhythmewisselingen bij het ontbloede). 206.

KLEURENTEEKENING (De) der mimetische vlinders. 706.

KLEYN (A. DE). Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het konijn. 1230.

— en R MAGNUS. De functie der Otolithen. 375.

KLIAS-Schiereiland en Poeloe Laboean (Noord-west-Borneo) (Over den ouderdom der tertiaire, oliehoudende afzettingen van). 1140.

KLOEDENELLA (De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en). 888.

KLUYVER (J. C.). Over analytische functies, die door zekere reeksen van LAMBERT worden bepaald. 1172.

KOLKMEYER (N. H.). Tijd-ruimte-symmetrie. I. Algemeene beschouwingen. 824. II. Beschouwing van een bijzonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van LANDÉ. 980. III. Bijdrage tot de atoomkinematica. A. Eindige kerngroepen van de eerste soort. 1166. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties. 1263. IV. Bijdrage tot de atoomkinematica. B. Eindige kerngroepen van de tweede soort. 1166.

KOLONIËN (Minister van). Zie MINISTER van Koloniën.

KOMURO (K.). Ruiken bij volledige vermoeienis, respectievelijk adaptatie voor een bepaalden geur. 1189.

KONIJN (Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het). 1230.

KONIJNESERUM (Het bindend vermogen van) voor atropine. Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. 175.

KORRELGROOTTE (Extinctie door een gezwarte photographische plaat als functie van golflengte, hoeveelheid zilver en). 461.

KORTHALS-FONDS (P. W.) Bericht van H.H. Administrateuren van het —, dat dit jaar weer een bedrag van *f* 600.— beschikbaar is ter bevordering van de kruidkunde. 3.

KOSTER DZN. (W.). Over de theorie der hysteresis volgens VOLTERRA. 264.

KRAMERS (H. A.). Over de toepassing van EINSTEIN's gravitatietheorie op een stationair zwaarteveld. 361. I. 409. II. 419. Naschrift. 834.

KRISTALLEN (Bijdrage tot de studie der vloeibare). V. Photographische absorptie- en extinctie-metingen. 127.

— (Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der) van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen. 1208.

KRISTALLEN (Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en tweeassige) door superpositie van ellipsenbundels. 1114.

KRISTALVORMEN (De) van eenige gesubstitueerde amiden van het para-Toluolsulfonzuur. 155.

KRITISCHE GROOTHEDEN (Over de) van kwik in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der dubbelmoleculen. I. 49.

— (Over de) in het geval van associatie, wanneer de moleculaire attractie bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van kwik. II. (Slot). 302.

KRUTKOW (G.). Over de berekening van adiabatische invarianten. 546.

— Over de bepaling van quanta-voorwaarden met behulp van adiabatische invarianten. 693.

Kryo-Biologie. P. GILBERT RAHM: „Einwirkung sehr niederer Temperaturen auf die Moosfauna". 361. 499.

KUENEN (J. P.). Verslag over een subsidieaanvraag van het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres. 4.

— Verslag over een subsidieaanvraag van de Leeskamer Bosscha. 791.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen." 849.

— Verslag over een subsidieaanvraag van de Nederlandsche Chemische Vereeniging. 1169.

KULTUUROMSTANDIGHEDEN (Over den invloed van) op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van Hyacinthus orientalis. 1125.

KUYPER (J.). Bekrachtiging zijner benoeming tot correspondent. 2.

— Dankzegging voor zijne benoeming. 364.

KWIK (Over de kritische grootheden van) in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der dubbelmoleculen. I. 49.

— (Over de kritische grootheden in het geval van associatie, wanneer de moleculaire attractie bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van). II. (Slot.) 302.

LAAR (J. J. VAN). Over de kritische grootheden van kwik in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der dubbelmoleculen. I. 49.

— Over de kritische grootheden in het geval van associatie, wanneer de moleculaire attractie bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van kwik. II. (Slot.) 302.

LAAR (J. J. VAN). Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. II. 766.

LAMBERT (Over analytische functies, die door zekere reeksen van) worden bepaald. 1172.

LAMES VASCULAIRES (Ombredanne's theorie van de) en de anatomie van de canalis cruralis. 851.

LANDE (L. v. d.), P. BOUMAN en A. SMITS. Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen. 813.

LANDÉ (De tetraëdrische atoommodellen van). 980.

LANDSTEINER (K). Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende diersoorten. 1029.

— Over heterogenetisch antigeen. 1118.

LANGE JR. (DAN. DE). Aanbieding eener verhandeling: „Catalogue of the embryological material Lemuridae (Tarsius and Nycticebus) and Dermaptera (Galeopithecus)". 546. Verslag hierover. 549.

LANGEVIN (P.) woont als gast de vergadering bij. 548.

LAVAPROP (Samenstelling en insluitsels van de) van den Galoenggoeng (West-Java). 659.

LEESKAMER „BOSSCHA". (Verzoek om advies over een subsidie-aanvraag van de Wis- en Natuurkundige). 646. Verslag hierover. 791.

LEEUWEN (W. STORM VAN) en J. ZEYDNER. Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine. 175.

— en F. VERZÁR. Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan avitaminosen. 654.

LEMURIDAE (Tarsius and Nycticebus) (Catalogue of the embryological material) and Dermaptera (Galeopithecus). 546. Verslag hierover. 549.

LEVENSJAAR (De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de). I. 1077. II. 1200.

LICHAAM (Stationaire stroomingen door een) in een vloeistof met wrijving teweeggebracht. I. 835. II. 952.

LICHAMEN (Opmerkingen over het paramagnetisme van vaste). 793.

LICHT (Gevoeligheid voor) van + en — stammen van Phycomyces nitens. 667.

— (De voortplanting van het) in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen. III. Metingen over het Fizeau-effect in flintglas. 1252.

— (Ueber die tropistische Wirkung von rotem) auf Dunkelpflanzen von Avena Sativa. 551.

LITHIUM (Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van) en eenige zijner verbindingen met lichte elementen. 1208.

LONDEN (Royal Society te). Brief ter begeleiding van de besluiten genomen op de vergadering voor de voortzetting van den International Catalogue of scientific literature. 646.

LORENTZ (H. A.). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren L. S. ORNSTEIN en H. C. BURGER: „Photochemische reactie en straling". 37.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over de kritische grootheden van kwik in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der dubbelmoleculen". I. 49.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. C. BURGER: „Temperatuurwaarnemingen bij stolling". 288.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over de kritische grootheden in het geval van associatie, wanneer de moleculaire attractie bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van kwik". II. (Slot). 302.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer B. VAN DER POL JR.: „Discontinuïteiten bij het magnetiseeren". 341.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. A. KRAMERS: „Over de toepassing van EINSTEIN's gravitatietheorie op een stationair zwaarteveld". 361. I. 409. II. 419. (Naschrift). 834.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. D. FOKKER: „De geodetische precessie; een uitvloeisel van EINSTEIN's gravitatietheorie". 611.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK". II. 766.

LUIK (Circulaire van de Association des Ingénieurs électriciens sortis de l'Institut électrotechnique Montefiore te). 364.

MAAGBEWEGINGEN (De beteekenis der Calciumionen-concentratie voor de), teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus. 899.

MAGNESIUM (Over het electromotorisch gedrag van). I. 819.

MAGNETISEEREN (Discontinuïteiten bij het). 341.

MAGNUS (R.). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren W. STORM VAN LEEUWEN en J. ZEYDNER: „Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine". 175.

— en A. DE KLEYN. De functie der Otolithen. 375.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren W. STORM VAN LEEUWEN en F. VERZÁR: „Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan avitaminosen". 654.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. DE KLEYN: „Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het konijn". 1230.

MANGAANKNOLLEN in mesozoische diepzeeafzettingen van Nederlandsch-Timor. 677.

M. MARSUPIALIS en M. pyramidalis (De Homologie van den) der Zoogdieren. 1035.

MARTIN (K.). Verslag over eene verhandeling van den Heer N. WING EASTON. 789.

— Verslag over een subsidie-aanvraag door de Nederl. Dierkundige Vereeniging voor de uitgave eener monografische beschrijving van de Zuiderzee. 1171.

MATHIAS (E.), C. A. CROMMELIN en H. KAMERLINGH ONNES. De rechtlijnige diameter van waterstof. 935.

MEDISCHE LEZINGEN (Bericht van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen, dat hij bereid is een som van *f* 1200.— aan te vragen voor het houden van). 910.

MENGKRISTALPHASE (Over de geldigheid van de verdeelingswet voor het evenwicht tusschen een) en een koëxisteerende vloeistof. I. 6. 319.

MERCURI-ACETAAT (De inwerking van) op nitrobenzol. 1074.

MEROSTOMATA (De verwantschap der) met de Arachnida en met de andere klassen der Arthropoda. I. 448. II. 579.

METALEN (Een thermo-electrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van) bij betrekkelijk lage temperaturen. 821.

— (Over oplosbaarheidsversnelling van) in zuren door reduceerbare verbindingen. 1224.

METERCONVENTIE (Bericht van Z. Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen waarbij Z.Exc. zich bereid verklaard heeft de toetreding van Nederland tot de Internationale) te bevorderen, en verzoekt de noodige opgaven te ontvangen der vermoedelijke kosten. 548.

— Bericht van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat Z.Exc. geen termen heeft kunnen vinden om op het loopende dienstjaar gelden beschikbaar te stellen voor het toetreden van Nederland tot de) maar zal overwegen of dit op het volgende dienstjaar zal kunnen geschieden. 1168.

METHODEN en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C. 945.

MICA-LAMELLEN (Nog enkele opmerkingen naar aanleiding van de Röntgenbeelden, die bij doorstraling van elkaar onder zekeren hoek kruisende) verkregen worden. 559.

MICRO-ORGANISMEN (Over de aantastbaarheid van organische verbindingen door). II. De oplosbaarheid van enkele organische zuren in vette oliën. 401.

MINISTER van Koloniën. Bericht dat het advies der Afdeeling over de oprichting van een Sterrewacht in Nederl. Oost-Indië ter kennis van den Gouverneur-Generaal van Ned. Indië zal gebracht worden. 548.

MINISTER van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen. Bekrachtiging van de benoeming van de Heeren A. H. BLAAUW en ARNAUD DENJOY tot gewoon lid, van de Heeren A. EINSTEIN, E. RUTHERFORD, K. VON MONAKOW, S. RAMON Y CAJAL, J. HADAMARD, R. TIGERSTEDT, L. DOLLO, A. ENGLER en G. BREDIG tot buitenlandsch lid en van de Heeren P.C.FLU, A. PIJPER, PH. VAN HARREVELD en J. KUIJPER tot correspondent. 2.

— Verzoek om advies over een subsidieaanvraag van het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig congres. 2. Verslag hierover. 4.

— Bericht dat aan Dr. H. BOSCHMA voor het jaar 1920 een rijkstoelage van *f* 700.— zal worden uitbetaald voor een bezoek aan 's Lands Plantentuin te Buitenzorg. 3.

— Bericht dat Z.Exc. bereid is de toetreding van Nederland tot de Meterconventie te bevorderen, maar verzocht om nadere gegevens betreffende de kosten enz. 548.

— Verzoek om advies betreffende een subsidieaanvraag van de Wis- en Natuurkundige leeskamer „Bosscha". 646. Verslag hierover. 791.

— Bekrachtiging der benoeming van den Heer BOLK tot Secretaris der Afdeeling. 910.

— Bericht dat Z.Exc. bereid is te overwegen een bedrag van *f* 1200.— aan te vragen als suppletoire begrooting voor het houden van medische lezingen. 910.

— Afwijzende beschikking voor het verhoogen van het subsidie van het Bureau voor schimmelcultures. 910.

— Bericht dat Z.Exc. zal overwegen of er termen zijn om gelden beschikbaar te stellen voor het voortbestaan van den Internationalen Catalogus. 910.

— Verzoek om bericht en raad over een aanvraag om subsidie van Prof. F. J. J. BUYTENDIJK voor het doen van dierenpsychologische onderzoekingen in zijn laboratorium. 911.

— Verzoek om advies over een aanvraag om subsidie van de Ned. Chemische vereeniging. 1046. Verslag hierover. 1169.

— Verzoek om subsidie van de Nederl. dierkundige Vereeniging voor de uitgave van een monografische beschrijving van de Zuiderzee. 1168. Verslag hierover. 1171.

— Bericht dat Z.Exc. geen termen kan vinden een subsidie voor het toetreden van Nederland tot de meterconventie op de begrooting voor het loopende dienstjaar te brengen, maar zal overwegen of dit voor het dienstjaar 1922 zal kunnen geschieden. 1168.

MOESVELD (A. L. TH.) en ERNST COHEN. Het bepalen der ware specifieke warmte van zouten langs elektrischen, adiabatischen weg. 361.

MOL (W. E. DE). Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van Hyacinthus orientalis L. en de chromosomengarnituur van deze plantensoort. 513.

— Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van. Hyacinthus orientalis. 1125.

MOLECULAIRE ATTRACTIE (Over de kritische grootheden van kwik in verband met de vergrooting der) bij dissociatie der dubbelmoleculen. I. 49.

— (Over de kritische grootheden in het geval van associatie, wanneer de) bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van kwik. II. (Slot). 302.

MOLENGRAAFF (G. A. F.). De geologische ligging der petroleumterreinen van Nederlandsch Oost-Indië. 141.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. A. BROUWER: „Samenstelling en insluitsels van de lavaprop van den Galoenggoeng (West-Java)". 659.

— Mangaanknollen in mesozoische diepzee-afzettingen van Nederlandsch Timor. 677.

— Verslag over eene verhandeling van den Heer N. WING EASTON. 789.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer H. A. BROUWER: „De alkaligesteenten van de Serra do Gericino ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika". 1005.

— Verslag over een subsidie-aanvraag van de Nederl. dierkundige Vereeniging voor de uitgave van eene monografische beschrijving van de Zuiderzee. 1171.

MOLL (J. W.). Aanbieding eener mededeeling van Mej. J. E. VAN VEEN: „De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en Kloedenella". 888.

MONAKOW (K. VON). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

MONO-SACCHARIDEN (De bepaling van de configuratie van eenige) en van de Saccharose volgens de boorzuur-methode. 924.

MOOSFAUNA (Einwirkung sehr niederer Temperaturen auf die). 361. 499.

NATRIUMDAMP (Beschouwing over den aard der interferentiestrepen bij de opstelling van FIZEAU MICHELSON en eene experimenteele bevestiging met behulp van een prisma van). 6.

NATRIUMMETHYLAAT (De chloorbenzolen en hun omzettingsproducten met). 140.

NATUUR- EN GENEESKUNDIG CONGRES (Verzoek om advies over een subsidie-aanvraag van het Nederlandsch). 2. Verslag hierover. 4.

Natuurkunde. P. ZEEMAN en G. C. DIBBETZ: „Beschouwing over den aard der interferentiestrepen bij de opstelling van FIZEAU MICHELSON en eene experimenteele bevestiging met behulp van een prisma van natriumdamp". 6.

— L. S. ORNSTEIN en H. C. BURGER: „Photochemische reactie en straling". 37.

— G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „Over de zoogenaamde cyaanbanden". 47.

— J. J. VAN LAAR: „Over de kritische grootheden van kwik in verband met de vergrooting der moleculaire attractie bij dissociatie der dubbelmoleculen". I. 49.

— W. H. JULIUS en P. H. VAN CITTERT: „De algemeene relativiteitstheorie en het zonnespectrum". 106.

— Mej. RASSA RIWLIN: „Photographische absorptie- en extinctiemetingen. Bijdrage tot de studie der vloeibare kristallen." V. 127.

— I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON: „De grensgevoeligheid van den snaargalvanometer". 2de mededeeling. 261.

— W. KOSTER DZN.: „Over de theorie der hysteresis volgens VOLTERRA". 264.

— H. C. BURGER: „Het stollingsproces als een probleem van warmtegeleiding". 276.

— H. C. BURGER: „Temperatuurwaarnemingen bij stolling". 286.

— J. J. VAN LAAR: „Over de kritische grootheden in het geval van associatie, wanneer de moleculaire attractie bij dissociatie der moleculen tot de geïsoleerde atomen een belangrijke vergrooting ondergaat, mede in verband met de kritische grootheden van kwik" II. (Slot). 302.

— B. VAN DER POL JR.: „Discontinuïteiten bij het magnetiseeren". 341.

— H. A. KRAMERS: „Over de toepassing van EINSTEIN's gravitatietheorie op een stationair zwaarteveld". 361. I. 409. II. 419. Naschrift. 834.

— H. C. BURGER en P. H. VAN CITTERT: „Intensiteitsmetingen van spectraallijnen met behulp van het échelon". 394.

— ALPH. DEUMENS: „Extinctie door een gezwarte photographische plaat als functie van golflengte, hoeveelheid zilver en korrelgrootte". 461.

— J. M. BURGERS: „Over vloeistofweerstand en wervelbeweging". 537.

— P. EHRENFEST: „Opmerking over het paramagnetische gedrag van vaste stoffen". 546.

— G. KRUTKOW: „Over de berekening van adiabatische invarianten". 546.

— L. S. ORNSTEIN en H. C. BURGER: „De absorbtie-coëfficient van Iodiumoplossingen in het zichtbare spectrum. Absorbtiemetingen". I. 573.

Natuurkunde. A. D. FOKKER: „De geodetische precessie; een uitvloeisel van EINSTEIN's gravitatietheorie". 611.

— W. H. KEESOM: „De quadrupoolmomenten der zuurstof- en der stikstofmoleculen". 718.

— P. ZEEMAN en A. HOUDIJK: „De Brown'sche beweging over een draad". I. 643.

— I. K. A. WERTHEIM SALOMONSON: „Het mechanisme van den automatischen stroomonderbreker." 670.

— G. KRUTKOW: „Over de bepaling van quanta-voorwaarden met behulp van adiabatische invarianten." 693.

— W. H. KEESOM: „Over de cohaesiekrachten volgens VAN DER WAALS." 722.

— J. J. VAN LAAR: „Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK". II. 766.

— P. EHRENFEST: „Opmerkingen over het paramagnetisme van vaste lichamen." 793.

— J. M. BURGERS: „Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht." I. 835. II. 952.

— G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen". 849.

— W. H. JULIUS: „Wederzijdsche invloed van naburige FRAUNHOFERlijnen". 913.

— E. MATHIAS, C. A. CROMMELIN en H. KAMERLINGH ONNES: „De rechtlijnige diameter van waterstof". 935.

— H. KAMERLINGH ONNES en C. A. CROMMELIN: „Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C". 945.

— PAUL S. EPSTEIN: „Beschouwingen op het gebied van de theorie der quanta". 965.

— N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. I. Algemeene beschouwingen. 824. II. Beschouwing van een bijzonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van LANDÉ. 980. III. Bijdrage tot de atoomkinematica. A. Eindige kerngroepen van de eerste soort. 1166. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties. 1263. IV. Bijdrage tot de atoomkinimatica. B. Eindige kerngroepen van de tweede soort." 1166.

— J. A. SCHOUTEN: „Over de geodetische praecessie." 1150.

— W. H. KEESOM: „Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van CURIE". 1155.

— J. M. BIJVOET en A. KARSSEN: „Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen". 1208.

Natuurkunde. H. ZANSTRA: „De relativeering der beweging met behulp van de hypothese van A. FÖPPL". 1217.

— P. ZEEMAN, W. DE GROOT, Mej. A. SNETHLAGE en G. C. DIBBETZ: „De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen". III. Metingen over het Fizeau-effect in flintglas. 1252.

NEVELS (De afstand van de donkere) in Taurus. 524. Verdere beschouwingen. 622.

NIEUW GUINEA (Quartaire en tertiaire kalksteenen van Noord) tusschen Tami- en Biri-stroomgebied. 1043.

NIL RATAN DHAR. Catalysis. Part. VII. Temperature coefficient of physiological processes. 82. IX. Thermal and photochemical reactions. 488. X. Explanation of some abnormally large and small temperature coefficients. 493. XII. Some induced reactions and their mechanism. 1023.

— A. K. DATTA en N. BHATTACHARYA. Catalysis. VIII. 479.

NITROBENZOL (De inwerking van mercuri-acetaat op). 1074.

NYSTAGMUS (Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen) bij het konijn. 1230.

OERSTED (J. C.). Aanbieding van een boekgeschenk namens het Comité (—). 548.

OLIEHOUDENDE afzettingen (Over den ouderdom der tertiaire) van Klias-Schiereiland en Poeloe Laboean (Noordwest-Borneo). 1140.

OLIËN (De oplosbaarheid van enkele organische zuren in vette). Over de aantastbaarheid van organische verbindingen door micro-organismen. II. 401.

OMBREDANNE's theorie van de „lames vasculaires" en de anatomie van de canalis cruralis. 851.

ONDERWIJS, Kunsten en Wetenschappen (Minister van). Zie MINISTER van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen.

ONNES (H. KAMERLINGH). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren G. HOLST en E. OOSTERHUIS: „Over de zoogenaamde cyaanbanden." 47.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer P. GILBERT RAHM: „Einwirkung sehr niederer Temperaturen auf die Moosfauna". 361. 499.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. H. KEESOM: „De quadrupoolmomenten der zuurstof- en der stikstofmoleculen". 718.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. H. KEESOM: „Over de cohaesiekrachten volgens VAN DER WAALS". 722.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer N. H. KOLKMEIJER: „Tijd-ruimte-symmetrie. I. Algemeene beschouwingen". 824. II. Beschouwing van een bijzonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van LANDÉ. 980. III. Bijdrage tot de atoomkinematica. A. Eindige kerngroepen van de eerste soort. 1166. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties. 1263. IV. Bijdrage tot de atoomkinematica. B. Eindige kerngroepen van de tweede soort. 1166.

Onnes (H. Kamerlingh), E. Mathias en C. A. Crommelin. De rechtlijnige diameter van waterstof. 935.

— en C. A. Crommelin. Methoden en hulpmiddelen in gebruik bij het Cryogeen Laboratorium. XVIII. Verbeterde vorm van een waterstofdampcryostaat voor temperaturen tusschen —217° C. en —253° C. 945.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. H. Keesom: „Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de wet van Curie". 1155.

Oogkamervocht (De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en) en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

Oordt (G. J. van) en J. E. W. Ihle. Over de larvale ontwikkeling van Oxyuris equi (Schrank). 64.

Oost-Indië (De geologische ligging der petroleum-terreinen van Nederlandsch-). 141.

Oosterhuis (E.) en G. Holst. Over de zoogenaamde cyaanbanden. 47.

— Over den invloed van het electrodenmateriaal op de doorslagspanning van gassen. 849.

Openingstoestand (Een nieuwe methode voor het registreeren van de veranderingen in den) der huidmondjes. 1ste mededeeling. 593.

Oplosbaarheidsversnelling (Over) van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen. 1224.

Oplossingen (Over het bestaan van hydraten in waterige). 813.

Opmerkzaamheid (De ontwikkeling der) van het 8ste tot en met het 12de levensjaar. I. 1077. II. 1200.

Oppervlakken (Over elementair-) der derde orde. 5de mededeeling. 728.

Organische verbindingen (Over de aantastbaarheid van) door micro-organismen. II. De oplosbaarheid van enkele organische zuren door vette oliën. 401.

Ornstein (L. S.) en H. C. Burger. Photochemische reactie en straling. 37.

— en H. C. Burger. De absorbtie-coëfficient van Iodiumoplossingen in het zichtbare spectrum. Absorbtiemetingen. I. 573.

Ostracodengeslachten (De identiteit van de) Poloniella en Kloedenella. 888.

Otolithen (De functie der). 375.

Overgangspunten (Een thermoelectrische differentiaalmethode ter bepaling van) van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen. 821.

— (De thermo-electrische bepaling van) 6. I. 327.

Oxyuris equi (Schrank) (Over de larvale ontwikkeling van). 64.

Palaeontologie. Eug. Dubois: „De proto-Australische fossiele mensch van Wadjak (Java)." 88. II. 546. 866.

Palaeontologie. Eug. Dubois: „De beteekenis der groote schedelcapaciteit van Homo Neandertalensis." 786. 987.

— Mej. J. E. van Veen: „De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en Kloedenella." 888.

Pannekoek (A.). De afstand van de donkere nevels in Taurus. 524. Verdere beschouwingen. 622.

Paramagnetische gedrag (Opmerking over het) van vaste stoffen. 546.

Paramagnetisme (Opmerkingen over het) van vaste lichamen. 793.

Parijs (Uitnoodiging van de Académie de Médecine te) tot bijwoning van de feestelijke herdenking van het 100-jarig bestaan op 20—22 December 1920. 788.

Pekelharing (C. A.). Aanbieding eener mededeeling van Mej. M. A. van Herwerden: „Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking". 1196.

Petroleumterreinen (De geologische ligging der) van Nederlandsch Oost-Indië. 141.

Photochemische reactie en straling. 37.

Phycomyces nitens (Gevoeligheid voor licht van + en —stammen van). 667:

Physiologie. Aanbieding der dissertatie van den Heer H. W. Stenvers: „Klinische studie over de functie van het cerebellum en de diagnostiek der cerebellum- en bruggehoektumoren" en mededeeling daarover van den Heer C. Winkler. 7.

— W Storm van Leeuwen en J. Zeydner: „Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine." 175.

— S. de Boer: „Over de kunstmatige extrapauze van de kamer bij het kikkerhart." 195.

— S. de Boer: „Kunstmatige en spontane rhythmewisselingen bij het ontbloede kikkerhart." 206.

— Mej. Lucie W. Schut: „Eenige factoren, welke van beteekenis zijn voor de gewoontevorming der vogels. I. Gezichtsprikkels". 215.

— R. Magnus en A. de Kleyn: „De functie der Otolithen." 375.

— W. Einthoven: „Over de waarneming en afbeelding van dunne draden." 388.

— H. Zwaardemaker: „Sensibilisatie voor radio-activiteit door hormonen." 390.

— Aanbieding eener verhandeling van den Heer J. C. Goudriaan: „Over de schatting van het tempo van periodische geluidsprikkels en hare afhankelijkheid van physiologische factoren." 643. Verslag hierover. 649.

— W. Storm van Leeuwen en F. Verzár: „Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan avitaminosen." 654.

Physiologie. S. VAN CREVELD en R. BRINKMAN: „Een direct bewijs voor de impermeabiliteit der bloedlichaampjes van mensch en konijn voor glucose." 893.

— R. BRINKMAN en Mej. E. VAN DAM: „De beteekenis der calcium-ionen-concentratie voor de maagbewegingen, teweeggebracht door prikkeling van den N. vagus." 899.

— K. LANDSTEINER: „Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende diersoorten." 1029.

— K. LANDSTEINER: „Over heterogenetisch antigeen." 1118.

— A. A. HIJMANS VAN DEN BERGH: „Over sulfhaemoglobinaemie." 1181.

— K. KOMURO: „Ruiken bij volledige vermoeienis, respectievelijk adaptatie voor een bepaalden geur." 1189.

— Mej. M. A. VAN HERWERDEN: „Over den invloed van de bijnierschors op groei en voortplanting van lagere organismen en haar vermoedelijke antitoxische werking." 1196.

— A. DE KLEYN: „Experimenten over de snelle phase van den vestibulairen nystagmus bij het konijn". 1230.

— J. DE HAAN en S. VAN CREVELD: „De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker". 1238.

PICARD (Over de stelling van). 171.

PINKHOF (M.). Een nieuwe methode voor het registreeren van de veranderingen in den openingstoestand der huidmondjes. 1ste mededeeling. 593.

PLANCK (Analogie met de formule van) II. Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en volumina. 766.

PLANTEN (De kalkmijdende) der binnenduinen van Goeree. 75.

Plantkunde. TH. WEEVERS: „De kalkmijdende planten der binnenduinen van Goeree". 75.

— W. E. DE MOL: „Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van Hyacinthus orientalis L. en de chromosomengarnituur van deze plantensoort". 513.

— Mej. CLARA ZOLLIKOFER: „Ueber die tropistische Wirkung von rotem Licht auf Dunkelpflanzen von Avena sativa". 551.

— M. PINKHOF: „Een nieuwe methode voor het registreeren van de veranderingen in den openingstoestand der huidmondjes". 1ste mededeeling. 593.

— Mej. A. F. C. VAN DISHOECK: „Gevoeligheid voor licht van + en — stammen van Phycomyces nitens". 667.

Plantkunde. Bericht over het Centraalbureau voor Schimmelcultures over het jaar 1920. 1047.

— W. E. DE MOL: „Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der pollenkorrels van Hyacinthus orientalis". 1125.

POL Jr. (B. VAN DER). Discontinuïteiten bij het magnetiseeren. I. 341. II. 750.

POLLENKORRELS (Over den invloed van kultuuromstandigheden op habitus en partieele steriliteit der) van Hyacinthus orientalis. 1125.

POLONIELLA en Kloedenella (De identiteit van de Ostracoden-geslachten). 888.

PRINS (H. J.). Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen. 1224.

Psychologie (Experimenteele). F. ROELS en J. FELDBRUGGE: „De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar". I. 1077. II. 1200.

PUNTENRUIMTE (Twee afbeeldingen van het cirkelveld op de). 920.

PIJPER (A.). Bekrachtiging zijner benoeming tot correspondent). 2.

QUADRUPOOLMOMENTEN (De) der zuurstof- en der stikstofmoleculen. 718.

QUANTA (Beschouwingen op het gebied van de theorie der). 965.

QUANTA-VOORWAARDEN (Over de bepaling van) met behulp van adiabatische invarianten. 693.

RADIO-ACTIVITEIT (Sensibilisatie voor) door hormonen. 390.

RAHM (P. GILBERT). Einwirkung sehr niederer Temperaturen auf die Moosfauna. 361. 499.

REEKSEN VAN LAMBERT (Over analytische functies, die door zekere) worden bepaald. 1172.

RELATIVITEITSTHEORIE (De algemeene) en het zonnespectrum. 106.

RHYTHMEWISSELINGEN (Kunstmatige en spontane) bij het ontbloede kikkerhart. 206.

RIVIÈRE (HENR. C. C. LA). Verslag over hare werkzaamheden aan het botanisch station te Buitenzorg. 647.

RIWLIN (Mej. RASSA). Photographische absorptie- en extinctie-metingen. Bijdrage tot de studie der vloeibare kristallen. V. 127.

ROELS (F.) en J. FELDBRUGGE. De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar. 1077. II. 1200.

RÖNTGENBEELDEN (Nog enkele opmerkingen naar aanleiding van de), die bij doorstraling van elkaar onder zekeren hoek kruisende mica-lamellen verkregen worden. 559.

RÖNTGENSTRALEN (Onderzoek met) naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen. 1208.

RUIKEN bij volledige vermoeienis, respectievelijk adaptatie voor een bepaalden geur. 1189.

RUTHENIUM (Colloïdale zwavelverbindingen van het). 29.
RUTHERFORD (E.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.
RUTTEN (L.). Quartaire en Tertiaire Kalksteenen van Noord Nieuw-Guinea tusschen Tami- en Biri-stroomgebied. 1043. 1069.
— Over den ouderdom der tertiaire, oliehoudende afzettingen van Klias Schiereiland en Poeloe Laboean (Noord West-Borneo). 1140.
RIJNBERK (G. VAN). Aanbieding eener mededeeling van Mej. LUCIE W. SCHUT: „Eenige factoren, welke van beteekenis zijn voor de gewoontevorming bij vogels. I. Gezichtsprikkels". 215.
— Benoemd tot gedelegeerde bij de vergadering van den Wetenschappelijken Catalogus te Londen. 365.
— Verslag over eene verhandeling van den Heer J. C. GOUDRIAAN. 649.
SACCHAROSE (De bepaling van de configuratie van eenige mono-sacchariden en van de) volgens de boorzuur-methode. 924.
SALOMONSON (I. K. A. WERTHEIM). De grensgevoeligheid van den snaargalvanometer. (2e mededeeling). 261.
— Het mechanisme van den automatischen stroomonderbreker. 670.
SANDE BAKHUYZEN (H. G. VAN DE). Zie BAKHUYZEN (H. G. VAN DE SANDE).
SANGI-INSELN (Die Vulkane der). 546.
SARDINIEN (Bemerkungen über einige Säugetierschädel von). 254.
SÄUGETIERSCHÄDEL (Bemerkungen über einige) von Sardinien. 254.
SCHEDELCAPACITEIT (De beteekenis der groote) van Homo Neandertalensis. 786. 987.
Scheikunde. A. SMITS: „Over de geldigheid van de verdeelingswet voor het evenwicht tusschen een mengkristalphase en een koëxisteerende vloeistof". I. 6. 319.
— A. SMITS en J. SPUYMAN: „De thermo-electrische bepaling van overgangspunten". I. 6. 327.
— F. M. JAEGER: „Over eenige condensatieproducten van aromatische aldehyden en aminen". 8.
— F. M. JAEGER en BERGER: „De fotochemische ontleding van het kaliumkobaltioxalaat en hare katalyse door zouten". 18.
— F. M. JAEGER en J. H. DE BOER: „Colloïdale zwavelverbindingen van het Ruthenium". 29.
— NIL RATAN DHAR: „Catalysis". Part VII. Temperature coefficient of physiological processes. 82. IX. Thermal and photochemical reactions. 488. X. Explanation of some abnormally large and small temperature coefficients. 493. XII. Some induced reactions and their mechanism. 1023.
— A. F. HOLLEMAN: „De chloorbenzolen en hun omzettingsproducten met natriummethylaat". 140.
— F. M. JAEGER: „Twee isomere Chloortetra-acetyl-d-fructosen". 150.

Scheikunde. F. M. JAEGER: „De kristalvormen van eenige gesubstitueerde amiden van het para-toluolsulfonzuur". 155.

— A. SMITS en G. J. DE GRUIJTER: „Over het electromotorisch gedrag van Aluminium". II. 361. 747.

— ERNST COHEN en A. L. TH. MOESVELD: „Het bepalen der ware specifieke warmte van zouten langs elektrischen, adiabatischen weg". 361.

— J. BÖESEKEN en J. COOPS: „De configuratie der wijnsteenzuren". 368.

— P. E. VERKADE: „Over de aantastbaarheid van organische verbindingen door micro-organismen. II. De oplosbaarheid van enkele organische zuren in vette oliën". 401.

— NIL RATAN DHAR, A. K. DATTA and D. N. BHATTACHARYA: „Catalysis. VIII". 479.

— F. M. JAEGER: „Nog enkele opmerkingen naar aanleiding van de Röntgenbeelden, die bij doorstraling van elkaar onder zekeren hoek kruisende Mica-lamellen verkregen worden". 559.

— J. BÖESEKEN: „De oriënteering van de groepen in de wijnsteenzuren en het beginsel der optische superpositie." 562.

— ERNST COHEN en H. R. BRUINS: „Het diffusieprobleem en de nauwkeurige bepaling van diffusiecoëfficienten." 786.

— A. SMITS, L. v. d. LANDE en P. BOUMAN: „Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen." 813.

— A. SMITS en R. PH. BECK: „Over het electromotorisch gedrag van magnesium." 819.

— A. SMITS en J. SPUIMAN: „Een thermoelectrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen." 821.

— J. BÖESEKEN en H. COUVERT: „De bepaling van de configuratie van eenige mono-sacchariden en van de saccharose volgens de boorzuurmethode." 924.

— J. P. WIBAUT en J. JÜRGENS: „De inwerking van mercuri-acetaat op nitrobenzol." 1074.

— F. A. H. SCHREINEMAKERS: „In-, mono- en divariante evenwichten." XXI. 1104.

— H. J. PRINS: „Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare verbindingen." 1224.

SCHIMMELCOLLECTIE (Bericht dat Mej. JOH. WESTERDIJK zal zitting nemen in de commissie voor het beheer der). 3.

SCHIMMELCULTURES (Bericht over het Centraal bureau voor) over het jaar 1920. 1047.

SCHIMMELONDERZOEK (Bericht van Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen dat afwijzend is beschikt op een aanvraag om verhooging van het subsidie voor het Bureau voor). 910.

SCHOUTEN (J. A.). Over de geodetische praecessie. 1150.

SCHREINEMAKERS (F. A. H.). In-, mono- en divariante evenwichten. XXI 1104.

SCHUT (LUCIE W.). Eenige factoren, welke van beteekenis zijn voor de gewoontevorming bij vogels. I. Gezichtsprikkels. 215.

SECONDE généralisée. (Sur une classe de fonctions admettant une dérivée). 6. 331.

SENSIBILISATIE voor radioactiviteit door hormonen. 390.

SÉRIES TRIGONOMÉTRIQUES. (Sur une propriété de). 361. 628.

SEROLOGISCHE specificiteit (Over de) van het haemoglobine van verschillende diersoorten. 1029.

SERRA DO GERICINO (De alkaligesteenten van de) ten Noordwesten van Rio de Janeiro en de overeenkomst der eruptiefgesteenten van Brazilië en Zuid-Afrika. 1005.

SITTER (W. DE). Over de mogelijkheid van statistisch evenwicht van het heelal. 651.

SLUITER (C. PH.). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren J. E. W. IHLE en G. J. VAN OORDT: „Over de larvale ontwikkeling van Oxyuris equi (Schrank)." 64.

— Benoemd tot lid der Commissie van Toezicht op het Centraal Instituut voor Hersenonderzoek. 911.

— Jaarverslag van het Zoologisch-Insulinde fonds over het jaar 1920. 1067.

SMITS (A.). Benoemd tot lid der Commissie voor het VAN 'T HOFF-fonds. 137.

— Over de geldigheid van de verdeelingswet voor het evenwicht tusschen een mengkristalphase en een koëxisteerende vloeistof. I. 6. 319.

— en J. SPUYMAN. De thermo-electrische bepaling van overgangspunten. I. 6. 327.

— en G. J. DE GRUYTER. Over het electromotorisch gedrag van aluminium. II. 361. 747.

— L. v. d. LANDE en P. BOUMAN. Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen. 813.

— en R. PH. BECK. Over het electromotorisch gedrag van Magnesium. I. 819.

— en J. SPUYMAN. Een thermo-electrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen. 821.

SNAARGALVANOMETER (De grensgevoeligheid van den). 2de mededeeling. 261.

SNETHLAGE (Mej. A.), G. C. DIBBETZ, P. ZEEMAN en W. DE GROOT. De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen. III. Metingen over het FIZEAU-effect in flintglas. 1252.

SPECIFIEKE WARMTE (Het bepalen der ware) van zouten langs elektrischen, adiabatischen weg. 361.

SPECTRAALLIJNEN (Intensiteitsmetingen van) met behulp van het échelon. 394.

Spectrum (De absorbtie-coëfficient van Iodiumoplossingen in het zichtbare). Absorbtiemetingen. I. 573.

Spronck (C. H.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer Karl Landsteiner: „Over de serologische specificiteit van het haemoglobine van verschillende diersoorten". 1029.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer Karl Landsteiner: „Over heterogenetisch antigeen". 1118.

Spuyman (J.) en A. Smits. De thermo-electrische bepaling van overgangspunten. I. 6. 327.

— en A. Smits. Een thermo-electrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen. 821.

Stammen (Gevoeligheid voor licht van + en —) van Phycomyces nitens. 667.

Statistisch evenwicht (Over de mogelijkheid van) van het heelal. 651.

Stekelrog (Raja clavata) (Onderzoek naar de localisatie van de kaliumverbindingen in het electrisch orgaan van den). 567.

Stenvers (H. W.). Klinische studie over de functie van het cerebellum en de diagnostiek der cerebellum- en bruggehoektumoren. 7.

Sterrekunde. Advies van de Heeren H. G. van de Sande Bakhuyzen, J. C. Kapteyn en J. P. van der Stok over de oprichting van een Sterrewacht in Ned. Oost-Indië. 366.

— A. Pannekoek: „De afstand van de donkere nevels in Taurus". 524. Verdere beschouwingen. 622.

— W. de Sitter: „Over de mogelijkheid van statistisch evenwicht van het heelal". 651.

Sterrewacht in Nederlandsch Oost-Indië (Advies over de oprichting van een). 366.

— Bericht van Z.Exc. den Minister van Koloniën dat bovengenoemd advies ter kennis is gebracht van den Gouverneur Generaal van Ned. Indië. 548.

Stiasny (Gust.). Ueber westindische Tornarien nebst einer Uebersicht über die bisher bekannten tentaculaten Tornarien). 6. 219.

Stikstofmoleculen (De quadrupoolmomenten der zuurstof- en der). 718.

Stoffen (De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste). III. Metingen over het Fizeau-effect in flintglas. 1252.

Stok (J. P. van der). Advies over de oprichting van een Sterrewacht in Nederlandsch Oost-Indië. 366.

— Bericht dat hij wegens het bereiken van den 70-jarigen leeftijd tot de rustende leden overgaat. 911.

Stolling (Temperatuurwaarnemingen bij). 288.

Stollingsproces (Het) als een probleem van warmtegeleiding. 276.

Storm van Leeuwen (W.). Zie Leeuwen (W. Storm van).

STORM VAN LEEUWEN (W.) en F. VERZÁR. Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan avitaminosen. 654.

STRALING (Photochemische reactie en). 37.

STRALENCONGRUENTIES (Eigenschappen van). 1122.

STROOMINGEN (Stationaire) door een lichaam in een vloeistof met wrijving teweeggebracht. I. 835. II. 952.

STROOMONDERBREKER (Het mechanisme van den automatischen). 670.

SUIKERGEHALTE (De wisselwerking tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het) en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

SULFHAEMOGLOBINAEMIE (Over). 1181.

SUPERPOSITIE (De oriënteering van de groepen in de wijnsteenzuren en het beginsel der optische). 562.

TAURUS (De afstand der donkere nevels in). 524. Verdere beschouwingen. 622.

TEMPERATUREN (Einwirkung sehr niederer) auf die Moosfauna. 361. 499.

— (Over de toestandsvergelijking voor willekeurige) en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. II. 766.

TEMPERATUURWAARNEMINGEN bij stolling. 288.

THERMO-ELECTRISCHE bepaling (De) van overgangspunten. I. 6. 327.

THETANULLFUNKTION (Die Integralgleichung der elliptischen). Zweite Note: Allgemeine Lösung. 759.

TIGERSTEDT (R.). Bekrachtiging zijner benoeming tot buitenlandsch lid. 2.

TIMOR (Mangaanknollen in mesozoische diepzeeafzettingen van Nederlandsch-). 677.

TOESTANDSVERGELIJKING (Over de) voor willekeurige temperaturen en volumina. Analogie met de formule van PLANCK. II. 766.

TOLUOLSULFONZUUR (De kristalvormen van eenige gesubstitueerde amiden van het para-). 155.

TORNARIEN (Ueber westindische) nebst einer Uebersicht über die bisher bekannten tentaculaten Tornarien. 6. 219.

TRANSFORMATIONEN (Ueber eineindeutige stetige) von Flächen in sich. (Siebente Mitteilung). 361. 640.

TIJD-RUIMTE-SYMMETRIE. I. Algemeene beschouwingen. 824. II. Beschouwing van een bijzonder geval. De tetraëdrische atoommodellen van LANDÉ. 980. III. Bijdrage tot de atoomkinematica. A. Eindige kerngroepen van de eerste soort. 1166. IV. Bijdrage tot de atoomkinematica. B. Eindige kerngroepen van de tweede soort. 1166. Opmerkingen over de afleiding van groepen van tijd-ruimte-dekoperaties. 1263.

VAST STELSEL (Over de beweging van een). 434.

VASTE STOFFEN (Opmerking over het paramagnetische gedrag van). 546.

VEEN (H. J. VAN). Eigenschappen van stralencongruenties. 1122.

VEEN (Mej. J. E. VAN). De identiteit van de Ostracodengeslachten Poloniella en Kloedenella. 888.

VERBINDINGEN (Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in zuren door reduceerbare). 1224.

VERDEELINGSWET (Over de geldigheid van de) voor het evenwicht tusschen een mengkristalphase en een koëxisteerende vloeistof. I. 6. 319.

VERGADERING (Vaststelling der December-). 786.

VERGIFTEN (Over adsorptie van) aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine. 175.

— (Over de gevoeligheid voor) bij dieren lijdende aan avitaminosen. 654.

VERKADE (P. E.). Over de aantastbaarheid van organische verbindingen door micro-organismen. II. De oplosbaarheid van enkele organische zuren door vette oliën. 401.

VERSLUYS (J.) en R. DEMOLL. De verwantschap der Merostomata met de Arachnida en met de andere klassen der Arthropoda. I. 448. II. 579.

VERZAMELINGSLEER (Intuitionistische). 797.

VERZÁR (F.) en W. STORM VAN LEEUWEN. Over de gevoeligheid voor vergiften bij dieren lijdende aan avitaminosen. 654.

VLINDERS (De kleurenteekening der mimetische). 706.

VLOEISTOF (Over de geldigheid van de verdeelingswet voor het evenwicht tusschen een mengkristalphase en een koëxisteerende). I. 6. 319.

— (Stationaire stroomingen door een lichaam in een) met wrijving teweeggebracht. I. 835. II. 952.

VLOEISTOFWEERSTAND (Over) en wervelbeweging. 537.

VOGELS (Eenige factoren, welke van beteekenis zijn voor de gewoontevorming bij). I. Gezichtsprikkels. 215.

VOLTERRA (Over de theorie der hysteresis volgens). 264.

VOLUMINA (Over de toestandsvergelijking voor willekeurige temperaturen en). Analogie met de formule van PLANCK. 766.

VORST (Over beweging van grondwater bij) en dooiweder. 1021.

VRIES (HK. DE). Aanbieding eener mededeeling van den Heer B. P. HAALMEIJER: „Over elementair-oppervlakken der derde orde." 5de Mededeeling. 728.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige interferentie-figuren van één- en twee-assige kristallen door superpositie van Ellipsenbundels." 1114.

VRIES (JAN DE). Verslag over een subsidieaanvraag van het Nederlandsch Natuur- en Geneeskundig Congres. 4.

— Twee afbeeldingen van het cirkelveld op de puntenruimte. 920.

VUGT (J. M. VAN). De homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der zoogdieren. 1035.

VULKANE (Die) der Sangi-Inseln. 546.

WAALS (VAN DER) (Over de cohaesiekrachten volgens). 722.

WADJAK (Java) (De proto-Australische fossiele mensch van). 88. II. 546. 866.

WARMTEGELEIDING (Het stollingsproces als een probleem van). 276.

WATERSTOF (De rechtlijnige diameter van). 935.

WEBER (MAX). Aanbieding eener mededeeling van de Heeren J. VERSLUIJS en R. DEMOLL: „De verwantschap der Merostomata met de Arachnida en met de andere klassen der Anthropoda." 1ste Mededeeling. 448. II. 579.

— Jaarverslag van het Zoologisch-Insulinde fonds over het jaar 1920. 1067.

WEEVERS (TH.). De kalkmijdende planten der binnenduinen van Goeree. 75.

WEISS (P.) woont als gast de vergadering bij. 548.

WENT (F. A. F. C.). Aanbieding eener mededeeling van den Heer TH. WEEVERS: „De kalkmijdende planten der binnenduinen van Goeree". 75.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer W. E. DE MOL: „Over het optreden van heteroploide Hollandsche varieteiten van Hyacinthus orientalis L. en de chromosomengarnituur van deze plantensoort". 513.

— Aanbieding eener mededeeling van Mej. CLARA ZOLLIKOFER: „Ueber die tropistische Wirkung von rotem Licht auf Dunkelpflanzen von Avena sativa". 551.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer M. PINKHOF: „Een nieuwe methode voor het registreeren van de veranderingen in den openingstoestand der huidmondjes". 1ste mededeeling. 593.

— Aanbieding eener mededeeling van Mej. A. F. C. VAN DISHOECK: „Gevoeligheid voor licht van + en — stammen van Phycomyces nitens". 667.

— Bericht van het Centraalbureau voor Schimmelcultures over 1920. 1047.

WERTHEIM SALOMONSON (I. K. A.). Zie SALOMONSON (I. K. A. WERTHEIM).

WERVELBEWEGING (Over vloeistofweerstand en). 537.

WESTERDIJK (Mej. JOH.). Bericht dat — zal zitting nemen in de Commissie van beheer van de Schimmelcollectie der „Association internationale des botanistes". 3.

— Bericht van het Centraalbureau voor Schimmelcultures over het jaar 1920. 1047.

WET van CURIE (Over de afwijkingen, die vloeibare zuurstof vertoont van de). 1155.

WIBAUT (J. P.) en J. JÜRGENS. De inwerking van mercuri-acetaat op nitrobenzol. 1074.

WICHMANN (C. E. A.). Aanbieding eener verhandeling: „Die Vulkane der Sangi-Inseln." 546.

— Aanbieding eener verhandeling: „Die Erdbeben des Indischen Archipels von 1858 bis 1877." 786.

WIERSMA (E. D.). Verslag over eene verhandeling van den Heer J. C. GOUDRIAAN. 649.

WING EASTON (N.). Zie EASTON (N. WING).

WINKLER (C.). Aanbieding eener dissertatie van den Heer H. W. STENVERS: „Klinische studie over de functie van het cerebellum en de diagnostiek der cerebellum- en bruggehoektumoren." 7.

— Verslag over een verhandeling van den Heer G. P. FRETS. 550.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren F. ROELS en J. FELDBRUGGE: „De ontwikkeling der opmerkzaamheid van het 8ste tot en met het 12de levensjaar." 1077. II. 1200.

Wiskunde. ARN. DENJOY: „Sur une classe de fonctions admettant une dérivée seconde généralisée". 6. 331.

— J. WOLFF: „Over de stelling van PICARD". 171.

— L. E. J. BROUWER: „Ueber eineindeutige stetige Transformationen von Flächen in sich". 7te Mitteilung. 361. 640.

— A. DENJOY: „Sur une propriété de séries trigonométriques". 361. 628.

— W. VAN DER WOUDE: „Over de beweging van een vast stelsel". 434.

— B. P. HAALMEIJER: „Over elementair-oppervlakken der derde orde". 5e mededeeling. 728.

— F. BERNSTEIN: „Die Integralgleichung der elliptischen Thetanullfunktion". Algemeine Lösung. 2te Note. 759.

— L. E. J. BROUWER: „Intuitonistische verzamelingsleer". 797.

— L. E. J. BROUWER: „Besitzt jede reelle Zahl eine Dezimalbruchentwickelung"? 803.

— JAN DE VRIES: „Twee afbeeldingen van het cirkelveld op de puntenruimte". 920.

— J. W. N. LE HEUX: „Verklaring van eenige interferentie-figuren van een- en twee-assige kristallen door superpositie van ellipsenbundels". 1114.

— H. J. VAN VEEN: „Eigenschappen van stralencongruenties". 1122.

— J. C. KLUYVER: „Over analytische functies, die door zekere reeksen van LAMBERT worden bepaald". 1172.

— N. G. W. H. BEEGER: „Bepaling van 't aantal klassen der idealen van de deellichamen van 't cirkellichaam der mde-machtswortels, uit de eenheid" (Verbetering). 1214.

WISSELWERKING (De) tusschen bloedplasma aan den eenen kant en oogkamervocht en cerebrospinaalvocht aan den anderen kant, beoordeeld naar het suikergehalte en in verband met het vraagstuk van de gebonden suiker. 1238.

WOERDEMAN (M. W.). Over een menschelijken eierstok met talrijke abnormale eiblaasjes en de genetische beteekenis van deze afwijking. 349.

— Onderzoek naar de localisatie van de kaliumverbindingen in het electrisch orgaan van den Stekelrog (Raja clavata). 567.

WOLFF (J.). Over de stelling van PICARD. 171.

WOUDE (W. VAN DER). Over de beweging van een vast stelsel. 434.

WRIJVING (Stationaire stroomingen door een lichaam in een vloeistof met) teweeggebracht. I. 835. II. 952.

WIJHE (J. W. VAN). Verslag over eene verhandeling van den Heer DAN. DE LANGE Jr. 549.

— Verslag over eene verhandeling van den Heer G. P. FRETS. 550.

WIJNSTEENZUREN (De configuratie der). 368.

— (De oriënteering van de groepen in de) en het beginsel der optische superpositie. 562.

ZAHL (Besitzt jede reelle) eine Dezimalbruchentwickelung? 803.

ZANSTRA (H.). De relativeering der beweging met behulp van de hypothese van A. FÖPPL. 1217.

ZEEMAN (P.) en G. C. DIBBETZ. Beschouwing over den aard der interferentiestrepen bij de opstelling van FIZEAU MICHELSON en eene experimenteele bevestiging met behulp van een prisma van natriumdamp. 6.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer A. SMITS: „Over de geldigheid van de verdeelingswet voor het evenwicht tusschen een mengkristalphase en een koëxisteerende vloeistof". I. 6. 319.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS en J. SPUYMAN: „De thermo-electrische bepaling van overgangspunten". I. 6. 327.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS en G. J. DE GRUYTER: „Over het electromotorisch gedrag van aluminium". II. 361. 747.

— en A. HOUDIJK. De BROWN'sche beweging over een draad. I. 643.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS, L. v. D. LANDE en P. BOUMAN: „Over het bestaan van hydraten in waterige oplossingen." 813.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS en R. PH. BECK: „Over het electromotorisch gedrag van Magnesium." I. 819.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren A. SMITS en J. SPUYMAN: „Een thermo-electrische differentiaalmethode ter bepaling van overgangspunten van metalen bij betrekkelijk lage temperaturen". 821.

ZEEMAN (P.) bedankt als lid der Commissie van toezicht op het Centraal Instituut voor Hersenonderzoek. 911.

— Aanbieding eener mededeeling van de Heeren J. M. BIJVOET en A. KARSSEN: „Onderzoek met Röntgenstralen naar den bouw der kristallen van lithium en eenige zijner verbindingen met lichte elementen." 1208.

— W. DE GROOT, Mej. A. SNETHLAGE en G. C. DIBBETZ. De voortplanting van het licht in bewegende, doorschijnende, vaste stoffen. III. 1252.

ZEYDNER (J.) en W. STORM VAN LEEUWEN. Over adsorptie van vergiften aan bestanddeelen van het dierlijk lichaam. II. Het bindend vermogen van konijneserum voor atropine. 175.

ZOLLIKOFER (CLARA). Ueber die tropistische Wirkung von rotem Licht auf Dunkelpflanzen von Avena sativa. 551.

ZONNESPECTRUM (De algemeene relativiteitstheorie en het). 106.

ZOOGDIEREN (De homologie van den M. marsupialis en M. pyramidalis der) 1035.

ZOOLOGISCH-INSULINDEFONDS (Jaarverslag over 1920 van het). 1067.

ZOUTEN (De fotochemische ontleding van het kaliumkobaltioxalaat en hare katalyse door). 18.

— (Het bepalen der ware specifieke warmte van) langs elektrischen, adiabatischen weg. 361.

ZUIDERZEE (Verzoek van de Nederl. dierkundige Vereeniging aan Z.Exc. den Minister van Onderwijs, Kunsten en Wetenschappen om subsidie voor de uitgave van een monografische beschrijving van de). 1168. Verslag hierover. 1171.

ZUREN (De oplosbaarheid van enkele organische) in vette oliën. 401.

— (Over oplosbaarheidsversnelling van metalen in) door reduceerbare verbindingen. 1224.

ZUURSTOF (Over de afwijkingen, die vloeibare) vertoont van de wet van CURIE. 1155.

ZUURSTOF- en stikstofmoleculen (De quadrupoolmomenten der). 718.

ZWAARDEMAKER (H.). Sensibilisatie voor radioactiviteit door hormonen. 390.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer M W. WOERDEMAN: „Onderzoek naar de localisatie van de kaliumverbindingen in het electrisch orgaan van den Stekelrog (Raja Clavata)." 567.

— Verslag van een subsidieaanvraag van de Nederl. Chem. Vereen. 1169.

— Aanbieding eener mededeeling van den Heer K. KOMURO: „Ruiken bij volledige vermoeienis, respectievelijk adaptatie voor een bepaalden geur." 1179.

ZWAARTEVELD (Over de toepassing van EINSTEIN's gravitatietheorie op een stationair). I. 361. 409. II. 419. Naschrift. 834.

ZWAVELVERBINDINGEN (Colloïdale) van het Ruthenium. 29.